

专题 03 相似三角形的性质（四大类型）



【题型 1 相似三角形的性质】

【题型 2 相似三角形的性质与判定综合应用】

【题型 3 作图-相似变换】

【题型 4 射影定理】



【题型 1 相似三角形的性质】

1. （2022 秋·清远期末）若两个相似三角形的对应边之比为 4: 5，则这两个相似三角形对应中线的比为（ ）

A. 4: 5 B. 16: 5 C. 16: 25 D. 8: 10

【答案】A

【解答】解：∵两个相似三角形对应边的比为 4: 5，

∴它们对应中线的比为 4: 5，

故选：A.

2. （2023 秋·城关区校级期中）若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比为 1: 2，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为（ ）

A. 1: 4 B. 1: 2 C. 2: 1 D. 1: $\sqrt{2}$

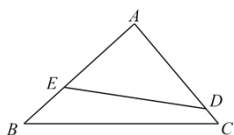
【答案】B

【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比为 1: 2，

∴ $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 对应的角平分线之比为 1: 2，

故选：B.

3. （2023·花溪区模拟）如图，D，E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC，AB 上的点， $\triangle ADE \sim \triangle ABC$. 如果 $AD: AB=4: 7$ ，则 $DE: BC$ 的值为（ ）



A. 16: 49 B. 4: 7 C. 4: 14 D. 8: 7

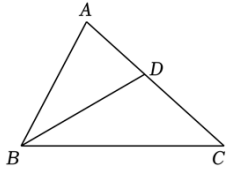
【答案】B

【解答】解：∵ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$. 如果 $AD:AB=4:7$,

$$\therefore DE:BC=AE:AC=AD:AB=4:7,$$

故选：B.

4. (2022 秋•上城区期末) 如图 $\triangle BCD$ 中, $BD=CD=5$, 延长 CD 至点 A , 使 $AD=3$, 连结 AB , 此时 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$. 则 BC 的长为 ()



A. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{5\sqrt{15}}{3}$

C. $\frac{20}{3}$

D. $4\sqrt{5}$

【答案】A

【解答】解：∵ $CD=5$, $AD=3$,

$$\therefore AC=AD+CD=8$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADB,$$

$$\therefore \frac{BC}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}.$$

$$\therefore AB^2 = AC \cdot AD = 24.$$

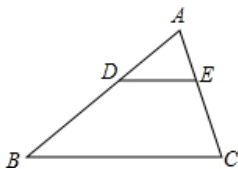
$$\therefore AB = 2\sqrt{6}.$$

$$\therefore \frac{BC}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\therefore BC = \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

故选：A.

5. (2023•茂南区校级一模) 如图, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 若 $AD=1$, $BD=2$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的相似比是 ()



A. 1: 2

B. 1: 3

C. 2: 3

D. 3: 2

【答案】B

【解答】解：∵ $AD=1$, $BD=2$,

$$\therefore AB=AD+BD=3.$$

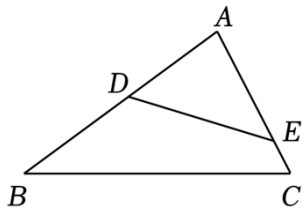
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore AD: AB=1: 3.$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 的相似比是 } 1: 3.$$

故选: B .

6. (2022 秋•通道县期末) 如图所示, $\triangle ADE \sim \triangle ACB$, $\angle AED = \angle B$, 那么下列比例式成立的是 ()



A. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$

B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

C. $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB} = \frac{DE}{BC}$

D. $\frac{AE}{EC} = \frac{DE}{BC}$

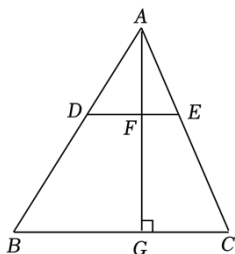
【答案】 A

【解答】解: $\because \triangle ADE \sim \triangle ACB$, $\angle AED = \angle B$,

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC},$$

故选: A .

7. (2023 秋•合浦县期中) 如图, 已知点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 边上的点, 且 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 相似比为 $1: 3$, $AG \perp BC$ 交 DE 于点 F , 则 $AF: AG =$ ()



A. $1: 3$

B. $3: 1$

C. $1: 9$

D. $9: 1$

【答案】 A

【解答】解: $\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \angle ADE = \angle B,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\because AG \perp BC,$$

$$\therefore AF \perp DE,$$

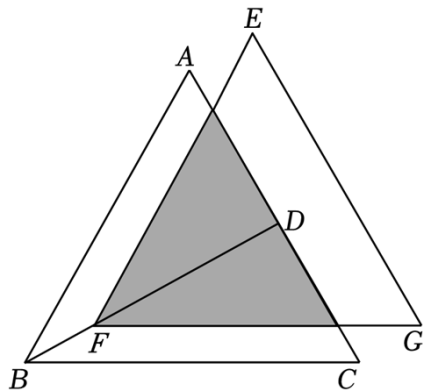
$$\because \text{相似比为 } 1: 3,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AF}{AG} = \frac{1}{3},$$

即 $AF:AG=1:3$.

故选: A .

13. (2023•石城县模拟) 如图, 将等边三角形 ABC 沿 AC 边上的高线 BD 平移到 $\triangle EFG$, 阴影部分面积记为 S , 若 $\frac{BF}{FD}=\frac{1}{3}$, $S_{\triangle ABC}=16$, 则 $S=\underline{9}$.



【答案】9.

【解答】解: $\because$ 等边三角形 ABC 沿 AC 边上的高线 BD 平移到 $\triangle EFG$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle EFG}, AC \parallel EG,$$

$$\therefore \triangle FMN \sim \triangle EFG \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle FMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{FD}{BD}\right)^2,$$

$$\therefore \frac{BF}{FD} = \frac{1}{3},$$

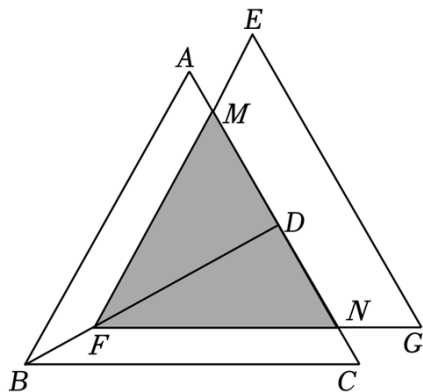
$$\therefore \frac{FD}{BD} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \triangle FMN \text{ 的面积记为 } S, S_{\triangle ABC} = 16,$$

$$\therefore \frac{S}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2,$$

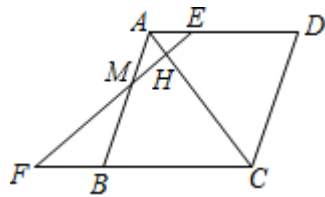
解得 $S=9$.

故答案为: 9.



【题型 2 相似三角形的性质与判定综合应用】

8. (2023•株洲模拟) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $EF \perp AC$, 垂足为点 H , 分别交 AD 、 AB 及 CB 的延长线于点 E 、 M 、 F , 且 $AE:FB=1:2$, 则 $AH:AC$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

【答案】B

【解答】解: 连接 BD , 如图,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $AD=BC$, $AD \parallel BC$,

$\because EF \perp AC$,

$\therefore EF \parallel BD$,

而 $DE \parallel BF$,

$\therefore$ 四边形 $BDEF$ 为平行四边形,

$\therefore DE=BF$,

由 $AE:FB=1:2$, 设 $AE=x$, $FB=DE=2x$, $BC=3x$,

$\therefore AE:CF=x:5x=1:5$,

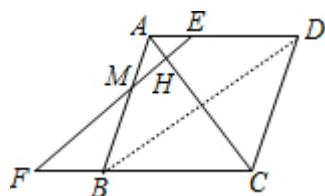
$\because AE \parallel CF$,

$\therefore \triangle AEH \sim \triangle CFH$,

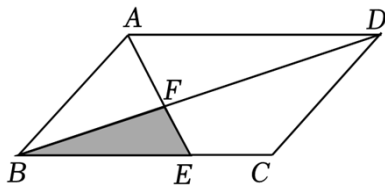
$\therefore AH:HC=AE:CF=1:5$,

$\therefore AH:AC=1:6$.

故选: B.



9. (2022 秋•宛城区校级期末) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 BC 边上的点且 $BE:EC=3:1$, AE 、 BD 交于点 F , 设 $\triangle BEF$ 的面积为 S_1 , 平行四边形 $ABCD$ 的面积为 S_2 , 则 $S_1:S_2$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{3}{14}$ C. $\frac{9}{56}$ D. $\frac{2}{15}$

【答案】C

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $BC=AD$, $BC \parallel AD$,

∴ $\triangle BEF \sim \triangle DAF$,

$$\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{BF}{DF}, \quad \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle DAF}} = \left(\frac{BE}{AD}\right)^2,$$

∵ $BE: EC = 3: 1$,

∴ $BE: AD = 3: 4$,

$$\therefore \frac{BF}{DF} = \frac{3}{4}, \quad \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle ADF}} = \frac{9}{16},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ADF}} = \frac{3}{4},$$

设 $S_{\triangle BEF} = 9x$, 则 $S_{\triangle ADF} = 16x$, $S_{\triangle ABF} = 12x$,

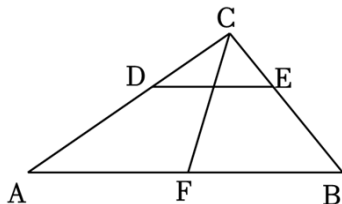
∴ $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABF} + S_{\triangle ADF} = 12x + 16x = 28x$,

∴ 平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $S_2 = 56x$,

$$\therefore S_1: S_2 = \frac{9}{56}.$$

故选：C.

10. (2023 秋·东昌府区月考) 如图, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别为 AC 、 BC 边上的点, $AB \parallel DE$, CF 为 AB 边上的中线, 若 $AD=5$, $CD=3$, $DE=4$, 则 BF 的长为 ()



- A. $\frac{32}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

【答案】B

【解答】解：∵ $AB \parallel DE$,

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CD},$$

$$\because AD=5, CD=3, DE=4,$$

$$\therefore AC=CD+AD=8,$$

$$\therefore \frac{3}{8} = \frac{4}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{32}{3};$$

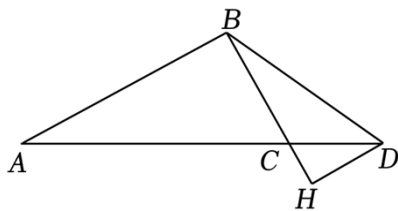
又 $\because CF$ 为 AB 边上的中线,

$\therefore F$ 为 AB 的中点,

$$\therefore BF = \frac{1}{2}AB = \frac{16}{3},$$

故选: B .

11. (2023 春•蓬安县期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=3$, 点 D 为 AC 延长线上的一点, $CD = \frac{1}{3}AC$, 过点 D 作 $DH \parallel AB$, 交 BC 的延长线于点 H , 若 $\angle A = \angle CBD$, 则 AB 的长为 ()



A. 6

B. 5

C. 4.2

D. 4

【答案】A

【解答】解: $\because DH \parallel AB$,

$$\therefore \angle ABC = \angle BHD,$$

$$\because \angle CBD = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BHD,$$

$$\therefore \frac{BC}{HD} = \frac{AB}{BH}.$$

$$\because DH \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DHC,$$

$$\therefore \frac{AB}{DH} = \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{CH} = 3,$$

$$\therefore AB = 3DH,$$

$$\because BC = 3,$$

$$\therefore CH = 1,$$

$$\therefore BH=3+1=4,$$

$$\therefore \frac{3}{HD} = \frac{3DH}{4},$$

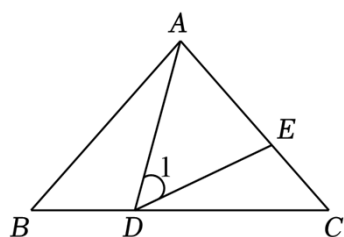
解得： $DH=2$ ，

$$\therefore AB=3DH=3 \times 2=6,$$

即 AB 的长是 6.

故选： A .

12. （2023•咸丰县一模）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=6$ ， $BC=8$ ， 点 D 是 BC 边上的一个动点， 点 E 在 AC 上， 点 D 在运动过程中始终保持 $\angle 1 = \angle B$. 当 $EA=ED$ 时， 则 BD 的长为（ ）



A. 2

B. $\frac{7}{3}$

C. 3

D. $\frac{7}{2}$

【答案】 D

【解答】 解： $\because EA=ED$ ，

$$\therefore \angle EAD = \angle 1,$$

$$\because \angle 1 = \angle B,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle B,$$

$$\because \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle CAD \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA},$$

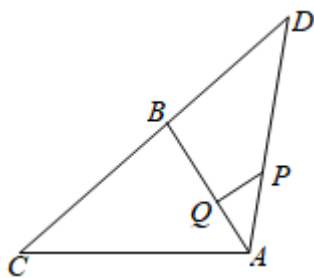
$$\therefore \frac{6}{8} = \frac{CD}{6},$$

$$\therefore CD = \frac{9}{2},$$

$$\therefore BD = BC - CD = \frac{7}{2},$$

故选： D .

14. （2022 秋•宁国市期末）如图，在 $\triangle ACD$ 中， $AD=6$ ， $BC=5$ ， $AC^2=AB(AB+BC)$ ， 且 $\triangle DAB \sim \triangle DCA$ ， 若 $AD=3AP$ ， 点 Q 是线段 AB 上的动点， 则 PQ 的最小值是 $\frac{\sqrt{7}}{2}$.



【答案】 $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

【解答】解：∵ $\triangle DAB \sim \triangle DCA$,

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{BD}{AD},$$

$$\therefore \frac{6}{5+BD} = \frac{BD}{6},$$

解得： $BD=4$ （负值舍去），

∵ $\triangle DAB \sim \triangle DCA$,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{AD} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AC = \frac{3}{2}AB,$$

∵ $AC^2 = AB(AB+BC)$,

$$\therefore \left(\frac{3}{2}AB\right)^2 = AB(AB+BC) ,$$

$$\therefore AB=4,$$

$$\therefore AB=BD=4,$$

过 B 作 $BH \perp AD$ 于 H ,

$$\therefore AH = \frac{1}{2}AD = 3,$$

$$\therefore BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7},$$

∵ $AD=3AP$, $AD=6$,

$$\therefore AP=2,$$

当 $PQ \perp AB$ 时, PQ 的值最小,

∵ $\angle AQP = \angle AHB = 90^\circ$, $\angle PAQ = \angle BAH$,

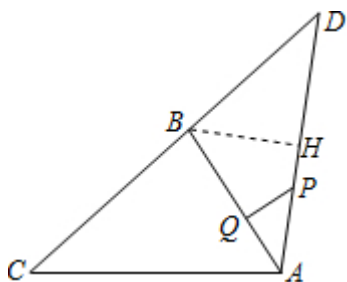
∴ $\triangle APQ \sim \triangle ABH$,

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BH},$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{PQ}{\sqrt{7}},$$

$$\therefore PQ = \frac{\sqrt{7}}{2},$$

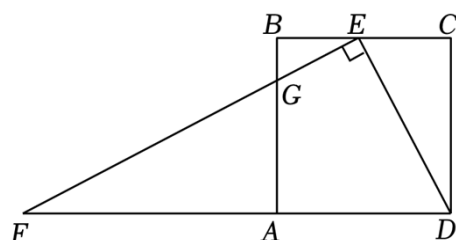
故答案为： $\frac{\sqrt{7}}{2}$.



15. (2023 秋·卫辉市期中) 如图，在正方形 $ABCD$ 中，在 BC 边上取中点 E ，连接 DE ，过点 E 作 $EF \perp ED$ 交 AB 于点 G 、交 DA 延长线于点 F 。

(1) 求证： $\triangle ECD \sim \triangle DEF$ ；

(2) 若 $CD=4$ ，求 AF 的长。



【答案】(1) 证明见解析；

(2) 6.

【解答】(1) 证明： $\because$ 在正方形 $ABCD$ 中， $EF \perp ED$ ，

$\therefore \angle FED = \angle C = 90^\circ$ ，

$\because BC \parallel AD$ ，

$\therefore \angle CED = \angle FDE$ ，

$\therefore \triangle ECD \sim \triangle DEF$ ；

(2) 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle C = 90^\circ$ ， $AD = BC = CD = 4$ ，

$\because E$ 为 BC 的中点，

$\therefore CE = 0.5BC = 2$

在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中，

由勾股定理得： $DE^2 = CE^2 + DC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ ，

$\because \triangle ECD \sim \triangle DEF$ ，

$\therefore CE : DE = DE : DF$ ，

$\therefore 2 : DE = DE : DF$ ，

$2DF = DE^2$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/516040110235010235>