

2023-2024 学年云南省中央民大附中高三 3 月份第一次模拟考试数学试卷

注意事项

1. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.
4. 作答选择题, 必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑; 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 作答非选择题, 必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答, 在其他位置作答一律无效.
5. 如需作图, 须用 2B 铅笔绘、写清楚, 线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 不等式组
$$\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ y \geq \frac{1}{2}x \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$$
 表示的平面区域为 Ω , 则 ()

- A. $\forall (x, y) \in \Omega, x + 2y > 3$ B. $\exists (x, y) \in \Omega, x + 2y > 5$
C. $\forall (x, y) \in \Omega, \frac{y+2}{x-1} > 3$ D. $\exists (x, y) \in \Omega, \frac{y+2}{x-1} > 5$

2. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{\ln x} - 3 + \frac{3a \ln x}{x} - a$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上恰有四个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(e, 3) \cup (3, +\infty)$ B. $[0, e)$ C. $(e^2, +\infty)$ D. $(-\infty, e) \cup \{3\}$

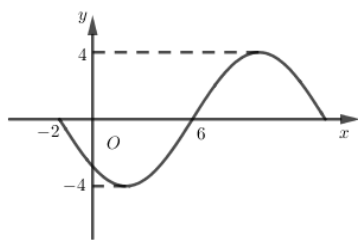
3. 若复数 z 满足 $(1-i)z = -1+2i$, 则 $|\bar{z}| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

4. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , O 为坐标原点, P 为双曲线在第一象限上的点, 直线 PO , PF_2 分别交双曲线 C 的左, 右支于另一点 M, N , 若 $|PF_1| = 3|PF_2|$, 且 $\angle MF_2N = 60^\circ$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. 3 C. 2 D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

5. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}, x \in \mathbb{R})$ 的部分图象如图所示, 则函数表达式为 ()



- A. $y = -4\sin(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4})$ B. $y = 4\sin(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4})$
 C. $y = -4\sin(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4})$ D. $y = 4\sin(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4})$

6. 记递增数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = 1$, $a_9 = 9$, 且对 $\{a_n\}$ 中的任意两项 a_i 与 a_j ($1 \leq i < j \leq 9$), 其和

$a_i + a_j$, 或其积 $a_i a_j$, 或其商 $\frac{a_j}{a_i}$ 仍是该数列中的项, 则 ()

- A. $a_5 > 3, S_9 < 36$ B. $a_5 > 3, S_9 > 36$
 C. $a_6 > 3, S_9 > 36$ D. $a_6 > 3, S_9 < 36$

7. 若复数 $z = (2+i)(1+i)$ (i 是虚数单位), 则复数 z 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

8. 已知函数 $y = 2\sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right)$ ($0 < x < \frac{3\pi}{4}$) 的图像与一条平行于 x 轴的直线有两个交点, 其横坐标分别为 x_1, x_2 ,

则 $x_1 + x_2 =$ ()

- A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

9. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 上一点 A 的纵坐标为 4, 则点 A 到抛物线焦点的距离为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

10. 已知函数 $f(x) = (\ln ax - 1)(x^2 + ax - 4)$, 若 $x > 0$ 时, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的值为 ()

- A. $2e$ B. $4e$ C. $\frac{e}{\sqrt{e-2}}$ D. $\frac{e}{\sqrt{4-e}}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda + \mu =$ ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

12. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\}$, 集合 $B = \{x | -1 \leq x < 6\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{x | -1 < x < 5\}$ B. $\{x | -1 \leq x < 5\}$

C. $\{x|-2 < x < 6\}$ D. $\{x|-2 < x < 5\}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $(1-2x)(1+x)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为_____.

14. 抛物线 $y=4x^2$ 的焦点 F 到准线 l 的距离为_____.

15. 双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左右顶点为 A, B ，以 AB 为直径作圆 O ， P 为双曲线右支上不同于顶点 B 的任一点，连接 PA 交圆 O 于点 Q ，设直线 PB, QB 的斜率分别为 k_1, k_2 ，若 $k_1 = \lambda k_2$ ，则 $\lambda =$ _____.

16. 已知不等式组 $\begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 所表示的平面区域为 Ω ，则区域 Ω 的外接圆的面积为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ ，直线 $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$ 过椭圆 C 的右焦点 F ，过 F 的直线 m 交椭圆 C 于 M, N 两点(均异于左、右顶点).

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 已知直线 $l: x = 4$ ， A 为椭圆 C 的右顶点. 若直线 AM 交 l 于点 P ，直线 AN 交 l 于点 Q ，试判断 $(\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FQ}) \cdot \overrightarrow{MN}$ 是否为定值，若是，求出定值；若不是，说明理由.

18. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中，已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \alpha, \\ y = 3 \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数)，以坐标原点为极点， x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin \theta + \rho \cos \theta = 6$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

(2) 若射线 m 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{3}$ ($\rho \geq 0$)，设 m 与 C 相交于点 M ， m 与 l 相交于点 N ，求 $|MN|$.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - \frac{\ln x}{a}$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数，求实数 a 的最大值；

(2) 若 $0 < a < 1$ ，求证： $f(x) \geq \frac{2 + \ln a}{a}$.

20. (12 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $a = 1$ ， $A = \frac{\pi}{6}$ ，且 $\sqrt{3}c - 2b = 1$.

(1) 求 $\cos C$ 的值；

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/515043143301012101>