

第四章 图形的相似

小结与复习





要点梳理

一、线段的比和成比例线段的定义

如果选用一个长度单位量得两条线段 a ， b 的长度分别为 m ， n ，那么两条线段的比。

$$a : b = m : n \text{ 或 } \frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

四条线段 a ， b ， c ， d 中，如果 a 与 b 的比等于 c 与 d 的比，那么这四条线段 a ， b ， c ， d 叫做成比例线段，简称比例线段。

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

二、比例的性质

比例的基本性质—

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc .$$

比例的合比性质—

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$$

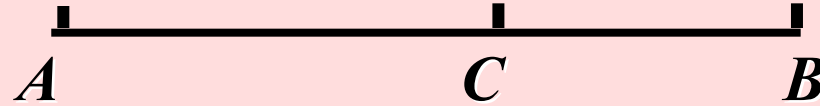
比例的更比性质—

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

比例的等比性质—

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a + c + \dots + m}{b + d + \dots + n} = \frac{a}{b} (b + d + \dots + n \neq 0)$$

三、黄金分割



点C把线段AB分成两条线段AC和BC, 如果 $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$

那么称线段AB被点C **黄金分割**

点C叫做线段AB的 **黄金分割点**

AC与AB (或BC与AC) 的比叫做 **黄金比**

黄金比 $= \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$

四、相似三角形的定义、判定、性质

1. 定义：

三角对应角相等、三边对应成比例的两个三角形叫相似三角形。

2. 判定定理：

(1) 两角相等的两个三角形相似

(2) 三边对应成比例的两个三角形相似

(3) 两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似

3. 性质：

(1) 相似三角形对应角相等，对应边成比例

(2) 相似三角形对应高的比，对应角平分线的比和对应中线的比都等于相似比

★相似三角形周长的比等于

相似比

★相似三角形面积的比等于

相似比的平方

★相似多边形的周长比等于

相似比

★相似多边形面积的比等于

相似比的平方

五、相似三角形的应用

(1) 测高 (不能直接使用皮尺或刻度尺量的)

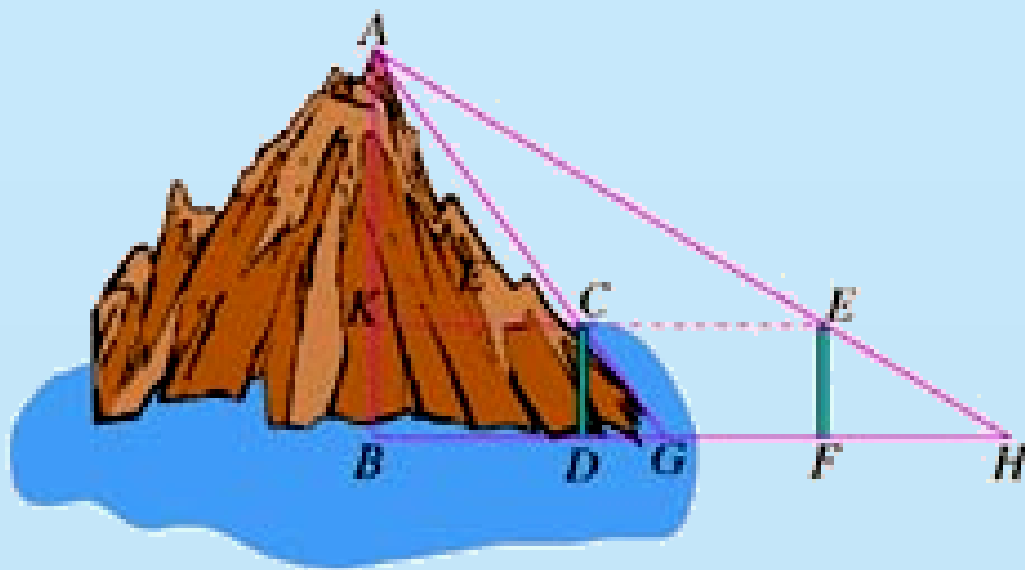
测量不能到达顶部的物体的高度，通常用“在同一时刻物高与影长成比例”的原理解决。

(2) 测距 (不能直接测量的两点间的距离)

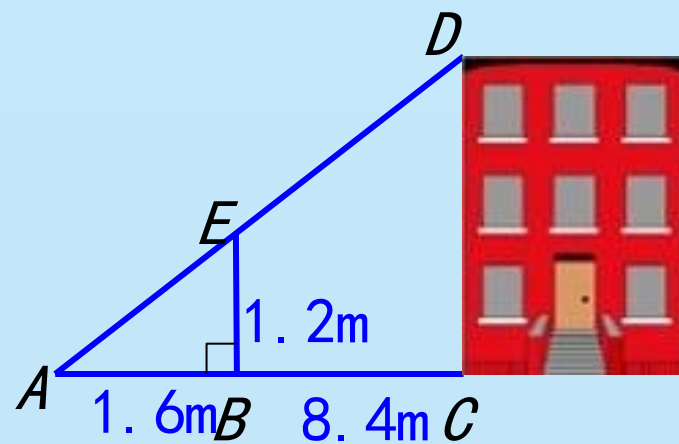
测量不能到达两点间的距离，常构造相似三角形求解。

例如用相似测物体的高度

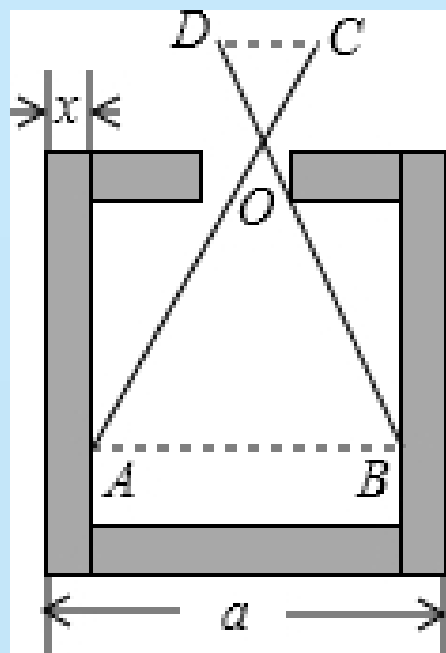
测山高



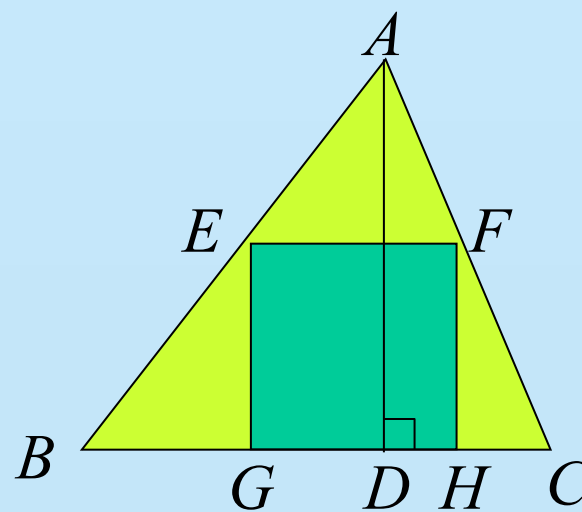
测楼高



测内孔直径



求最大值与最小值



六、图形的位似

如果两个图形不仅是相似图形，而且是每组对应点所在的直线都经过同一个点，那么这样的两个图形叫做位似图形。

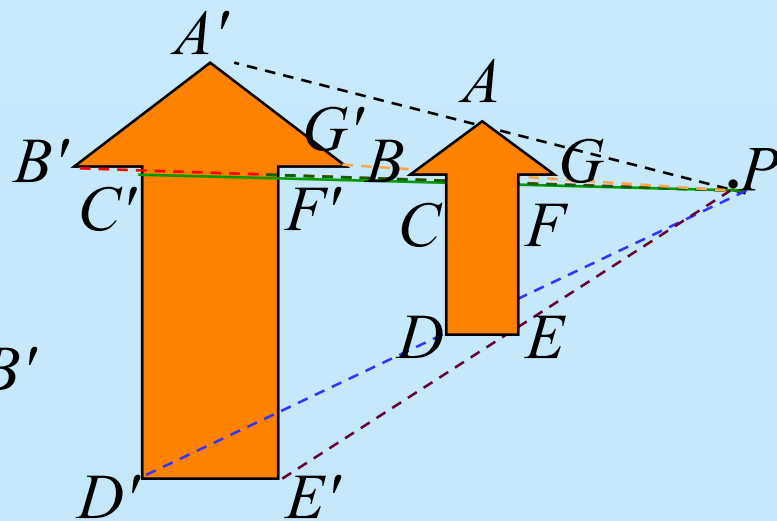
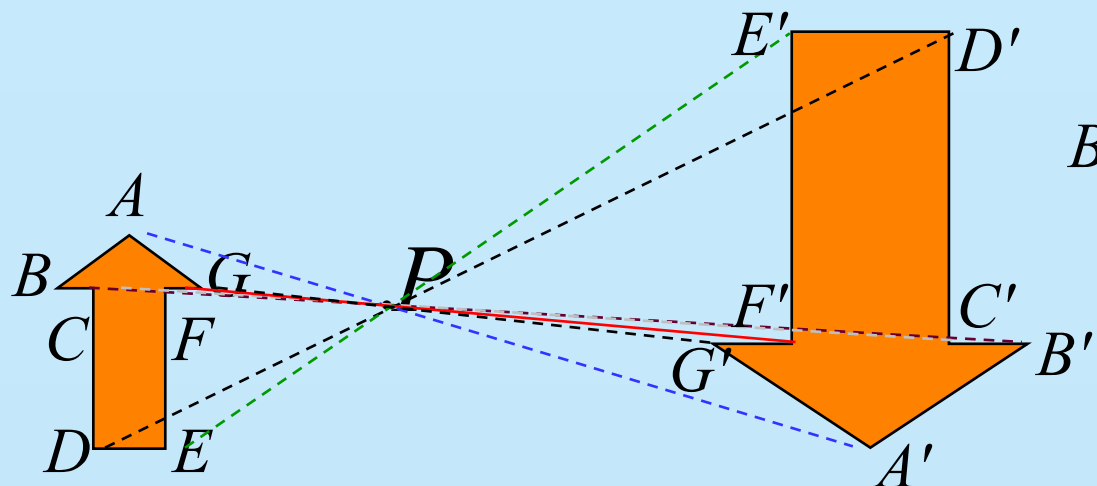
★这个点叫做**位似中心**。

★这两个相似图形的相似比又称为**位似比**。

★位似图形上任意一对对应点到位似中心的距离之比等于**位似比**。

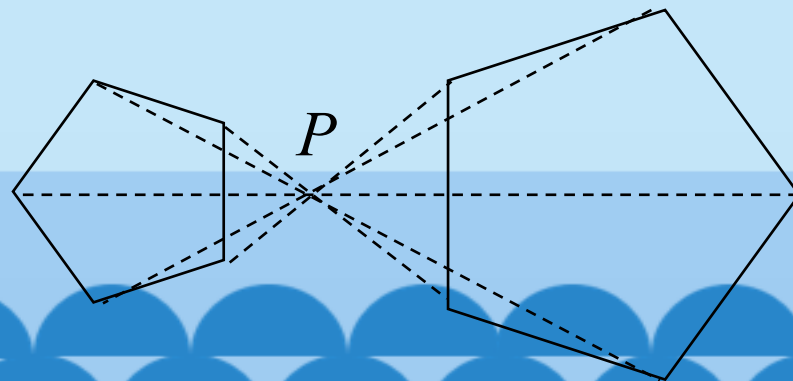
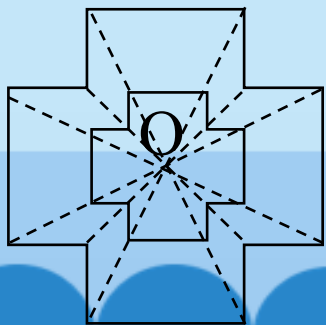
七、位似图形的作法

1. 如何作位似图形(放大).



2. 如何作位似图形(缩小).

3. 体会位似图形何时为**正像**何时为**倒像**.





考点讲练

考点一 成比例线段、比例的性质和黄金分割

例1 下列各组不同长度的线段是成比例线段的是(C)

- A. 3 cm, 6 cm, 7 cm, 9 cm
- B. 2 cm, 5 cm, 0.6 dm, 8 cm
- C. 3 cm, 9 cm, 1.8 dm, 6 cm
- D. 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm

解析：根据成比例线段的定义，对各选项进行一一分析。

A. $\frac{3}{6} \neq \frac{7}{9}$ ，故不是成比例线段；

B. $0.6 \text{ dm} = 6 \text{ cm}$ ， $\frac{2}{5} \neq \frac{6}{8}$ ，故不是成比例线段；

C. $1.8 \text{ dm} = 18 \text{ cm}$ ，从小到大排序为3 cm，6 cm，9 cm，18 cm， $\frac{3}{6} = \frac{9}{18}$ ，故是成比例线段；

D. $\frac{1}{2} \neq \frac{3}{4}$ ，故不是成比例线段。

方法总结

- (1) 在判断是否成比例线段时，长度单位必须相同，若长度单位不同，应先统一单位再判断；
- (2) 在判断是否成比例线段时，应首先将四条线段按长短顺序排列起来，若两条较短线段的长度的比等于两条较长的线段的比，则是成比例线段，否则不是。

针对训练

1. 四条线段 a 、 b 、 c 、 d 成比例，其中 $b=3\text{cm}$ ， $c=2\text{cm}$ ， $d=6\text{cm}$ ，则 $a=\underline{\quad 1 \quad}$

2. 四个正数 a 、 b 、 c 、 d 能构成比例式，其中 $b=3$ ， $c=2$ ， $d=6$ ，则 a 或 9 或 1。

3. 若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{5}{2}$ 则

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{5}{2}$$

4.若线段 $MN=10$ ，点 K 为 MN 的黄金分割点，则 KM 的长为 $5\sqrt{5}-5$ 或 $15-5\sqrt{5}$ 。

考点二 平分线分线段成比例

例2 如图，已知： $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $AD=3$ ， $DB=6$ ， $AE=2$ ，求 AC 的长。

解： $\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$

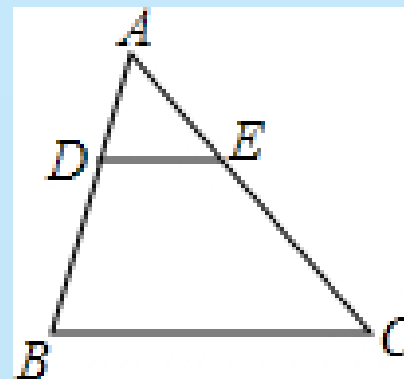
又 $\because AD=3$ ， $DB=6$ ， $AE=$

$$2, \frac{3}{6} = \frac{2}{EC}$$

\therefore

解得 $EC=4$ 。

$\therefore AC=AE+EC=6$ 。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/515242130140012003>