四川省攀枝花市2023-2024学年高二下学期期末考试数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知随机变量X服从正态分布$N\left(3,\sigma^2\right)$，且$P(X<2)=\dfrac{1}{5}$，则$P\left(X\le 4\right)=$（　）

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

2．已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_5-a_3=12, a_6-a_4=24$，则首项$a_1=$（　）

A．-64　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

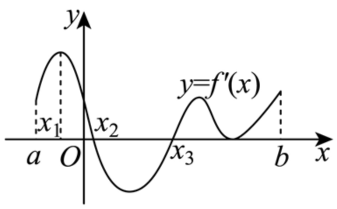
3．由$0,1,2,3$这4个数字组成无重复数字的四位数且为偶数，则不同的排法种数为（　）

A．10　　B．12　　C．18　　D．24

4．已知函数$f(x)$满足$f(x)=f'(\dfrac{\pi}{4})\sin x-\cos 2x$，则$f(x)$在$x=\dfrac{\pi}{4}$处的导数为（　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$　　B．$\sqrt{2}+1$　　C．$\sqrt{2}+2$　　D．$2\sqrt{2}+4$

5．函数$f\left(x\right)$的导函数$f'\left(x\right)$的图象如图所示，则下列说法正确的是（　）



A．$f\left(x\right)$在$x=x_1$处取得最大值

B．$f\left(x\right)$在区间$\left(x_1,x_2\right)$上单调递减

C．$f\left(x\right)$在$x=x_2$处取得极大值

D．$f\left(x\right)$在区间$\left(a,b\right)$上有2个极大值点

6．设A,B为同一个随机试验中的两个随机事件，若$P\left(A\right)=0.4, P\left(B\right)=0.5, P\left(B|A\right)=0.8$，

则$P(B|\overline{A})=$（　）

A．0.2　　B．0.3　　C．0.5　　D．0.6

7．已知$a=e^{0.99}-0.99, b=1, c=1.01-1.01\ln 1.01$，则（　）

A．$a>b>c$　　B．$c>b>a$

C．$a>c>b$　　　　D．$c>a>b$

8.某人在n次射击中击中目标的次数为X，且$X \sim B(n,0.8)$，记$P_k=P(X=k),k=0,1,2,\cdots,n$，若$P_7$是唯一的最大值，则$E(X)$的值为（　）

A．5.6　　B．6.4　　C．7.2　　D．8

二、多选题

9．已知二项式$(2\sqrt{x}-\frac{3}{2x})^n$的展开式中各项系数之和是$\frac{1}{64}$，则下列说法正确的是（　）

A．展开式共有6项

B．二项式系数最大的项是第4项

C．展开式的常数项为540

D．展开式的有理项共有3项

10．甲乙两种品牌的手表，它们的日走时误差分别为X和Y（单位：s），其分布列为

甲品牌的走时误差分布列

X	-1	0	1
P	0.1	0.8	0.1

乙品牌的走时误差分布列

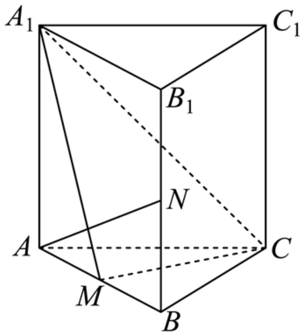
Y	-2	-1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

则下列说法正确的是（　）

A．$E(X)=E(Y)$　　　　B．$D(X)<D(Y)$

C．$E(2X+1)=1$　　　　D．$D(2X+1)=1.8$

11．如图，棱长均为2的正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，M、N分别是AB、BB_1的中点，则（　）



A．B_1C_1 P平面 A_1CM

B．$AN \perp A_1C$

C．B_1 到平面 A_1CM 的距离为 $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

D．直线 A_1M 与 B_1C_1 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$

12．若函数 $f(x)=\ln x+a(x^2-2x+1)(a\in\mathrm{R})$ 存在两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，则（　　）

A．函数 $f(x)$ 至少有一个零点　　　　B．$a<0$ 或 $a>2$

C．$x_2>\dfrac{1}{2}$　　　　D．$f(x_1)+f(x_2)>1-2\ln 2$

三、填空题

13．已知 $\mathrm{C}_{n+1}^2+\mathrm{A}_n^2=22$，则正整数 $n=$____.

14．乡村振兴战略坚持农业农村优先发展，目标是按照产业兴旺、生态宜居、乡风文明、治理有效、生活富裕的总要求，建立健全城乡融合发展体制机制和政策体系，加快推进农业农村现代化.某乡镇通过建立帮扶政策，使得该乡镇财政收入连年持续增长，具体数据如表所示:

第 x 年	1	2	3	4	5
收入 y（单位：亿元）	3	8	10	14	15

由上表可得 y 关于 x 的近似回归方程为 $\hat{y}=3x+\hat{a}$，则第 6 年该乡镇财政收入预计为_______亿元.

15．从 4 名男生和 3 名女生中选出 4 人去参加一项创新大赛，如果男生中的甲和女生中的乙至少要有 1 人在内，则不同的选法种数为________（用数字作答）.

16．已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$（e是自然对数的底数），则函数 $f(x)$ 的最大值为_____；若关于 x

的方程$\left[f\left(x\right)\right]^2+2tf\left(x\right)+2t-1=0$恰有 3 个不同的实数解，则实数$t$的取值范围为_____.

四、解答题

17．已知函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+b$在$x=-2$处有极值$\frac{10}{3}$.

(1)求$f(x)$的解析式；

(2)求$f(x)$在$[-3,3]$上的最大值和最小值.

18．近年来我国新能源汽车产业迅速发展，下表是某地区新能源乘用车的年销售量与年份的统计表：

年份x	2	2	2	2	2
销量y（万台）	1.	1.	1.	2	2

某机构调查了该地区100位购车车主的性别与购车种类情况，得到的部分数据如下表所示：

	购置传统燃油车	购置新能源车	总计
男性车主	35		60
女性车主		25	
总计			100

(1)求新能源乘用车的销量y关于年份x的线性相关系数r，并判断y与x之间的线性相关关系的强弱；（若$|r|\in\left[0.75,1\right]$，相关性较强；若$|r|\in\left[0.30,0.75\right)$，相关性一般；若$|r|\in\left[0,0.30\right)$，相关性较弱）

(2)请将上述2×2列联表补充完整，根据小概率值$\alpha=0.05$的独立性检验，分析购车车主购置新能源乘用车与性别是否有关系？

①参考公式：相关系数$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2}}$；

②参考数据：$\sqrt{6.6}\approx2.6$；

③卡方临界值表：

α	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
χ_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

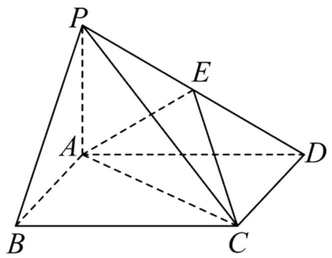
其中$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

19．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$S_n=2a_n-2\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，公差$d$不为0的等差数列$\{b_n\}$中，$b_1=3$，且$b_4$是$b_2$与$b_8$的等比中项.

(1)求数列$\{a_n\},\{b_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{a_nb_n\}$的前n项和T_n.

20．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为矩形，点E是棱PD上的一点，$PB//$平面AEC.



(1)求证：点E是棱PD的中点；

(2)若$PA\perp$平面$ABCD, AP=2, AD=2\sqrt{3}, PC$与平面$PAD$所成角的正切值为$\frac{1}{2}$，求二面角$A-CE-D$的余弦值.

21．2023年第三十一届世界大学生夏季运动会在成都举行，中国运动员在赛场上挥洒汗水、挑战极限、实现梦想.最终，中国代表团以103枚金牌、40枚银牌、35枚铜牌，总计178枚奖牌的成绩，位列金牌榜和奖牌榜双第一，激发了大学生积极进行体育锻炼的热情.已知甲、乙两名大学生每天上午、下午都各用半个小时进行体育锻炼，近50天选择体育锻炼项目情况统计如下：

体育锻炼项目情况 （上午，下午）	（足球，足球）	（足球，羽毛球）	（羽毛球，足球）	（羽毛球，羽毛球）

甲	20 天			10 天
乙	10 天	10 天	5 天	25 天

假设甲、乙在上午、下午选择体育锻炼的项目相互独立，用频率估计概率.已知甲上午锻炼选择羽毛球的条件下，下午锻炼仍选择羽毛球的概率为$\frac{2}{3}$.

(1)请将表格内容补充完整（写出计算过程）；

(2)记X为甲、乙在一天中选择体育锻炼项目的个数之差的绝对值.求X的分布列和数学期望$E\left(X\right)$；

(3)已知在这50天中上午室外温度在20度以下的概率为$\frac{1}{3}$，并且当上午的室外温度低于20度时，甲去打羽毛球的概率为$\frac{3}{5}$，若已知某天上午甲去打羽毛球，求这一天上午室外温度在20度以下的概率.

22．已知函数$f(x)=a\mathrm{e}^{2x}+(a-2)\mathrm{e}^{x}-x$.

(1)当$a=2$时，求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线与两坐标轴围成的三角形面积；

(2)讨论函数$f(x)$的零点个数.

参考答案：

1．D

【分析】根据给定条件，利用正态分布的对称性求解即得.

【详解】由随机变量X服从正态分布$N\left(3,\sigma^2\right)$，得$P\left(X\le 3\right)=\frac{1}{2}$，而$P(X<2)=\frac{1}{5}$，

则$P(3\le X\le 4)=P(2\le X\le 3)=\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{3}{10}$，

所以$P\left(X\le 4\right)=\frac{1}{2}+P(3\le X\le 4)=\frac{4}{5}$.

故选：D

2．C

【分析】根据给定条件，列出关于a_1,q的方程组，再求解即得.

【详解】设等比数列$\left\{a_n\right\}$的公比为q，

由$a_5-a_3=12,a_6-a_4=24$，得$\begin{cases}a_1q^2(q^2-1)=12\\a_1q^3(q^2-1)=24\end{cases}$，

所以$q=2,a_1=1$.

故选：C

3．A

【分析】按个位数字是0和2分类求解即得.

【详解】当个位数字是0时，无重复数字的四位偶数的个数是A_3^3，

当个位数字是2时，无重复数字的四位偶数的个数是$\mathrm{A}_2^1\mathrm{A}_2^2$，

所以不同的排法种数为$\mathrm{A}_3^3+\mathrm{A}_2^1\mathrm{A}_2^2=10$.

故选：A

4．D

【分析】对给定等式求导，赋值求出$f'(\frac{\pi}{4})$即可.

【详解】函数$f(x)=f'(\frac{\pi}{4})\sin x-\cos 2x$，求导得$f'(x)=f'(\frac{\pi}{4})\cos x+2\sin 2x$，

因此$f'(\frac{\pi}{4})=f'(\frac{\pi}{4})\cos\frac{\pi}{4}+2\sin\frac{\pi}{2}$，即$f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}f'(\frac{\pi}{4})+2$，

所以$f'(\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}+4$.

故选：D

5．C

【分析】根据导函数的符号确定函数的单调性，由此确定函数的极值.

【详解】由导函数的图象可知：

x	(a,x_2)	x_2	$(x_2,x_3$	x_3	(x_3,b)
f	+	0	−	0	非负
f	递增	极大值	递减	极小值	递增

故选：C

6．B

【分析】根据对立事件概率及条件概率的公式计算即可得解.

【详解】由$P\left(A\right)=0.4$，得$P(\overline{A})=1-P(A)=0.6$，

由$P(B)=P(AB+\overline{A}B)=P(A)P(B\mid A)+P(\overline{A})P(B\mid\overline{A})$，

得$0.4\times0.8+0.6P(B\mid\overline{A})=0.5$，所以$P(B\mid\overline{A})=0.3$.

故选：B

7．A

【分析】设$f\left(x\right)=x-\ln x$分析函数的单调性，可得a,b的大小关系；设函数

$g\left(x\right)=x-x\ln x$，分析函数单调性，可得b,c的大小.

【详解】设$f\left(x\right)=x-\ln x$，（$x>0$），因为$f'\left(x\right)=1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x}$，

由$f'\left(x\right)>0\Rightarrow x>1$；由$f'\left(x\right)<0\Rightarrow 0<x<1$.

所以函数$f\left(x\right)$在$\left(0,1\right)$上递减，在$\left(1,+\infty\right)$上递增.

所以$f\left(x\right)\geq f\left(1\right)=1-\ln1=1$，

又$a=\mathrm{e}^{0.99}-0.99=\mathrm{e}^{0.99}-\ln\mathrm{e}^{0.99}=f\left(\mathrm{e}^{0.99}\right)$，$b=1=f\left(1\right)$，所以$a>b$.

再设$g(x)=x-x\ln x$，（$x>0$），因为$g'(x)=1-(\ln x+1)=-\ln x$，

由$g'(x)>0\Rightarrow 0<x<1$；由$g'(x)<0\Rightarrow x>1$.

所以函数$g(x)$在$(1,+\infty)$上递减，在$(0,1)$上递增.

所以$g(x)\le g(1)=1$.

又$c=1.01-1.01\ln 1.01=g(1.01)<g(1)=b$，即$c<b$.

故$a>b>c$.

故选：A

8．B

【分析】根据给定条件，列出不等式求出n，再利用二项分布的期望公式计算得解.

【详解】依题意，$P_k=\mathrm{C}_n^k\times 0.8^k\times 0.2^{n-k},k=0,1,2,\cdots,n$，

由P_7是唯一的最大值，得$\begin{cases}P_7>P_6\\P_7>P_8\end{cases}$，即$\begin{cases}\mathrm{C}_n^7\times 0.8^7\times 0.2^{n-7}>\mathrm{C}_n^6\times 0.8^6\times 0.2^{n-6}\\\mathrm{C}_n^7\times 0.8^7\times 0.2^{n-7}>\mathrm{C}_n^8\times 0.8^8\times 0.2^{n-8}\end{cases}$，

则$\begin{cases}\dfrac{n!}{7!(n-7)!}\times 0.8>\dfrac{n!}{6!(n-6)!}\times 0.2\\\dfrac{n!}{7!(n-7)!}\times 0.2>\dfrac{n!}{8!(n-8)!}\times 0.8\end{cases}$，整理得$\begin{cases}4(n-6)>7\\4(n-7)<8\end{cases}$，解得$7\dfrac{3}{4}<n<9$，

而$n\in\mathrm{N}^*$，因此$n=8$，所以$E(X)=8\times 0.8=6.4$.

故选：B

【点睛】关键点点睛：本题求解的关键是列出不等式，利用组合数公式变形求解.

9．BC

【分析】根据给定条件，利用赋值法求出幂指数n，再结合展开式的通项，逐项判断即可.

【详解】由二项式$(2\sqrt{x}-\dfrac{3}{2x})^n$的展开式中各项系数之和是$\dfrac{1}{64}$，得当$x=1$时，$(\dfrac{1}{2})^n=\dfrac{1}{64}$，解得$n=6$，

对于A，展开式共7项，A错误；

对于B，二项式系数最大的项是第4项，B正确；

二项式$(2\sqrt{x}-\dfrac{3}{2x})^6$展开式的通项$T_{r+1}=\mathrm{C}_6^r(2\sqrt{x})^{6-r}(-\dfrac{3}{2x})^r=2^{6-2r}(-3)^r\mathrm{C}_6^r x^{3-\frac{3}{2}r},r\in\mathrm{N},r\le 6$，

对于C，由$3-\dfrac{3}{2}r=0$，得$r=2$，则展开式的常数项$T_3=2^2(-3)^2\mathrm{C}_6^2=540$，C正确；

对于 D，由$3-\frac{3}{2}r$为整数，得$r\in\{0,2,4,6\}$，因此展开式的有理项共有 4 项，D 错误.

故选：BC

10．ABC

【分析】根据给定条件，利用期望、方差的定义计算判断 AD；利用期望、方差的性质计算判断 CD.

【详解】对于 A，$E(X)=-1\times0.1+1\times0.1=0$，$E(Y)=-2\times0.1-1\times0.2+1\times0.2+2\times0.1=0$，A 正确；

对于 B，$D(X)=1\times0.1+1\times0.1=0.2$，$D(Y)=4\times0.1+1\times0.2+1\times0.2+4\times0.1=1.2$，B 正确；

对于 C，$E\left(2X+1\right)=2E(X)+1=1$，C 正确；

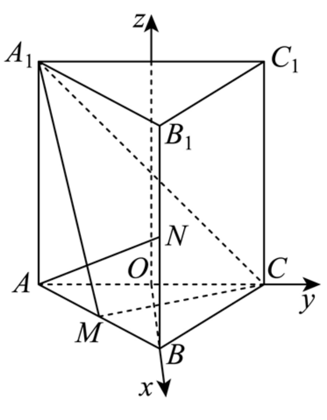
对于 D，$D\left(2X+1\right)=4D(X)=0.8$，D 错误.

故选：ABC

11．BCD

【分析】建立空间直角坐标系，利用空间向量判断个选项的准确性.

【详解】如图：以AC中点O为原点，建立空间直角坐标系.



则：$A\left(0,-1,0\right)$，$B\left(\sqrt{3},0,0\right)$，$C\left(0,1,0\right)$，$A_1\left(0,-1,2\right)$，$B_1\left(\sqrt{3},0,2\right)$，$C_1\left(0,1,2\right)$，

$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0\right)$，$N\left(\sqrt{3},0,1\right)$.

所以$\overrightarrow{B_1C_1}=\left(-\sqrt{3},1,0\right)$，$\overrightarrow{AN}=\left(\sqrt{3},1,1\right)$，$\overrightarrow{A_1C}=\left(0,2,-2\right)$，$\overrightarrow{A_1M}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},-2\right)$，

$\overrightarrow{A_1B_1}=\left(\sqrt{3},1,0\right)$.

设平面A_1CM的法向量为：$\vec{n}=\left(x,y,z\right)$，则：