阶段拔尖专训1 与二次根式有关的阅读理解题

习题链接

温馨提示：点击 ⬢ 进入讲评

答 案 呈 现

1

2

3

4

题型1　与二次根式的分母有理化有关

1.在数学课外学习活动中，小光和他的同学遇到一道题：

已知$a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$，求$2a^2-8a+1$的值.

他是这样解答的：$\because a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$，

$\therefore a-2=-\sqrt{3}.\therefore (a-2)^2=3$，即$a^2-4a+4=3.\therefore a^2-4a=-1.\therefore 2a^2-8a+1=2(a^2-4a)+1=2\times(-1)+1=-1.$

请你根据小光的解题过程，解决如下问题：

（1）$\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\underline{\sqrt{2}-1}$；

(2）化简$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2\,025}+\sqrt{2\,024}}$;

【解】$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2\ 025}+\sqrt{2\ 024}}$

$=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{4}-\sqrt{3})}+\cdots+$

$\frac{\sqrt{2\ 025}-\sqrt{2\ 024}}{(\sqrt{2\ 025}+\sqrt{2\ 024})(\sqrt{2\ 025}-\sqrt{2\ 024})}$

$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{2\ 025}-\sqrt{2\ 024}$

$=\sqrt{2\ 025}-1$

$=45-1$

$=44.$

(3) 若$a=\frac{1}{\sqrt{10}+3}$，求$a^4+6a^3+6a+2\,025$的值.

$\because a=\frac{1}{\sqrt{10}+3}=\frac{\sqrt{10}-3}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}=\sqrt{10}-3$,

$\therefore a+3=\sqrt{10}$.

$\therefore (a+3)^2=10$，即$a^2+6a+9=10$.

$\therefore a^2+6a=1$.

$\therefore a^4+6a^3+6a+2\,025=a^2(a^2+6a)+6a+2\,025=a^2\times 1+6a+2\,025=a^2+6a+2\,025=1+2\,025=2\,026$.

返回

题型2 与二次根式的性质有关

2.先阅读下列解答过程，然后再解答：

形如$\sqrt{m \pm 2\sqrt{n}}$的化简，只要我们找到两个正数a，b，使

$a+b=m$，$ab=n$，即$(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2=m$，$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{n}$，

那么便有$\sqrt{m \pm 2\sqrt{n}}=\sqrt{(\sqrt{a}\pm\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}\pm\sqrt{b}(a>b)$.

例如：化简$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

解：把$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$化为$\sqrt{7+2\sqrt{12}}$，这里$m=7$，$n=12$，由于$4+3=7$，$4\times 3=12$，即$(\sqrt{4})^2+(\sqrt{3})^2=7$，

$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}$，

$\therefore\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2}=2+\sqrt{3}$.

（1）填空：$\sqrt{4-2\sqrt{3}}=$ $\underline{\sqrt{3}-1}$，$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=$ $\underline{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$；

（2）化简：$\sqrt{19-4\sqrt{15}}$（请写出计算过程）；

【解】原式$=\sqrt{15-2\sqrt{60}+4}$

$=\sqrt{(\sqrt{15}-2)^2}$

$=\sqrt{15}-2.$

(3) 化简：$\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}+\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}+\frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{12}}}+\frac{1}{\sqrt{9+2\sqrt{20}}}+\frac{1}{\sqrt{11+2\sqrt{30}}}$.

原式$=\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+2-\sqrt{3}+\sqrt{5}-2+\sqrt{6}-\sqrt{5}$

$=\sqrt{6}-1.$

返回