六盘水市 2022-2023 学年度第一学期期末教学质量监测高二年级数学试题卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x|0<x\le 2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. 1，2　　D. $\{(1,2)\}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据集合的交集运算即可得到答案.

【详解】由 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x|0<x\le 2\}$，则 $A\cap B=\{1,2\}$.

故选：B.

2. 已知复数 z 满足 $z(1-\mathrm{i})=\mathrm{i}^{2023}$（$\mathrm{i}$ 是虚数单位），则 z 的虚部是（　　）

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D. $\frac{1}{2}\mathrm{i}$

【答案】A

【解析】

【分析】先由虚数单位的性质求得 i^{2023}，再利用复数的四则运算求得 z，从而得解.

【详解】因为 $\mathrm{i}^{2023}=\mathrm{i}^{505\times4+3}=\left(\mathrm{i}^4\right)^{505}\times\mathrm{i}^3=-\mathrm{i}$，

所以 $z(1-\mathrm{i})=\mathrm{i}^{2023}=-\mathrm{i}$，故 $z=\dfrac{-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{-\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\dfrac{1-\mathrm{i}}{2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\mathrm{i}}{2}$，

所以 z 的虚部为 $-\dfrac{1}{2}$.

故选：A.

3. 为研究病毒的变异情况，某实验室成功分离出贝塔毒株、德尔塔毒株、奥密克戎毒株共 130 株，其数量之比为 7:2:4，现采用按比例分配的分层抽样的方法从中抽取一个容量为 26 的样本，则奥密克戎毒株应抽取（　　）株

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 14

【答案】C

【解析】

【分析】根据分层抽样的性质运算求解.

【详解】由题意可得：奥密克戎毒株应抽取$26\times\dfrac{4}{7+2+4}=8$株.

故选：C.

4. 在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，H是BC的中点，则直线A_1B与直线HC_1所成角的余弦值为（　　）

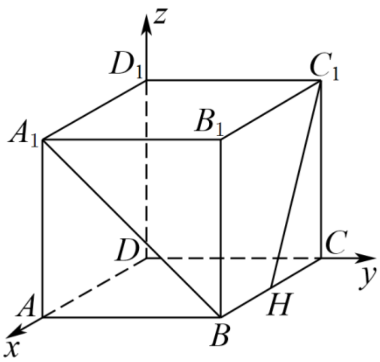
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】首先以D为原点，DA,DC,DD_1分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系，再利用空间向量法求解即可.

【详解】如图所示，以D为原点，DA,DC,DD_1分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系，



设正方体边长为2，则$B(2,2,0)$，$A_1(2,0,2)$，$H(1,2,0)$，$C_1(0,2,2)$，

则$\overrightarrow{A_1B}=(0,2,-2)$，$\overrightarrow{HC_1}=(-1,0,2)$，

设直线A_1B与直线HC_1所成角为θ，

则$\cos\theta=\dfrac{|0+0-4|}{\sqrt{4+4}\cdot\sqrt{1+4}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

故选：B

5. 已知向量$\vec{a}=(0,1,1)$，$\vec{b}=(1,2,1)$，则$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量为（　　）

A. $\left(0,\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right)$　　B. $\left(\dfrac{1}{2},1,\dfrac{1}{2}\right)$

C. $\left(0,\dfrac{3\sqrt{2}}{2},\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)$　　D. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

【答案】A

【解析】

【分析】求出$\vec{a}\cdot\vec{b}$和$|\vec{a}|$，根据投影向量的定义，即可求得答案.

【详解】由向量$\vec{a}=(0,1,1)$，$\vec{b}=(1,2,1)$可得$\vec{a}\cdot\vec{b}=(0,1,1)\cdot(1,2,1)=3$，

$|\vec{a}|=\sqrt{0^2+1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

故$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量为$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}\cdot\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{(0,1,1)}{\sqrt{2}}=\left(0,\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right)$，

故选：A

6. 已知空间四边形$OABC$中，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，点$M$在$BC$上，且$MB=2MC$，$N$为$OA$中点，则$\overrightarrow{MN}$等于（　　）

A. $\dfrac{1}{2}\vec{a}-\dfrac{2}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{3}\vec{c}$　　B. $\dfrac{1}{2}\vec{a}-\dfrac{2}{3}\vec{b}-\dfrac{1}{3}\vec{c}$

C. $-\dfrac{1}{2}\vec{a}-\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$　　D. $\dfrac{1}{2}\vec{a}-\dfrac{1}{3}\vec{b}-\dfrac{2}{3}\vec{c}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据空间向量的线性运算，用$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$和$\overrightarrow{OC}$表示出$\overrightarrow{MN}$即可.

【详解】解：因为点M在BC上，且$MB=2MC$，所以$\overrightarrow{MC}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，

所以$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{ON}$

$=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{OC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OA}$

$=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\right)-\overrightarrow{OC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OA}$

$=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OC}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OA}$

$=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OC}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OA}$

$=-\dfrac{2}{3}\vec{c}-\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{a}$

故选：D.

7. 已知点M在圆C：$(x+1)^2+(y+2)^2=1$上，直线l：$(2m+1)x+(m+1)y-m+3=0$（$m\in\mathrm{R}$），则点M到直线l的距离的最大值为（　　）

A. $5\sqrt{2}+1$　　B. $5\sqrt{2}-1$　　C. $\sqrt{34}+1$　　D. $\sqrt{34}-1$

【答案】A

【解析】

【分析】由已知直线方程求得直线过定点 $P(4,-7)$，再利用两点之间的距离公式求得圆心到直线的距离的最大值，即可求解.

【详解】整理直线方程得 $m(2x+y-1)+x+y+3=0$

联立 $\begin{cases}x+y+3=0\\2x+y-1=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=4\\y=-7\end{cases}$

所以直线 l 恒过定点 $P(4,-7)$

圆 C：$(x+1)^2+(y+2)^2=1$，圆心 $C(-1,-2)$，半径 $r=1$，

当 $CP\perp l$ 时，圆心 C 到直线 l 的距离取得最大值，最大值为

$|CP|=\sqrt{(4+1)^2+(-7+2)^2}=5\sqrt{2}$

所以点 M 到直线 l 的距离的最大值为 $|CP|+r=5\sqrt{2}+1$

故选：A

8. 设点 P 是双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）上任意一点，过 P 作双曲线的两条渐近线的平行线，分别交渐近线于点 A,B.若四边形 $OAPB$ 的面积为 2，则双曲线的焦距的最小值为（　　）

A. 8　　B. $4\sqrt{3}$　　C. $4\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】设 $P(m,n)$，过点 P 与直线 OA：$bx+ay=0$ 平行的直线方程为 $bx+ay+C=0$，求出 C，再联立方程求出 B 点的坐标，求出 $|OB|$ 及点 P 到直线 OB $bx-ay=0$ 的距离，利用四边形 $OAPB$ 的面积求出 ab，再结合基本不等式即可得解.

【详解】双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的渐近线方程为 $bx\pm ay=0$，

设 $P(m,n)$，过点 P 与直线 OA：$bx+ay=0$ 平行的直线方程为 $bx+ay+C=0$，

则 $bm+an+C=0$，所以 $C=-bm-an$，

则与直线 OA：$bx+ay=0$ 平行的直线方程为 $bx+ay-bm-an=0$，

联立$\begin{cases} bx+ay-bm-an=0 \\ bx-ay=0 \end{cases}$，解得$\begin{cases} x=\dfrac{bm+an}{2b} \\ y=\dfrac{bm+an}{2a} \end{cases}$，

即直线$bx+ay-bm-an=0$与渐近线$bx-ay=0$的交点$B\left(\dfrac{bm+an}{2b},\dfrac{bm+an}{2a}\right)$，

点P到直线OB：$bx-ay=0$的距离$d=\dfrac{|bm-an|}{\sqrt{b^2+a^2}}$，

$|OB|=\sqrt{\left(\dfrac{bm+an}{2b}\right)^2+\left(\dfrac{bm+an}{2a}\right)^2}=\dfrac{|bm+an|}{2}\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}}$，

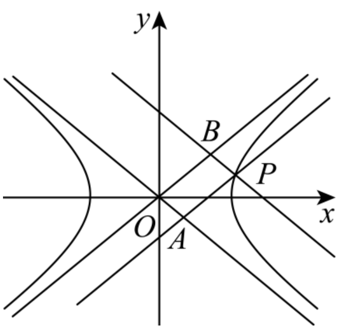
因为四边形$OAPB$的面积为2，所以$|OB|\cdot d=2$，即$\dfrac{|bm+an|}{2}\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}}\cdot\dfrac{|bm-an|}{\sqrt{b^2+a^2}}=2$，即

$\dfrac{|b^2m^2-a^2n^2|}{2ab}=2$，

因为$\dfrac{m^2}{a^2}-\dfrac{n^2}{b^2}=1$，所以$b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$，所以$\dfrac{|b^2m^2-a^2n^2|}{2ab}=\dfrac{ab}{2}=2$，所以$ab=4$，

由$c^2=a^2+b^2\ge 2ab=8$，当且仅当$a=b=2$时，取等号，所以$c^2\ge 8$，即$c\geqslant 2\sqrt{2}$，

所以双曲线的焦距的最小值为$4\sqrt{2}$.



故选：C

【点睛】关键点点睛：根据平行四边形的面积公式建立方程求出a,b的关系，再由基本不等式是解决本题的关键.

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 下列函数中，既是偶函数又在$(0,+\infty)$上是单调递增的函数是（　　）

A. $y=1-\ln|x|$　　B. $y=2^{|x|}$　　C. $y=x^2+2x$　　D. $y=\sqrt{x^2}$

【答案】BD

【解析】

【分析】利用偶函数的定义和初等函数的单调性对每个选项进行判断即可

【详解】对于 A，当 $x\in(0,+\infty)$， $y=1-\ln|x|=1-\ln x$，

由于 $y=\ln x$ 是定义域内的单调递增函数，所以 $y=1-\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是单调递减，故错误；

对于 B，令 $f(x)=2^{|x|}$，定义域为 R，

因为 $f(-x)=2^{|-x|}=2^{|x|}=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数，

当 $x\in(0,+\infty)$， $f(x)=2^{|x|}=2^x$ 为单调递增函数，故正确；

对于 C， $y=x^2+2x=(x+1)^2-1$ 的对称轴为 $x=-1$，不关于 y 轴对称，不是偶函数，故错误；

对于 D，令 $g(x)=\sqrt{x^2}$，定义域为 R，

因为 $g(-x)=\sqrt{(-x)^2}=\sqrt{x^2}=g(x)$，所以 $g(x)$ 为偶函数，

当 $x\in(0,+\infty)$， $g(x)=\sqrt{x^2}=x$ 为单调递增函数，故正确；

故选：BD

10. 已知直线 l 过点 $(1,1)$，下列说法正确的是（　　）

A. 若直线 l 的倾斜角为 $90°$，则方程为 $x=1$

B. 若直线 l 在两坐标轴上的截距相等，则方程为 $x+y-2=0$

C. 直线 l 与圆： $x^2+y^2=3$ 始终相交

D. 若直线 l 和以 $M(-3,3)$， $N(-1,-3)$ 为端点的线段有公共点，则直线 l 的斜率 $k\in\left[-\frac{1}{2},2\right]$

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据直线方程的斜率特点，即可判断 A；根据直线截距的概念，分类讨论求解直线方程，即可判断 B；根据点与圆的位置关系，来判断直线与圆的位置关系，即可判断 C；确定直线 l 与线段的位置关系即可得斜率的取值范围，即可判断 D.

【详解】解：对于 A，若直线 l 的倾斜角为 $90°$，则直线斜率不存在，又直线 l 过点 $(1,1)$，所以方程为 $x=1$，

故 A 正确；

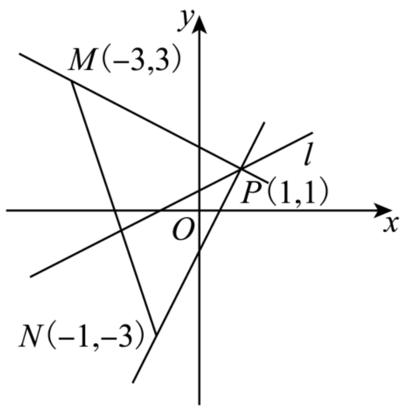
对于 B，若直线l在两坐标轴上的截距相等，若两坐标轴上的截距均为 0，则直线方程为$x-y=0$；

若两坐标轴上的截距均不为 0 且相等，则直线斜率为-1，又直线l过点$(1,1)$，所以方程为$x+y-2=0$；

综上，直线l的方程为$x-y=0$或$x+y-2=0$，故 B 不正确；

对于 C，圆：$x^2+y^2=3$，又$1^2+1^2<3$，则点$(1,1)$在圆内，又直线l过点$(1,1)$，所以直线l与圆：$x^2+y^2=3$始终相交，故 C 正确；

对于 D，设$P(1,1)$，又$M(-3,3)$，$N(-1,-3)$，所以$k_{PM}=\dfrac{1-3}{1+3}=-\dfrac{1}{2},k_{PN}=\dfrac{1+3}{1+1}=2$，



如上图，要使直线l和以$M(-3,3)$，$N(-1,-3)$为端点的线段有公共点，则直线l的斜率$k\in\left[-\dfrac{1}{2},2\right]$，故 D 正确.

故选：ACD.

11. 已知抛物线C：$y^2=-4x$，过抛物线 焦点F作倾斜角为θ的直线l交C于M，N两点，则（　　）

A. $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=3$（$O$为原点）　　B. 若$\theta=45°$，则$|MN|=8$

C. $\dfrac{1}{|MF|}+\dfrac{1}{|NF|}=1$　　D. 以MF为直径的圆与y轴相切

【答案】BCD

【解析】

【分析】举特例即当$\theta=90^\circ$时，计算$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=-3$，判断 A；根据抛物线的弦长公式可判断 B；分$\theta=90^\circ$和$\theta\neq 90^\circ$两种情况分别求得$\dfrac{1}{|MF|}+\dfrac{1}{|NF|}$的值，判断 C；计算$M,F$的中点到$y$轴的距离和$|MF|$比较，可判断 D.

【详解】由题意可知抛物线C：$y^2=-4x$的焦点为$F(-1,0)$，$p=2$，

设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2),x_1\le 0,x_2\le 0$，

对于 A，当 $\theta=90^{\circ}$ 时，直线 l 的方程为 $x=-1$，

此时不妨设 $M(-1,2),N(-1,-2)$，则 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=(-1,2)\cdot(-1,-2)=-3$，A 错误；

对于 B, $\theta=45^{\circ}$ 时，直线 l 的方程为 $y=x+1$，

联立 $y^2=-4x$ 得：$x^2+6x+1=0$，

则 $x_1+x_2=-6$，故 $|MN|=p-(x_1+x_2)=2-(-6)=8$，B 正确；

对于 C，当 $\theta=90^{\circ}$ 时，直线 l 的方程为 $x=-1$，

此时 $\dfrac{1}{|MF|}+\dfrac{1}{|NF|}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$；

当 $\theta\ne 90^{\circ}$ 时，设直线 l 的方程为 $y=k(x+1)$，由题意知 $k\ne 0$，

联立 $y^2=-4x$ 得：$k^2x^2+(2k^2+4)x+k^2=0$，$\Delta=16(k^2+1)>0$，

则 $x_1+x_2=\dfrac{2k^2+4}{k^2},x_1x_2=1$，

则 $\dfrac{1}{|MF|}+\dfrac{1}{|NF|}=\dfrac{1}{1-x_1}+\dfrac{1}{1-x_2}=\dfrac{2-(x_1+x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)}=\dfrac{2-(x_1+x_2)}{1-(x_1+x_2)+x_1x_2}$

$$=\frac{2-\dfrac{2k^2+4}{k^2}}{1-\dfrac{2k^2+4}{k^2}+1}=1,$$

综合以上可得 $\dfrac{1}{|MF|}+\dfrac{1}{|NF|}=1$，C 正确；

对于 D, $|MF|=1-x_1$，M,F 的中点的横坐标为 $\dfrac{-1+x_1}{2}$，

故 M,F 的中点到 y 轴的距离为 $\dfrac{|-1+x_1|}{2}=\dfrac{1-x_1}{2}=\dfrac{1}{2}|MF|$，

即以 MF 为直径的圆与 y 轴相切,D 正确，

故选：BCD

12. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 2，E、F 分别是 AB 和 CD 的中点，下列说法正确的是（　　）

A. 直线 BD 与直线 AC 互相垂直

B. 线段 EF 的长为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C. 直线 AB 与平面 BCD 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

D. 正四面体 $ABCD$ 内存在点到四个面的距离都为 $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

【答案】ACD

【解析】

【分析】取 BD 中点 P，连接 CP, AP，证明 $BD\perp$平面 PAC，即可判断 A；根据空间向量基本定理及数量积的运算律计算即可判断 B；连接 BF 交 CP 于点 O，则点 O 为点 A 在平面 BCD 上的投影，则 $\angle ABF$ 即为直线 AB 与平面 BCD 所成角的平面角，求出 $\sin\angle ABF$ 即可判断 C；利用等体积法求出正四面体 $ABCD$ 的内切球的半径即可判断 D.

【详解】对于 A，取 BD 的中点 P，连接 CP, AP，

因为 $AB=AD=CB=CD$，

所以 $AP\perp BD, CP\perp BD$，

又 $AP\cap CP=P, AP, CP\subset$平面 PAC，

所以 $BD\perp$平面 PAC，

又 $AC\subset$平面 PAC，所以 $BD\perp AC$，故 A 正确；

对于 B，$\angle BAC=\angle BAD=\angle CAD=\dfrac{\pi}{3}$，

$$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)$$

$$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},$$

则 $$\left|\overrightarrow{EF}\right|=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{AD}^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{4+4+4-4-4+4}=\sqrt{2}$$，故 B 错误；

对于 C，连接 BF 交 CP 于点 O，连接 OP，则 O 为 $\triangle BCD$ 的中心，

则点 O 为点 A 在平面 BCD 上的投影，即 $OA\perp$平面 BCD，

则 $\angle ABF$ 即为直线 AB 与平面 BCD 所成角的平面角，

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中，$OB=\frac{2}{3}BF=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

则 $\sin\angle ABO=\frac{OA}{AB}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

即直线 AB 与平面 BCD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，故 C 正确；

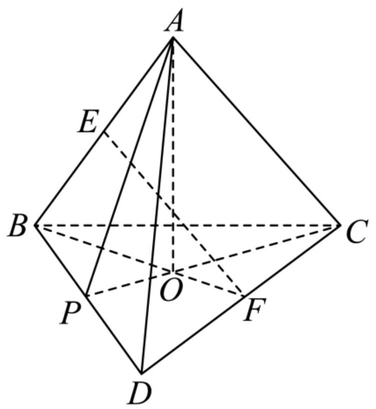
对于 D，设正四面体 $ABCD$ 的内切球的半径为 r，

则 $V_{A-BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot OA=\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot r+\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot r+\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot r+\frac{1}{3}S_{\triangle ACD}\cdot r$，

所以 $r=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

所以正四面体 $ABCD$ 内存在点到四个面的距离都为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$，故 D 正确.

故选：ACD.



三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 命题“$\exists x\in R, x+|x|<0$”的否定是__________

【答案】$\forall x\in R, x+|x|\geq 0$；

【解析】

【分析】根据存在量词　命题的否定为全称量词命题即可得解；

【详解】解：因为命题“$\exists x\in R, x+|x|<0$”为存在量词命题，其否定为全称量词命题为 $\forall x\in R, x+|x|\geq 0$

故答案为：$\forall x\in R, x+|x|\geq 0$

14. 已知单位向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，且 $\vec{a}\perp(\vec{a}+2\vec{b})$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$______.

【答案】$\sqrt{3}$