

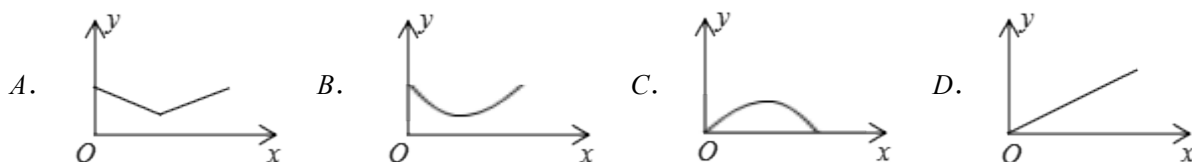
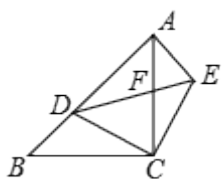
2.8 — 2.9 二次函数的应用

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

B 卷 (能力拓展)

一、选择题

1. (2021 · 辽宁葫芦岛市九年级二模) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=\sqrt{2}$, D 是 AB 边上的一动点 (不与 A, B 重合), 连接 CD , 将 CD 绕点 C 顺时针方向旋转 90° 到 CE , 连接 DE , 与 AC 相交于点 F , 连接 AE . 设 $AE=x$, $CF=y$, 则能反映 y 与 x 之间的函数关系的图象是 ()



【答案】B

【分析】 过点 D 作 $DG \perp BC$ 于点 G , 根据题意可证明 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$, 可得到 $BD=AE$, $\angle CAE=\angle B=45^\circ$, 从而证得 $\triangle ACE \sim \triangle ECF$, 则有 $CE^2 = AC \cdot CF$, 进而得到 $CD^2 = AC \cdot CF$, 在 $Rt\triangle BDG$ 和 $Rt\triangle DCG$ 中, 利用锐角三角函数和勾股定理可得 $CG=BC-BG=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}x$, $CD^2=DG^2+CG^2$, 从而得到 y 与 x 函数关系式, 即可求解.

【详解】

解: 如图, 过点 D 作 $DG \perp BC$ 于点 G ,

由题意可得: $CE=CD$, $\angle DCE=90^\circ$,

$\angle ACE+\angle ACD=90^\circ$, $\angle CED=\angle CDE=45^\circ$,

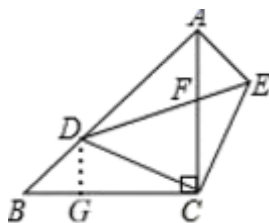
$\because \angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=\sqrt{2}$,

$\therefore \angle BCD+\angle ACD=90^\circ$, $\angle CAB=\angle B=45^\circ$,

$\therefore \angle ACE=\angle BCD$,

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE$,

$\therefore BD=AE$, $\angle CAE=\angle B=45^\circ$,



$$\therefore \angle CAE = \angle CED,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle ECF,$$

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{CE}{CF}, \text{ 即 } CE^2 = AC \cdot CF,$$

$$\because CE = CD,$$

$$\therefore CD^2 = AC \cdot CF,$$

在 $Rt\triangle BDG$ 中, $\angle B = 45^\circ$, 且 $BD = AE = x$,

$$\therefore BG = DG = \sin 45^\circ \cdot BD = \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\because AC = BC = \sqrt{2},$$

$$\therefore CG = BC - BG = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

在 $Rt\triangle DCG$ 中, 由勾股定理得:

$$CD^2 = DG^2 + CG^2,$$

$$\because CD^2 = AC \cdot CF,$$

$$\therefore DG^2 + CG^2 = AC \cdot CF, \text{ 即 } CF = y,$$

$$\text{即 } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2 + \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2 = \sqrt{2}y,$$

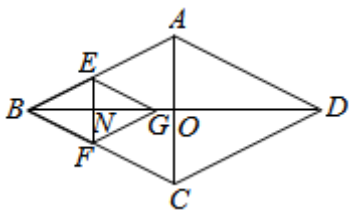
$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 函数关系式为: } y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{2},$$

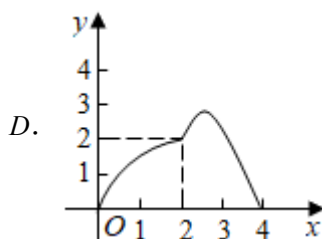
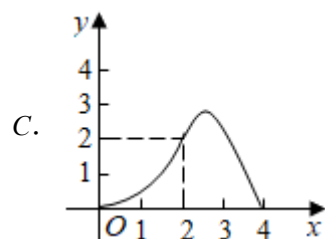
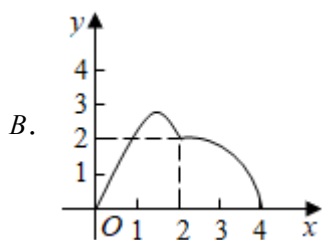
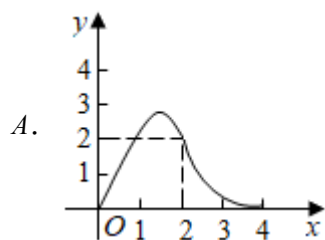
$\therefore$ 该函数图象为抛物线, 且开口向上.

故选: B.

【点睛】 本题主要考查了全等三角形和相似三角形的判定和性质, 解直角三角形, 求函数关系式, 旋转, 得到 y 与 x 函数关系式是解题的关键.

2. (2021 · 辽宁本溪九年级二模) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AC = 4$, $BD = 8$, 点 N 在 BO 上运动. 过点 N 作 $EF \parallel AC$ 交 AB 于 E , 交 BC 于点 F , 将 $\triangle BEF$ 沿 EF 翻折得到 $\triangle EFG$, 若 $ON = x$, $\triangle EFG$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 y , 下列图象能正确反映 y 与 x 的函数关系的是 ()





【答案】A

【分析】

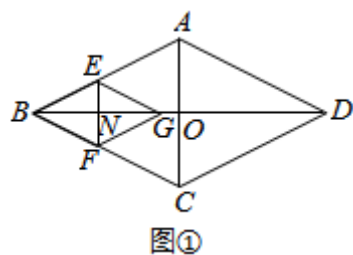
分两个时间段求出函数解析式即可判断：

①当翻折后点 G 在点 O 的左侧时即 $2 \leq x \leq 4$ ，通过证明 $\triangle BEF \sim \triangle BAC$ ，可得 $BN=EF=4-x$ ，再根据三角形的面积公式写成函数解析式；

②当翻折后点 G 在点 O 的右侧时（如图②），即 $0 \leq x \leq 2$ ，重叠部分 $y=S_{\text{梯形}HIEF}$ ，用含 x 的代数式表示出相关线段的长度，再根据梯形的面积公式求出函数解析式即可．

【详解】

解：分情况讨论：



①当翻折后点 G 在点 O 的左侧时（如图①），即 $2 \leq x \leq 4$ ，

$\because EF \parallel AC$,

$\therefore \angle BEF = \angle BAC, \angle BFE = \angle BCA$,

$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BAC$,

$\therefore \frac{BN}{EF} = \frac{BO}{AC} = 1$ ，即 $BN=EF=4-x$ ，

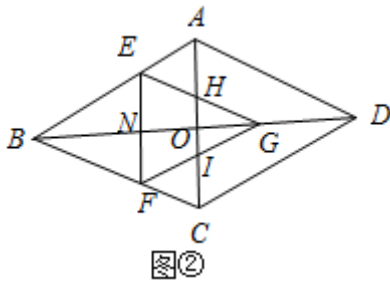
由四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore BD \perp AC$ ，

又 $\because EF \parallel AC$ ，

$\therefore EF \perp BD$,

翻折后, 重叠部分 $y = S_{\triangle EFG} = S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}(4-x)^2 = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 (2 \leq x \leq 4)$;



②当翻折后点 G 在点 O 的右侧时 (如图②), 即 $0 \leq x \leq 2$,

翻折后, 重叠部分 $y = S_{\text{梯形 } HIEF}$,

$\therefore ON = x, BN = 4 - x, GN = BN = 4 - x$,

$\therefore OG = 4 - 2x$,

又 $\therefore EF \parallel AC$,

同理可得 $\triangle GHI \sim \triangle GEF$,

$\therefore HI = OG = 4 - 2x$,

$\therefore y = \frac{1}{2}[(4-x) + (4-2x)] \cdot x = 4x - \frac{3}{2}x^2 (0 \leq x \leq 2)$,

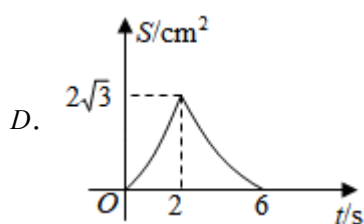
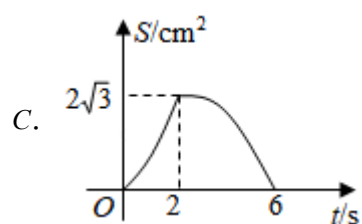
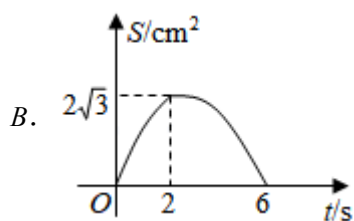
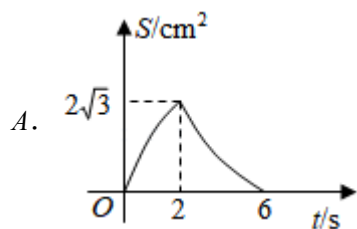
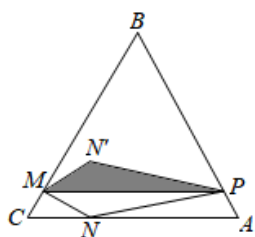
综上所述, $y = \begin{cases} 4x - \frac{3}{2}x^2 (0 \leq x \leq 2) \\ \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 (2 < x \leq 4) \end{cases}$,

故选: A .

【点睛】

本题考查动点问题的函数图象, 解题的关键是读懂图象信息, 灵活运用所学知识解决问题.

3. (2021 · 辽宁鞍山中考真题) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $AB = 6\text{cm}$, 点 M 从点 C 出发沿 CB 方向以 1cm/s 的速度匀速运动到点 B , 同时点 N 从点 C 出发沿射线 CA 方向以 2cm/s 的速度匀速运动, 当点 M 停止运动时, 点 N 也随之停止. 过点 M 作 $MP \parallel CA$ 交 AB 于点 P , 连接 MN , NP , 作 $\triangle MNP$ 关于直线 MP 对称的 $\triangle MN'P$, 设运动时间为 $t\text{s}$, $\triangle MN'P$ 与 $\triangle BMP$ 重叠部分的面积为 $S\text{cm}^2$, 则能表示 S 与 t 之间函数关系的大致图象为 ()



【答案】A

【分析】

首先求出当点 N' 落在 AB 上时, t 的值, 分 $0 < t \leq 2$ 或 $2 < t \leq 3$ 两种情形, 分别求出 S 的解析式, 可得结论.

【详解】

解: 如图 1 中, 当点 N' 落在 AB 上时, 取 CN 的中点 T , 连接 MT .

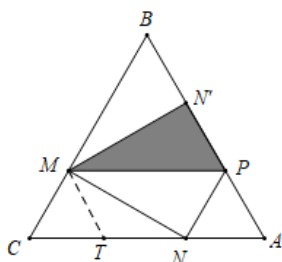


图1

$$\because CM = t, \quad CN = 2t, \quad CT = TN,$$

$$\therefore CT = TN = t,$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle C = \angle A = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle MCT$ 是等边三角形,

$$\therefore TM = TC = TN,$$

$$\therefore \angle CMN = 90^\circ,$$

$\therefore MP \parallel AC$,
 $\therefore \angle BPM = \angle A = \angle MPN = 60^\circ$, $\angle BMP = \angle C = 60^\circ$, $\angle C + \angle CMP = 180^\circ$,
 $\therefore \angle CMP = 120^\circ$, $\triangle BMP$ 是等边三角形 ,
 $\therefore BM = MP$,
 $\therefore \angle CMP + \angle MPN = 180^\circ$,
 $\therefore CM \parallel PN$,
 $\therefore MP \parallel CN$,
 $\therefore$ 四边形 $CMPN$ 是平行四边形 ,
 $\therefore PM = CN = BM = 2t$,
 $\therefore 3t = 6$,
 $\therefore t = 2$,

如图 2 中, 当 $0 < t \leq 2$ 时, 过点 M 作 $MK \perp AC$ 于 K , 则 $MK = CM \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}t$,

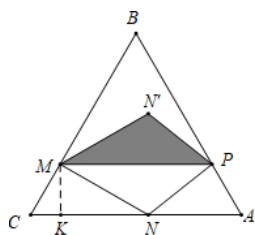


图2

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot (6-t) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}t = -\frac{\sqrt{3}}{4}t^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}t .$$

如图 3 中, 当 $2 < t \leq 3$ 时, $S = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4}(6-t)^2$,

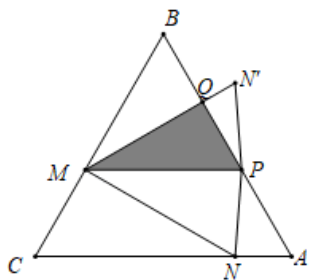


图3

观察图象可知, 选项 A 符合题意,

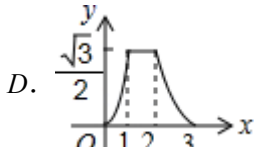
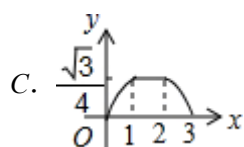
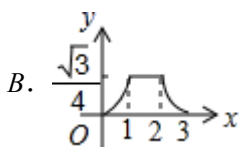
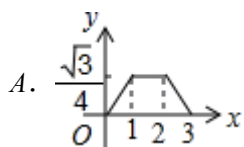
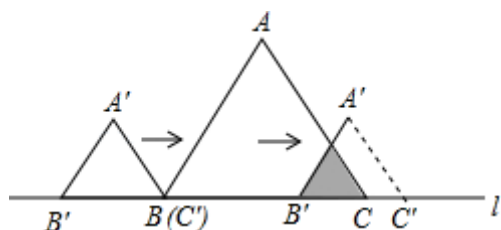
故选: A.

【点睛】

本题考查动点问题, 等边三角形的性质, 二次函数的性质等知识, 解题的关键是学会用分类讨论的思想思考

问题，属于中考选择题中的压轴题。

4. (2021·珠海市九洲中学九年级月考) 如图，边长为2的等边 $\triangle ABC$ 和边长为1的等边 $\triangle A'B'C'$ ，它们的边 $B'C'$ ， BC 位于同一条直线 l 上，开始时，点 C' 与 B 重合， $\triangle ABC$ 固定不动，然后把 $\triangle A'B'C'$ 自左向右沿直线 l 平移，移出 $\triangle ABC$ 外（点 B' 与 C 重合）停止，设 $\triangle A'B'C'$ 平移的距离为 x ，两个三角形重合部分的面积为 y ，则 y 关于 x 的函数图象是（ ）



【答案】B

【分析】

通过对小三角形移动过程进行分类讨论，求出每一个过程对应的函数解析式和相应函数值，再综合分析对应函数图象即可。

【详解】

解：①如图所示，在等边 $\triangle A'B'C'$ 运动至 $\triangle A_1'B_1'C_1'$ 过程中，即： $0 \leq x \leq 1$ ，

设 AB 与 $A'C'$ 交于 P 点，作 $PQ \perp BC$ 于 Q 点，

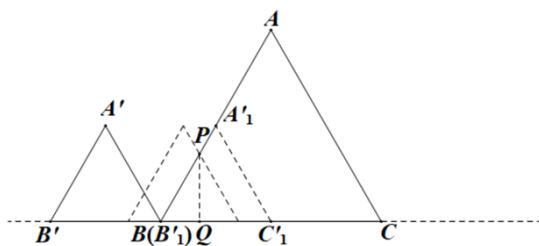
$\because \triangle A'B'C'$ 平移的距离为 x ，则 $BQ = \frac{1}{2}x$ ，

由题意， $\angle PBQ = 60^\circ$ ，

$\therefore Rt\triangle PBQ$ 中， $PQ = \sqrt{3}BQ = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ ，

$\therefore$ 此过程两个三角形重合部分的面积为 $y = \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ ，

$\therefore$ 当 $x=1$ 时， $y = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ；



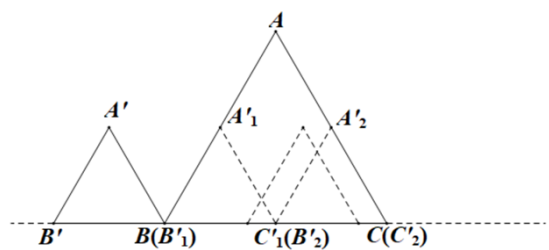
②如图所示，在等边 $\triangle A'B'C'$ 从 $\triangle A_1'B_1'C_1'$ 运动至 $\triangle A_2'B_2'C_2'$ 过程中，即： $1 < x \leq 2$ ，

显然，在此过程中，两三角形的重叠部分面积即为 $\triangle A'B'C'$ 的面积，

$\because$ 等边 $\triangle A'B'C'$ 的边长为1，

$\therefore$ 其面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，

$\therefore$ 当 $1 < x \leq 2$ 时，函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ；

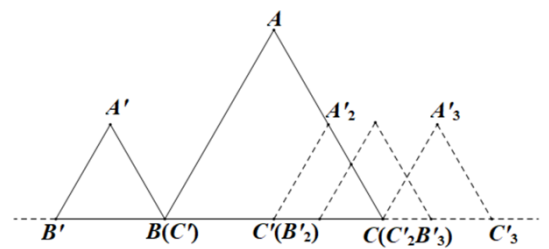


③如图所示，在等边 $\triangle A'B'C'$ 从 $\triangle A_2'B_2'C_2'$ 运动至 $\triangle A_3'B_3'C_3'$ 过程中，即： $2 < x \leq 3$ ，

在此过程中，两个三角形的重叠部分仍然为正三角形，其边长为： $2 + 1 - x = 3 - x$ ，

$\therefore$ 此时重叠部分面积为 $y = \frac{\sqrt{3}}{4}(3-x)^2$ ，

当 $x = 2$ 时， $y = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ；当 $x = 3$ 时， $y = 0$ ；



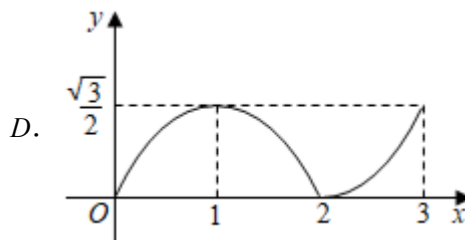
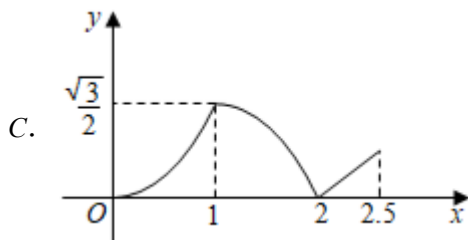
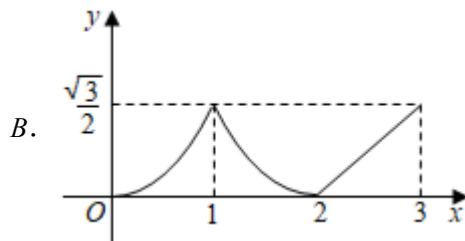
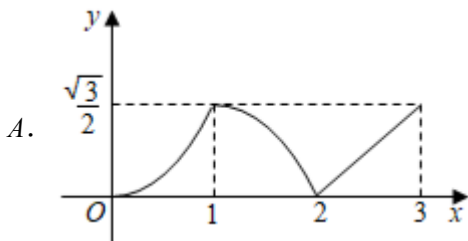
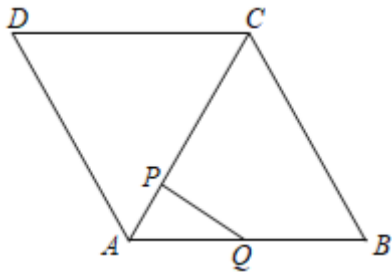
综上，函数 $y = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{4}x^2, (0 \leq x \leq 1) \\ \frac{\sqrt{3}}{4}, (1 < x \leq 2) \\ \frac{\sqrt{3}}{4}(3-x)^2, (2 < x \leq 3) \end{cases}$ ， B 选项函数图象符合题意；

故选： B 。

【点睛】

本题考查图形平移面积与二次函数，理解题中平移过程，灵活分类讨论，并准确求解二次函数解析式是解题关键.

5. (2021·山东威海中考真题) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2\text{cm}$, $\angle D=60^\circ$, 点 P, Q 同时从点 A 出发, 点 P 以 1cm/s 的速度沿 $A-C-D$ 的方向运动, 点 Q 以 2cm/s 的速度沿 $A-B-C-D$ 的方向运动, 当其中一点到达 D 点时, 两点停止运动. 设运动时间为 x (s), $\triangle APQ$ 的面积为 y (cm^2), 则下列图象中能大致反映 y 与 x 之间函数关系的是 ()



【答案】A

【分析】

先证明 $\angle CAB = \angle ACB = \angle ACD = 60^\circ$, 再分 $0 \leq x \leq 1$ 、 $1 < x \leq 2$ 、 $2 < x \leq 3$ 三种情况画出图形, 求出函数解析式, 根据二次函数、一次函数图象与性质逐项排除即可求解.

【详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB=BC=CD=AD$, $\angle B=\angle D=60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC, ACD$ 都是等边三角形,

$\therefore \angle CAB = \angle ACB = \angle ACD = 60^\circ$.

如图 1, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $AQ=2x$, $AP=x$,

作 $PE \perp AB$ 于 E ,

$$\therefore PE = AP \cdot \sin \angle PAE = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2,$$

故 D 选项不正确;

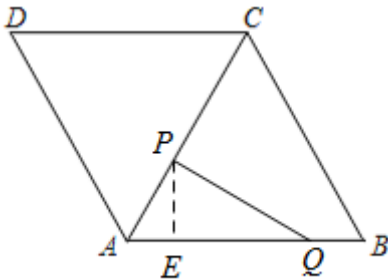


图1

如图 2, 当 $1 < x \leq 2$ 时, $CP=2-x$, $CQ=4-2x$, $BQ=2x-2$,

作 $PF \perp BC$ 于 F , 作 $QH \perp AB$ 于 H ,

$$\therefore PF = CP \cdot \sin \angle PCF = \frac{\sqrt{3}}{2}(2-x),$$

$$QH = BQ \cdot \sin \angle B = \frac{\sqrt{3}}{2}(2x-2) = \sqrt{3}(x-1),$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3}(x-1) - \frac{1}{2} \times (4-2x) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(2-x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \sqrt{3}x,$$

故 B 选项不正确;

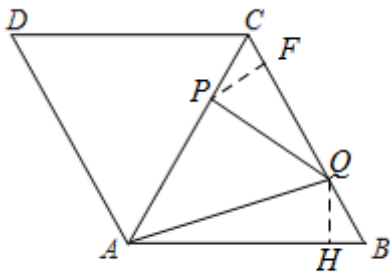


图2

当 $2 < x \leq 3$ 时, $CP=x-2$, $CQ=2x-4$,

$$\therefore PQ=x-2,$$

作 $AG \perp CD$ 于 G ,

$$\therefore AG = AC \cdot \sin \angle ACD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times (x-2) \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \sqrt{3},$$

故 C 不正确.

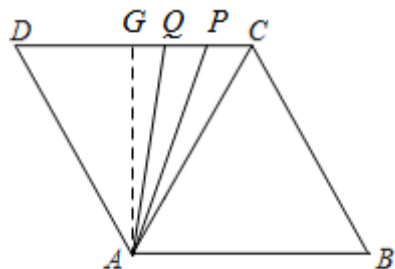


图3

故选: A

【点睛】

本题考查了菱形性质, 等边三角形性质, 二次函数、一次函数图象与性质, 利用三角函数解三角形等知识, 根据题意分类讨论列出函数解析式是解题关键.

二、填空题

6. (2021 · 湖北江汉九年级月考) 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ 上的一个动点 P 到直线 $y = x + 3$ 的最短距离是 _____.

【答案】 $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

【分析】

设过点 P 平行直线 $y = x + 3$ 的解析式为 $y = x + b$, 当直线 $y = x + b$ 与抛物线只有一个交点时, 点 P 到直线

$y = x + 3$ 的距离最小, 如图设直线 $y = x + 3$ 交 x 轴于 A , 交 y 轴于 B , 直线 $y = x + \frac{1}{2}$ 交 x 轴于 C , 作 $CD \perp$

AB 于 D , $PE \perp AB$ 于 E , 想办法求出 CD 的长即可解决问题;

【详解】

解: 设过点 P 平行直线 $y = x + 3$ 的解析式为 $y = x + b$,

当直线 $y = x + b$ 与抛物线只有一个交点时, 点 P 到直线 $y = x + 3$ 的距离最小,

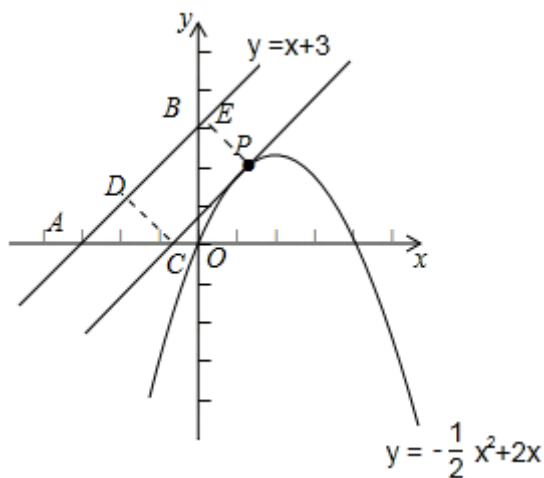
$$\text{由} \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x \\ y = x + b \end{cases} \text{得: } x^2 - 2x + 2b = 0,$$

当 $\Delta = 0$ 时, $4 - 8b = 0$,

$$\therefore b = \frac{1}{2},$$

∴过 P 点的直线的解析式为 $y = x + \frac{1}{2}$,

如图设直线 $y = x + 3$ 交 x 轴于 A , 交 y 轴于 B , 直线 $y = x + \frac{1}{2}$ 交 x 轴于 C , 作 $CD \perp AB$ 于 D , $PE \perp AB$ 于 E ,



则 $A(-3, 0)$, $B(0, 3)$, $C(-\frac{1}{2}, 0)$

∴ $OA = OB = 3$, $OC = \frac{1}{2}$, $AC = \frac{5}{2}$,

∴ $\angle DAC = 45^\circ$,

∴ $\frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

∴ $CD = \frac{5\sqrt{2}}{4}$,

∵ $AB \parallel PC$, $CD \perp AB$, $PE \perp AB$,

∴ $PE = CD = \frac{5\sqrt{2}}{4}$,

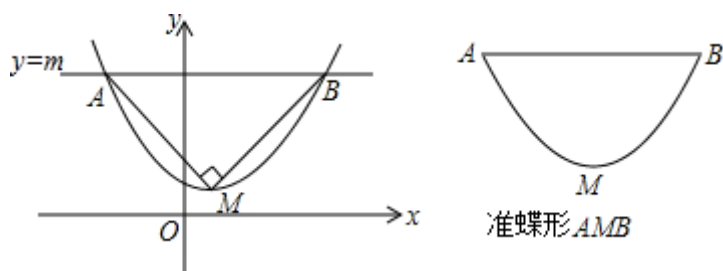
故答案为: $\frac{5\sqrt{2}}{4}$.

【点睛】

本题主要考查了二次函数的性质、一次函数图象上的点的特征等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考选择题中的压轴题.

7. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的顶点为 M , 直线 $y = m$ 与 x 轴平行, 且与抛物线交于点 A 和点 B , 如果 $\triangle AMB$ 为等腰直角三角形, 我们把抛物线上 A 、 B 两点之间部分与线段 AB 围成的图形称为该抛物线的准蝶形, 顶点 M 称为碟顶, 线段 AB 的长称为碟宽. 抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 的碟宽为

_____.



【答案】6

【分析】

由题意可知此时 M 点与原点重合，根据等腰直角三角形的性质可得 $\angle AOC = \angle BOC = 45^\circ$ ，从而得到

$OC = AC = BC$ ，设 $A\left(a, \frac{1}{3}a^2\right)$ ，则 $AC = -a$ ， $OC = \frac{1}{3}a^2$ ，即可得到 $-a = \frac{1}{3}a^2$ ，由此求解即可。

【详解】

解：如图所示，设 AB 于 y 轴的交点为 C ，

$\because$ 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{3}x^2$ ， M 为抛物线的顶点，

$\therefore$ 此时 M 点与原点重合，

$\because AB \parallel x$ 轴，

$\therefore OC \perp AB$ ，

$\because \triangle AOB$ 为等腰直角三角形， $\angle AOB = 90^\circ$ ， $AO = BO$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle BOC = 45^\circ$ ，

$\therefore OC = AC = BC$ ，

设 $A\left(a, \frac{1}{3}a^2\right)$ ，，

$\therefore AC = -a$ ， $OC = \frac{1}{3}a^2$ ，

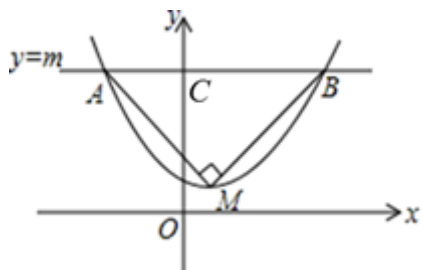
$\therefore -a = \frac{1}{3}a^2$ ，

解得 $a = -3$ 或 $a = 0$ （舍去），

$\therefore AC = 3$ ，

$\therefore AB = AC + BC = 6$ ，

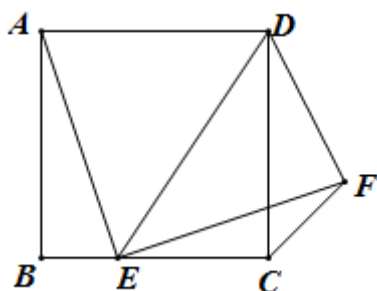
故答案为：6.



【点睛】

本题主要考查了等腰直角三角形的性质，平行线的性质，二次函数图像上点的坐标特征，解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解。

8. (2021·湖北硚口九年级月考) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ，点 E 在 BC 上，将线段 EA 绕点 E 顺时针旋转 90° ，得到线段 EF ，连接 DE ， DF ， CF ，则 $\frac{CF}{BE}$ 的值是____；设 $BE=x$ ， $\triangle DEF$ 面积为 S ，则 S 与 x 之间的关系式是_____。



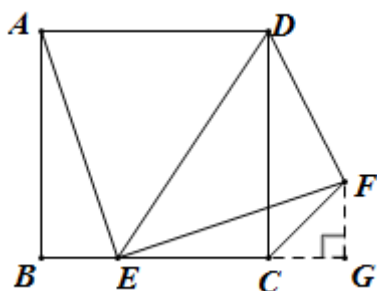
【答案】 $\sqrt{2}$ $S = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 8$

【分析】

过点 F 作 $FG \perp BC$ 交 BC 的延长线与点 G ，根据旋转的性质以及正方形的性质即可得 $\triangle ABE \cong \triangle EGF$ ，进而可得 $\triangle CGF$ 是等腰直角三角形，即可求得 $\frac{CF}{BE}$ 的值，根据 $\triangle DEF$ 面积等于 $S_{\triangle CDE} + S_{\triangle CDF} + S_{\triangle CFG} - S_{\triangle EFG}$ 即可列出函数关系式。

【详解】

如图，过点 F 作 $FG \perp BC$ 交 BC 的延长线与点 G ，则 $\angle FGC = 90^\circ$ ，



∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle B = 90^\circ, \quad AB = BC = 4$$

$$\therefore \angle B = \angle EGF$$

$$\because AE = EF, \angle AEF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AEB + \angle FEG = 90^\circ$$

$$\because \angle AEB + \angle BAE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = \angle GEF$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EGF$$

$$\therefore BE = GF, EG = AB$$

设 $BE = x$, 则 $EC = 4 - x, FG = x$

$$\therefore EG = AB = 4$$

$$\therefore CG = EG - EC = 4 - (4 - x) = x$$

$$\therefore CG = GF, \angle FGC = 90^\circ$$

∴ $\triangle CGF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore CF = \sqrt{CG^2 + FG^2} = \sqrt{2}FG$$

$$\therefore \frac{CF}{BE} = \frac{\sqrt{2}FG}{BE} = \frac{\sqrt{2}BE}{BE} = \sqrt{2};$$

$$\because S_{\triangle DEF} = S_{\triangle CDE} + S_{\triangle CDF} + S_{\triangle CFG} - S_{\triangle EFG}$$

$$= \frac{1}{2}(4-x) \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times x + \frac{1}{2} \cdot x \times x - \frac{1}{2} \times 4 \times x$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 8$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 8$$

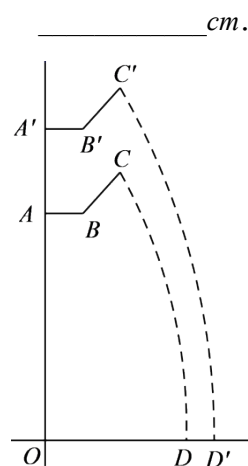
故答案为: $\sqrt{2}$, $S = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 8$.

【点睛】

本题考查了旋转的性质, 正方形的性质, 三角形全等的性质与判定, 勾股定理, 二次函数的应用, 理解题意, 添加辅助线是解题的关键.

9. (2021 · 温州市实验中学九年级月考) 小刚家装有一种可调节淋浴喷头高度的淋浴器, 完全开启后, 水流近似呈抛物线状, 升降器 AB 和淋浴喷头 BC 所成 $\angle ABC = 135^\circ$, 其中 $AB = 10\text{cm}$, $BC = 10\sqrt{2}\text{cm}$. 刚开始时, $OA = 140\text{cm}$, 水流所在的抛物线恰好经过点 A , 抛物线落地点 D 和点 O 相距 70cm . 为了方便淋浴, 淋浴器

仍需完全处于开启的状态，且要求落地点和点 O 的距离增加 10cm ，则小刚应把升降器 AB 向上平移



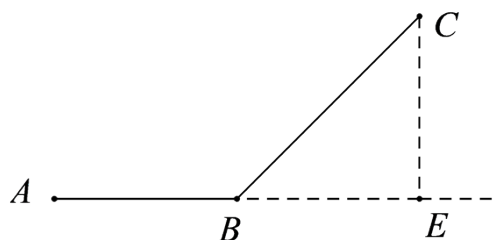
【答案】60

【分析】

过点 C 作 $CE \perp AB$ 延长线于点 E ，先求出 BE 的长，再以点 O 为原点， OA 为 y 轴正方向， OD 为 x 轴正方向，以 1cm 为一个单位，建立直角坐标系，得出 A 、 C 、 D 的坐标，用待定系数法求出抛物线解析式，再把抛物线向上平移 k 个单位，再把坐标 D' 代入解析式求出 k 的值即可。

【详解】

解：过点 C 作 $CE \perp AB$ 延长线于点 E ，



$$\because \angle ABC = 135^\circ$$

$$\therefore \angle CBE = 180^\circ - \angle ABC = 45^\circ$$

$$\because CE \perp AB$$

$$\therefore \angle CEB = 90^\circ$$

$$\therefore BE = CE = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = 10\text{cm}$$

$$\therefore AE = AB + BE = 20\text{cm}$$

以点 O 为原点， OA 为 y 轴正方向， OD 为 x 轴正方向，以 1cm 为一个单位，建立直角坐标系，则 $A(0,140)$ ， $C(20,150)$ ， $D(70,0)$ ， $D'(80,0)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/508044067003006073>