

2023-2024 学年广东省肇庆市省部分重点中学高三下学期 3 月阶段性检测试题数学试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若函数 $y = 2\sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象经过点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ ，则函数 $f(x) = \sin(2x - \varphi) + \cos(2x - \varphi)$ 图象的一条对称轴的方程可以为()

- A. $x = -\frac{\pi}{24}$ B. $x = \frac{37\pi}{24}$ C. $x = \frac{17\pi}{24}$ D. $x = -\frac{13\pi}{24}$

2. 已知 P 为圆 $C: (x-5)^2 + y^2 = 36$ 上任意一点， $A(-5, 0)$ ，若线段 PA 的垂直平分线交直线 PC 于点 Q ，则 Q 点的轨迹方程为()

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$
C. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ($x < 0$) D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ($x > 0$)

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3, & a_n \text{ 为奇数} \\ 2a_n + 1, & a_n \text{ 为偶数} \end{cases}$ ，则 $a_6 =$ ()

- A. 16 B. 25 C. 28 D. 33

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = a$ ($a \neq 0$)，且 $a_{n+1} = ka_n + t$ ，其中 $k, t \in \mathbb{R}$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，下列叙述正确的是()

- A. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列，则一定有 $k = 1$ B. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列，则一定有 $t = 0$
C. 若 $\{a_n\}$ 不是等差数列，则一定有 $k \neq 1$ D. 若 $\{a_n\}$ 不是等比数列，则一定有 $t \neq 0$

5. 地球上的风能取之不尽，用之不竭.风能是清洁能源，也是可再生能源.世界各国致力于发展风力发电，近 10 年来，全球风力发电累计装机容量连年攀升，中国更是发展迅猛，2014 年累计装机容量就突破了 100GW，达到 114.6GW，中国的风力发电技术也日臻成熟，在全球范围的能源升级换代行动中体现出大国的担当与决心.以下是近 10 年全球风力发电累计装机容量与中国新增装机容量图. 根据所给信息，正确的统计结论是()

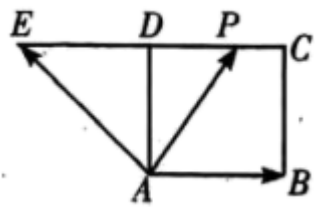


- A. 截止到 2015 年中国累计装机容量达到峰值
- B. 10 年来全球新增装机容量连年攀升
- C. 10 年来中国新增装机容量平均超过 20GW
- D. 截止到 2015 年中国累计装机容量在全球累计装机容量中占比超过 $\frac{1}{3}$

6. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $PA = \sqrt{5}$, E 为 PC 的中点, 则异面直线 BE 与 PD 所成角的余弦值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{13}}{39}$
- B. $\frac{\sqrt{13}}{39}$
- C. $-\frac{\sqrt{15}}{5}$
- D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

7. 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, 延长 CD 至 E , 使得 $DE = CD$, 点 P 在线段 CD 上运动. 设 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AE}$, 则 $x + y$ 的取值范围是 ()

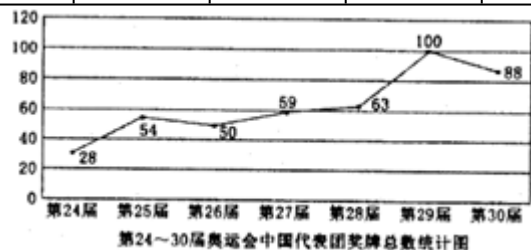


- A. $[1, 2]$
- B. $[1, 3]$
- C. $[2, 3]$
- D. $[2, 4]$

8. 下图是我国第 24~30 届奥运奖牌数的回眸和中国代表团奖牌总数统计图, 根据表和统计图, 以下描述正确的是 ().

	金牌 (块)	银牌 (块)	铜牌 (块)	奖牌 总数
24	5	11	12	28
25	16	22	12	54
26	16	22	12	50
27	28	16	15	59

28	32	17	14	63
29	51	21	28	100
30	38	27	23	88



- A. 中国代表团的奥运奖牌总数一直保持上升趋势
- B. 折线统计图中的六条线段只是为了便于观察图象所反映的变化，不具有实际意义
- C. 第30届与第29届北京奥运会相比，奥运金牌数、银牌数、铜牌数都有所下降
- D. 统计图中前六届奥运会中国代表团的奥运奖牌总数的中位数是54.5

9. 在直角坐标平面上，点 $P(x, y)$ 的坐标满足方程 $x^2 - 2x + y^2 = 0$ ，点 $Q(a, b)$ 的坐标满足方程

$a^2 + b^2 + 6a - 8b + 24 = 0$ 则 $\frac{y-b}{x-a}$ 的取值范围是 ()

- A. $[-2, 2]$ B. $\left[\frac{-4-\sqrt{7}}{3}, \frac{-4+\sqrt{7}}{3}\right]$ C. $\left[-3, -\frac{1}{3}\right]$ D. $\left[\frac{6-\sqrt{7}}{3}, \frac{6+\sqrt{7}}{3}\right]$

10. “十二平均律”是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献.十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$. 若第一个单音的频率为 f ，则第八个单音的频率为

- A. $\sqrt[3]{2}f$ B. $\sqrt[3]{2^2}f$
- C. $\sqrt[12]{2^5}f$ D. $\sqrt[12]{2^7}f$

11. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，若 $a_2 = 2a_3 + 1$ ， $a_4 = 2a_3 + 7$ ，则 $a_5 =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 6

12. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) + b$ ($\omega > 0$)， $f(\frac{\pi}{8} + x) = f(\frac{\pi}{8} - x)$ ，且 $f(\frac{\pi}{8}) = 5$ ，则 $b =$ ()

- A. 3 B. 3 或 7 C. 5 D. 5 或 8

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知 $\square(\square)$ 为偶函数，当 $\square \leq 0$ 时， $\square(\square) = e^{-\square-1} - \square$ ，则曲线 $\square = \square(\square)$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程是_____.

14.

《易经》是中国传统文化中的精髓，如图是易经八卦（含乾、坤、巽、震、坎、离、艮、兑八卦），每一卦由三根线组成（“—”表示一根阳线，“--”表示一根阴线），从八卦中任取两卦，这两卦的六根线中恰有两根阳线，四根阴线的概率为_____.



15. 直线 l 是圆 $C_1: (x+1)^2 + y^2 = 1$ 与圆 $C_2: (x+4)^2 + y^2 = 4$ 的公切线，并且 l 分别与 x 轴正半轴， y 轴正半轴相交于 A ， B 两点，则 $\triangle AOB$ 的面积为_____

16. 将 2 个相同的红球和 2 个相同的黑球全部放入甲、乙、丙、丁四个盒子里，其中甲、乙盒子均最多可放入 2 个球，丙、丁盒子均最多可放入 1 个球，且不同颜色的球不能放入同一个盒子里，共有_____种不同的放法.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{3}{2}$ ，且 $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} + \frac{1}{2^{n-1}} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求证：数列 $\{2^n a_n\}$ 是等差数列，并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分) 设函数 $f(x) = 2 \sin x + |a-3| + |a-1|$.

(1) 若 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) > 6$ ，求实数 a 的取值范围；

(2) 证明： $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq |a-3| - \left|\frac{1}{a} + 1\right|$ 恒成立.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = 2|x-2| - m$ ($m > 0$), 若 $f(x+2) < 0$ 的解集为 $(-2, 2)$.

(1) 求 m 的值;

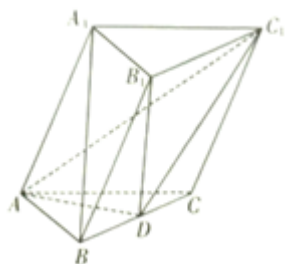
(2) 若正实数 a, b, c 满足 $a+2b+3c=m$, 求证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3c} \geq \frac{9}{4}$.

20. (12 分) 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = |x-a|$.

(1) 若 $a=2$, 解不等式 $f(x) + f(x+3) \leq 5$;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - f(x+2a)$, 且存在 $x_0 \in R$ 使得 $g(x_0) \geq a^2 - 2a$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均相等, B_1 在底面 ABC 上的投影 D 在棱 BC 上, 且 $A_1B \parallel$ 平面 ADC_1



(I) 证明: 平面 $ADC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 ;

(II) 求直线 AB 与平面 ADC_1 所成角的余弦值.

22. (10 分) 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 它的四个顶点构成的四边形面积为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 P 是直线 $x=a^2$ 上任意一点, 过点 P 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的两条切线, 切点分别为 M, N , 求证: 直线 MN 恒过一个定点.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由点 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 求得 φ 的值，化简 $f(x)$ 解析式，根据三角函数对称轴的求法，求得 $f(x)$ 的对称轴，由此确定正确选项.

【详解】

$$\text{由题可知 } 2\sin\left(2 \times \frac{\pi}{12} + \varphi\right) = 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2} \cdot \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

$$\text{所以 } f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{5\pi}{12}\right)$$

$$\text{令 } 2x + \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z,$$

$$\text{得 } x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k \in Z$$

$$\text{令 } k = 3, \text{ 得 } x = \frac{37\pi}{24}$$

故选：B

【点睛】

本小题主要考查根据三角函数图象上点的坐标求参数，考查三角恒等变换，考查三角函数对称轴的求法，属于中档题.

2、B

【解析】

如图所示：连接 QA ，根据垂直平分线知 $QA = QP$ ， $\left||QC| - |QA|\right| = 6 < 10$ ，故轨迹为双曲线，计算得到答案.

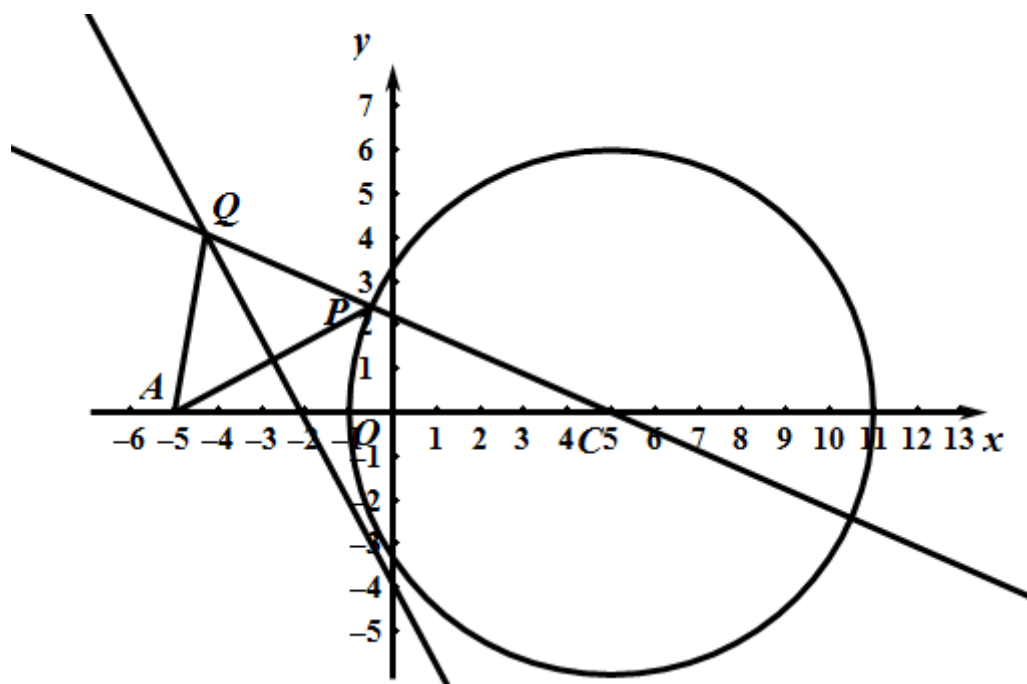
【详解】

如图所示：连接 QA ，根据垂直平分线知 $QA = QP$ ，

故 $\left||QC| - |QA|\right| = \left||QC| - |QP|\right| = |PC| = 6 < 10$ ，故轨迹为双曲线，

$$2a = 6, a = 3, c = 5, \text{ 故 } b = 4, \text{ 故轨迹方程为 } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1.$$

故选：B.



【点睛】

本题考查了轨迹方程，确定轨迹方程为双曲线是解题的关键.

3、C

【解析】

依次递推求出 a_6 得解.

【详解】

$$n=1 \text{ 时, } a_2 = 1 + 3 = 4,$$

$$n=2 \text{ 时, } a_3 = 2 \times 4 + 1 = 9,$$

$$n=3 \text{ 时, } a_4 = 9 + 3 = 12,$$

$$n=4 \text{ 时, } a_5 = 2 \times 12 + 1 = 25,$$

$$n=5 \text{ 时, } a_6 = 25 + 3 = 28.$$

故选：C

【点睛】

本题主要考查递推公式的应用，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

4、C

【解析】

根据等差数列和等比数列的定义进行判断即可.

【详解】

- A: 当 $k=0, t=a$ 时, $a_{n+1}=a$, 显然符合 $\{a_n\}$ 是等差数列, 但是此时 $k=1$ 不成立, 故本说法不正确;
- B: 当 $k=0, t=a$ 时, $a_{n+1}=a$, 显然符合 $\{a_n\}$ 是等比数列, 但是此时 $t=0$ 不成立, 故本说法不正确;
- C: 当 $k=1$ 时, 因此有 $a_{n+1}-a_n=ka_n+t-a_n=t=\text{常数}$, 因此 $\{a_n\}$ 是等差数列, 因此当 $\{a_n\}$ 不是等差数列时, 一定有 $k \neq 1$, 故本说法正确;
- D: 当 $t=a \neq 0$ 时, 若 $k=0$ 时, 显然数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 故本说法不正确.

故选: C

【点睛】

本题考查了等差数列和等比数列的定义, 考查了推理论证能力, 属于基础题.

5、D

【解析】

先列表分析近 10 年全球风力发电新增装机容量, 再结合数据研究单调性、平均值以及占比, 即可作出选择.

【详解】

年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
累计装机容量	158.1	197.2	237.8	282.9	318.7	370.5	434.3	489.2	542.7	594.1
新增装机容量		39.1	40.6	45.1	35.8	51.8	63.8	54.9	53.5	51.4

中国累计装机容量逐年递增, A 错误; 全球新增装机容量在 2015 年之后呈现下降趋势, B 错误; 经计算, 10 年来中国新增装机容量平均每年为 19.77GW, 选项 C 错误; 截止到 2015 年中国累计装机容量 197.7GW, 全球累计装机容量 $594.1-158.1=436\text{GW}$, 占比为 45.34%, 选项 D 正确.

故选: D

【点睛】

本题考查条形图, 考查基本分析求解能力, 属基础题.

6、B

【解析】

由题意建立空间直角坐标系, 表示出各点坐标后, 利用 $\cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle = \frac{\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{PD}}{|\overrightarrow{BE}| \cdot |\overrightarrow{PD}|}$ 即可得解.

【详解】

Q $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，

$\therefore$ 如图建立空间直角坐标系，由题意：

$$A(0,0,0), B(2,0,0), C(2,2,0), P(0,0,\sqrt{5}), D(0,2,0),$$

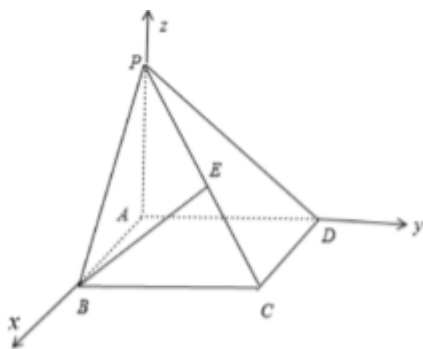
$$Q E \text{ 为 } PC \text{ 的中点, } \therefore E\left(1,1,\frac{\sqrt{5}}{2}\right).$$

$$\therefore \vec{BE} = \left(-1, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right), \vec{PD} = (0, 2, -\sqrt{5}),$$

$$\therefore \cos \langle \vec{BE}, \vec{PD} \rangle = \frac{\vec{BE} \cdot \vec{PD}}{|\vec{BE}| \cdot |\vec{PD}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{13}}{2} \cdot 3} = -\frac{\sqrt{13}}{39},$$

$$\therefore \text{异面直线 } BE \text{ 与 } PD \text{ 所成角的余弦值为 } \left| \cos \langle \vec{BE}, \vec{PD} \rangle \right| \text{ 即为 } \frac{\sqrt{13}}{39}.$$

故选：B.



【点睛】

本题考查了空间向量的应用，考查了空间想象能力，属于基础题.

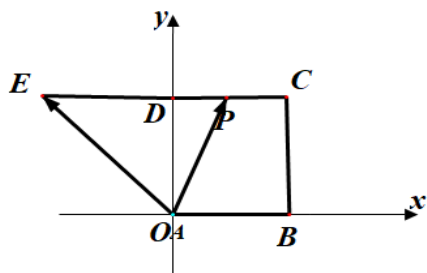
7、C

【解析】

以 A 为坐标原点，以 AB, AD 分别为 x 轴， y 轴建立直角坐标系，利用向量的坐标运算计算即可解决.

【详解】

以 A 为坐标原点建立如图所示的直角坐标系，不妨设正方形 $ABCD$ 的边长为 1，



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/516112223040010232>