

山西省汾阳中学 2023-2024 学年高三 5 月月考（数学试题文）试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

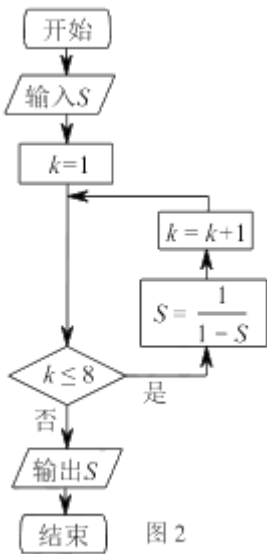
1. 已知 l, m 是两条不同的直线， $m \perp$ 平面 α ，则“ $l // \alpha$ ”是“ $l \perp m$ ”的（ ）

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 设全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 4 > 0\}$ ，则 $\complement_U A =$ （ ）

- A. $\{x | -1 < x < 4\}$ B. $\{x | -4 < x < 1\}$ C. $\{x | -1 \leq x \leq 4\}$ D. $\{x | -4 \leq x \leq 1\}$

3. 执行如图所示的程序框图，当输出的 $S = 2$ 时，则输入的 S 的值为（ ）



- A. -2 B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ ，其右焦点 F 的坐标为 $(c, 0)$ ，点 P 是第一象限内双曲线渐近线上的一点， O

为坐标原点，满足 $|OP| = \frac{c^2}{a}$ ，线段 OP 交双曲线于点 Q 。若 Q 为 OP 的中点，则双曲线的离心率为（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

5. 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ， $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ，则 $A \cap B$ 等于（ ）

A. $\{0,1,2\}$ B. $\{-2,-1,0,1,2\}$ C. $\{-2,-1,0,1,2,3\}$ D. $\{1,2\}$

6. 若函数 $f(x) = 2\sin(x+2\theta) \cdot \cos x$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 的图象过点 $(0,2)$, 则 ()

A. 函数 $y = f(x)$ 的值域是 $[0,2]$ B. 点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 是 $y = f(x)$ 的一个对称中心

C. 函数 $y = f(x)$ 的最小正周期是 2π D. 直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 是 $y = f(x)$ 的一条对称轴

7. 设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右顶点为 A , 右焦点为 F , B, C 为椭圆上关于原点对称的两点, 直线 BF 交

直线 AC 于 M , 且 M 为 AC 的中点, 则椭圆 E 的离心率是 ()

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

8. 已知平面 $ABCD \perp$ 平面 $ADEF$, $AB \perp AD, CD \perp AD$, 且 $AB = 3, AD = CD = 6$, $ADEF$ 是正方形, 在正方形

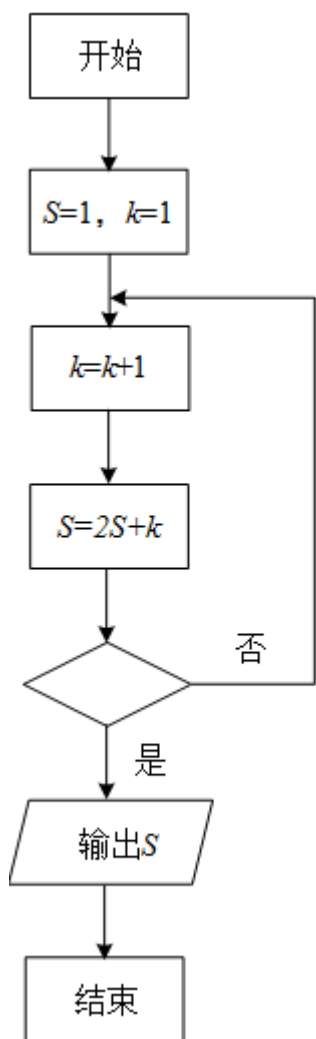
$ADEF$ 内部有一点 M , 满足 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等, 则点 M 的轨迹长度为 ()

A. $\frac{4}{3}$ B. 16 C. $\frac{4}{3}\pi$ D. 8π

9. 若集合 $A = \{x | x(x-2) > 0\}$, $B = \{x | x-1 > 0\}$, 则 $A \cap B =$

A. $\{x | x > 1 \text{ 或 } x < 0\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | x > 2\}$ D. $\{x | x > 1\}$

10. 某程序框图如图所示, 若输出的 $S = 120$, 则判断框内为 ()



- A. $k > 7?$ B. $k > 6?$ C. $k > 5?$ D. $k > 4?$

11. 已知函数 $f(x) = x^3 + a \sin x, x \in R$, 若 $f(-1) = 2$, 则 $f(1)$ 的值等于 ()

- A. 2 B. -2 C. $1+a$ D. $1-a$

12. 设 $(1+i)a = 1+bi$, 其中 a, b 是实数, 则 $|a+2bi| = ()$

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

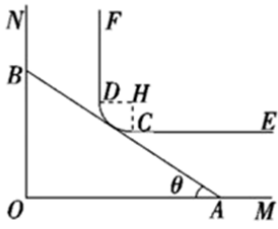
13. 函数 $f(x) = \sqrt{x}(\sqrt{x}-4) + x - 1$ 的值域为_____.

14. 已知等边三角形 ABC 的边长为 1. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$, 点 N, T 分别为线段 BC, CA 上的动点, 则

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{NT} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{TM} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{MN}$ 取值的集合为_____.

15. 如图, 某市一学校 H 位于该市火车站 O 北偏东 45° 方向, 且 $OH = 4\sqrt{2}km$, 已知 OM, ON 是经过火车站 O 的两条互相垂直的笔直公路, CE, DF 及圆弧 CD 都是学校道路, 其中 $CE \parallel OM, DF \parallel ON$, 以学校 H 为圆心, 半径为

$2km$ 的四分之一圆弧分别与 CE, DF 相切于点 C, D . 当地政府欲投资开发 $\angle AOB$ 区域发展经济, 其中 A, B 分别在公路 OM, ON 上, 且 AB 与圆弧 CD 相切, 设 $\angle OAB = \theta$, $\angle AOB$ 的面积为 $S km^2$.



(1) 求 S 关于 θ 的函数解析式;

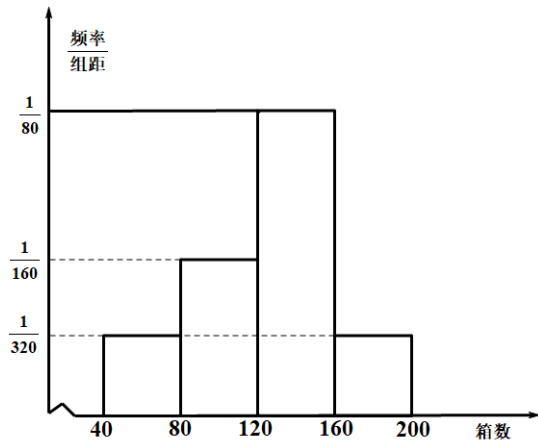
(2) 当 θ 为何值时, $\angle AOB$ 面积 S 为最小, 政府投资最低?

16. 已知实数 x, y 满足
$$\begin{cases} y \leq x \\ x - 4y - 3 \leq 0 \\ 2x + y - 6 \leq 0 \end{cases}$$
 则目标函数 $z = x + 2y - 1$ 的最小值为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 近几年一种新奇水果深受广大消费者的喜爱, 一位农户发挥聪明才智, 把这种露天种植的新奇水果搬到了大棚里, 收到了很好的经济效益。根据资料显示, 产出的新奇水果的箱数 x (单位: 十箱) 与成本 y (单位: 千元) 的关系如下:

x	1	3	4	1	2
y	5	1.5	2	2.5	8



y 与 x 可用回归方程 $y = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ (其中 \hat{a}, \hat{b} 为常数) 进行模拟.

(I) 若该农户产出的该新奇水果的价格为 150 元/箱, 试预测该新奇水果 100 箱的利润是多少元. |.

(II) 据统计, 10 月份的连续 11 天中该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的频率分布直方图如图所示.

(i) 若从箱数在 $[40, 120)$ 内的天数中随机抽取 2 天, 估计恰有 1 天的水果箱数在 $[80, 120)$ 内的概率;

(ii) 求这 11 天该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的平均值. (每组用该组区间的中点值作代表)

参考数据与公式：设 $t = \lg x$ ，则

\bar{t}	\bar{y}	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2$
0.54	1.8	1.53	0.45

线性回归直线 $\hat{y} = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ 中， $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}$ 。

18. (12分) 已知二阶矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，矩阵 A 属于特征值 $\lambda_1 = -1$ 的一个特征向量为 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ，属于特征值 $\lambda_2 = 4$

的一个特征向量为 $\alpha_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ 。求矩阵 A 。

19. (12分) 已知 $f(x) = A \sin(\omega x + \phi)$ ($A > 0, 0 < \omega < 4, |\phi| < \frac{\pi}{2}$) 过点 $(0, \frac{1}{2})$ ，且当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时，函数 $f(x)$ 取得最大值 1。

(1) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到函数 $g(x)$ ，求函数 $g(x)$ 的表达式；

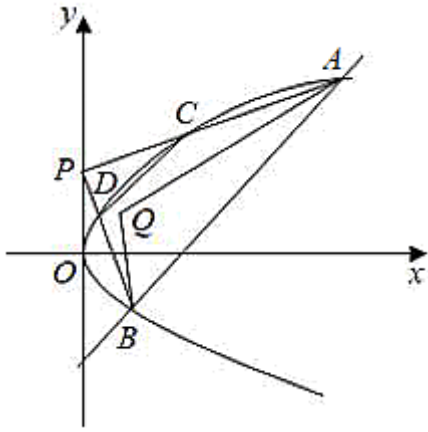
(2) 在 (1) 的条件下，函数 $h(x) = f(x) + g(x) + 2 \cos^2 x - 1$ ，求 $h(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的值域。

20. (12分) 一年之计在于春，一日之计在于晨，春天是播种的季节，是希望的开端。某种植户对一块地的 $n (n \in \mathbb{N}^*)$ 个坑进行播种，每个坑播 3 粒种子，每粒种子发芽的概率均为 $\frac{1}{2}$ ，且每粒种子是否发芽相互独立。对每一个坑而言，如果至少有两粒种子发芽，则不需要进行补播种，否则要补播种。

(1) 当 n 取何值时，有 3 个坑要补播种的概率最大？最大概率为多少？

(2) 当 $n = 4$ 时，用 X 表示要补播种的坑的个数，求 X 的分布列与数学期望。

21. (12分) 已知点 $P(0, 1)$ ，直线 $y = x + t (t < 0)$ 与抛物线 $y^2 = 2x$ 交于不同两点 A, B ，直线 PA, PB 与抛物线的另一交点分别为两点 C, D ，连接 CD ，点 P 关于直线 CD 的对称点为点 Q ，连接 AQ, BQ 。



(1) 证明: $AB \parallel CD$;

(2) 若 $\triangle QAB$ 的面积 $S \geq 1-t$, 求 t 的取值范围.

22. (10分) 已知函数 $f(x) = |x+6| - |m-x| (m \in R)$.

(I) 当 $m=3$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 5$ 的解集;

(II) 若不等式 $f(x) \leq 7$ 对任意实数 x 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

【解析】

根据充分条件和必要条件的定义, 结合线面垂直的性质进行判断即可.

【详解】

当 $m \perp$ 平面 α 时, 若 $l \parallel \alpha$ 则 " $l \perp m$ " 成立, 即充分性成立,

若 $l \perp m$, 则 $l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$, 即必要性不成立,

则 " $l \parallel \alpha$ " 是 " $l \perp m$ " 充分不必要条件,

故选: A.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断, 结合线面垂直的性质和定义是解决本题的关键. 难度不大, 属于基础题

2、C

【解析】

解一元二次不等式求得集合 A ，由此求得 $\complement_U A$

【详解】

由 $x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1) > 0$ ，解得 $x < -1$ 或 $x > 4$ 。

因为 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$ ，所以 $\complement_U A = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$ 。

故选：C

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查集合补集的概念和运算，属于基础题。

3、B

【解析】

若输入 $S = -2$ ，则执行循环得 $S = \frac{1}{3}, k = 2; S = \frac{3}{2}, k = 3; S = -2, k = 4; S = \frac{1}{3}, k = 5; S = \frac{3}{2}, k = 6;$

$S = -2, k = 7; S = \frac{1}{3}, k = 8; S = \frac{3}{2}, k = 9;$ 结束循环，输出 $S = \frac{3}{2}$ ，与题意输出的 $S = 2$ 矛盾；

若输入 $S = -1$ ，则执行循环得 $S = \frac{1}{2}, k = 2; S = 2, k = 3; S = -1, k = 4; S = \frac{1}{2}, k = 5; S = 2, k = 6;$

$S = -1, k = 7; S = \frac{1}{2}, k = 8; S = 2, k = 9;$ 结束循环，输出 $S = 2$ ，符合题意；

若输入 $S = -\frac{1}{2}$ ，则执行循环得 $S = \frac{2}{3}, k = 2; S = 3, k = 3; S = -\frac{1}{2}, k = 4; S = \frac{2}{3}, k = 5; S = 3, k = 6;$

$S = -\frac{1}{2}, k = 7; S = \frac{2}{3}, k = 8; S = 3, k = 9;$ 结束循环，输出 $S = 3$ ，与题意输出的 $S = 2$ 矛盾；

若输入 $S = \frac{1}{2}$ ，则执行循环得 $S = 2, k = 2; S = -1, k = 3; S = \frac{1}{2}, k = 4; S = 2, k = 5; S = -1, k = 6;$

$S = \frac{1}{2}, k = 7; S = 2, k = 8; S = -1, k = 9;$ 结束循环，输出 $S = -1$ ，与题意输出的 $S = 2$ 矛盾；

综上选 B。

4、C

【解析】

计算得到 $\square\left(\square, \frac{\square\square}{\square}\right)$ ， $\square\left(\square, \frac{\square\square}{\square}\right)$ ，代入双曲线化简得到答案。

【详解】

双曲线的一条渐近线方程为 $\square = \frac{\square}{\square}\square$ ， \square 是第一象限内双曲线渐近线上的一点， $|\square\square| = \frac{\square^2}{\square}$ ，

故 $\square\left(\square, \frac{\square\square}{\square}\right)$, $\square(\square, 0)$, 故 $\square\left(\square, \frac{\square\square}{2\square}\right)$, 代入双曲线化简得到: $\frac{3\square^2}{4\square^2} = 1$, 故 $\square = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选: \square .

【点睛】

本题考查了双曲线离心率, 意在考查学生的计算能力和综合应用能力.

5、A

【解析】

进行交集的运算即可.

【详解】

$$Q A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{x | -2, x, 2\},$$

$$\therefore A \cap B = \{0, 1, 2\}.$$

故选: A.

【点睛】

本题主要考查了列举法、描述法的定义, 考查了交集的定义及运算, 考查了计算能力, 属于基础题.

6、A

【解析】

根据函数 $f(x)$ 的图像过点 $(0, 2)$, 求出 θ , 可得 $f(x) = \cos 2x + 1$, 再利用余弦函数的图像与性质, 得出结论.

【详解】

由函数 $f(x) = 2 \sin(x + 2\theta) \cdot \cos x$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 的图像过点 $(0, 2)$,

可得 $2 \sin 2\theta = 2$, 即 $\sin 2\theta = 1$,

$$\therefore 2\theta = \frac{\pi}{2}, \theta = \frac{\pi}{4},$$

$$\text{故 } f(x) = 2 \sin(x + 2\theta) \cdot \cos x = 2 \cos^2 x = \cos 2x + 1,$$

对于 A, 由 $-1 \leq \cos 2x \leq 1$, 则 $0 \leq f(x) \leq 2$, 故 A 正确;

对于 B, 当 $x = \frac{\pi}{4}$ 时, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, 故 B 错误;

对于 C, $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$, 故 C 错误;

对于 D, 当 $x = \frac{\pi}{4}$ 时, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, 故 D 错误;

故选：A

【点睛】

本题主要考查了二倍角的余弦公式、三角函数的图像与性质，需熟记性质与公式，属于基础题.

7、C

【解析】

连接 OM ， OM 为 $\triangle ABC$ 的中位线，从而 $\triangle OFM \sim \triangle AFB$ ，且 $\frac{|OF|}{|FA|} = \frac{1}{2}$ ，进而 $\frac{c}{a-c} = \frac{1}{2}$ ，由此能求出椭圆的离心率.

率.

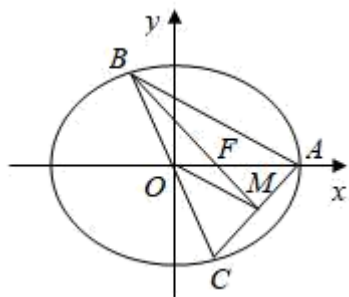
【详解】

如图，连接 OM ，

Q 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 A ，右焦点为 F ，

B 、 C 为椭圆上关于原点对称的两点，不妨设 B 在第二象限，

直线 BF 交直线 AC 于 M ，且 M 为 AC 的中点



$\therefore OM$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore \triangle OFM \sim \triangle AFB$ ，且 $\frac{|OF|}{|FA|} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \frac{c}{a-c} = \frac{1}{2}$ ，

解得椭圆 E 的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$ 。

故选：C

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质，考查了运算求解能力，属于基础题.

8、C

【解析】

根据 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等，判断出 $MD = 2AM$ ，建立平面直角坐标系，求得 M

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/515312211113012002>