2023~2024 学年九年级第一次模拟考试

数学

注意事项：请务必在“答题卷”上答题，在“试题卷”上答题是无效的．

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. 2020 的相反数是（）

A. 2020　　B. $\frac{1}{2020}$　　C. -2020　　D. $-\frac{1}{2020}$

【答案】C

【解析】

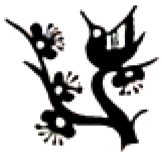
【分析】根据相反数的定义，即可求解．

2020 的相反数是：-2020，

故选 C．

【点睛】本题主要考查求一个数的相反数，掌握相反数的定义是解题的关键．

2. 剪纸是我国古老的民间艺术，下列四个剪纸图案为轴对称图形的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

【解析】

【分析】过一个图形的一条直线,把这个图形分成可以完全重合的两个部分，这个图形就叫做轴对称图形；根据轴对称图形的概念求解即可．

解：A、不是轴对称图形，本选项不符合题意；

B、不是轴对称图形，本选项不符合题意；

C、是轴对称图形，本选项符合题意；

D、不是轴对称图形，本选项不符合题意．

故选：C．

【点睛】本题考查了轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

3. 下列运算正确的是（）

A. a+2a=3a²　　　　B. $a^2\cdot a^3=a^5$

C $(ab)^3=ab^3$　　　　D. $(-a^3)^2=-a^6$

【答案】B

【解析】

【分析】根据合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方逐项分析即可．

A．$a+2a=3a$, 该选项错误；

B．$a^2\cdot a^3=a^5$,该选项正确;

C．$(ab)^3=a^3b^3$, 该选项错误；

D．$(-a^3)^2=a^6$,该选项错误;

故选 B．

【点睛】本题考查了整式的运算，熟练掌握幂的运算法则是解答本题的关键．

4. 关于x，y的方程组$\begin{cases}2x-y=2k-3\\x-2y=k\end{cases}$的解中$x$与$y$的和不小于 5，则$k$的取值范围为（）

A. $k\ge 8$　　　　B. $k>8$　　　　C. $k\le 8$　　　　D. $k<8$

【答案】A

【解析】

【分析】由两式相减，得到$x+y=k-3$，再根据x与y的和不小于 5 列出不等式即可求解．

解：把两个方程相减，可得$x+y=k-3$，

根据题意得：$k-3\ge 5$，

解得：$k\ge 8$．

所以k的取值范围是$k\ge 8$．

故选：A．

【点睛】本题考查二元一次方程组、不等式，将两式相减得到x与y的和是解题的关键．

5. 已知$m>n>0$，若关于x的方程$x^2+2x-3-m=0$的解为$x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$．关于$x$的方程$x^2+2x-3-n=0$的解为$x_3,x_4(x_3<x_4)$．则下列结论正确的是（）

A. $x_3<x_1<x_2<x_4$　　　　B. $x_1<x_3<x_4<x_2$　　　　C. $x_1<x_2<x_3<x_4$　　　　D. $x_3<x_4<x_1<x_2$

【答案】B

【解析】

【分析】把 x_1，x_2 看做是直线 $y=m$ 与抛物线 $y=x^2+2x-3$ 交点的横坐标，把 x_3，x_4 看做是直线 $y=n$ 与抛物线 $y=x^2+2x-3$ 交点的横坐标，画出对应的函数图象即可得到答案.

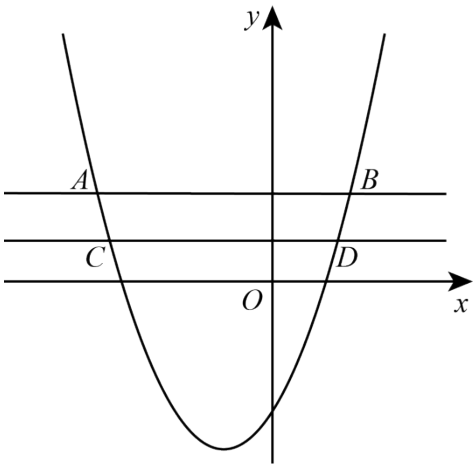
解: 如图所示，设直线 $y=m$ 与抛物线 $y=x^2+2x-3$ 交于 A、B 两点，直线 $y=n$ 与抛物线 $y=x^2+2x-3$ 交于 C、D 两点，

$\because m>n>0$，关于 x 的方程 $x^2+2x-3-m=0$ 的解为 $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$，关于 x 的方程 $x^2+2x-3-n=0$ 的解为 $x_3,x_4(x_3<x_4)$，

$\therefore x_1$，x_2，x_3，x_4 分别是 A、B、C、D 的横坐标，

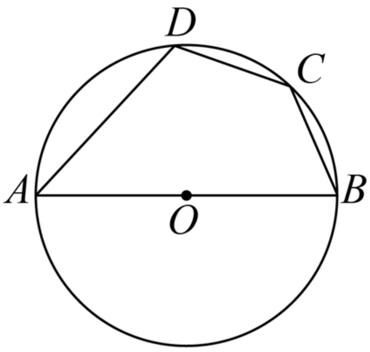
$\therefore x_1<x_3<x_4<x_2$，

故选 B.



【点睛】本题主要考查了抛物线与一元二次方程的关系，正确把一元二次方程的解转换成直线与抛物线交点的横坐标是解题的关键.

6. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，AB 为直径，$BC=CD$，连接 AC. 若∠DAB=40°，则∠D 的度数为（　　）



A. 70°　　　　B. 120°　　　　C. 140°　　　　D. 110°

【答案】D

【解析】

【分析】根据圆周角定理求出$\angle BAC$，根据圆内接四边形的性质计算即可.

解：$\because BC=CD$，

$\therefore \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，

$\because \angle DAB=40^\circ$，

$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle DAB=20^\circ$，

$\because AB$为直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle B=90^\circ-\angle BAC=70^\circ$，

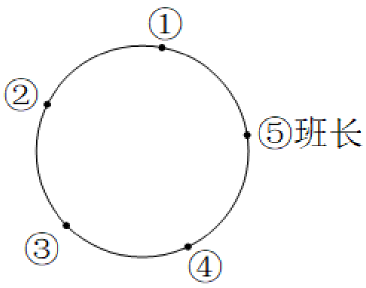
$\because$四边形$ABCD$内接于$\odot O$，

$\therefore \angle D=180^\circ-\angle B=110^\circ$，

故选：D.

【点睛】本题考查了圆内接四边形的性质，圆周角定理，掌握圆内接四边形的对角互补是解题的关键.

7. 班长邀请A，B，C，D四位同学参加圆桌会议．如图，班长坐在⑤号座位，四位同学随机坐在①②③④四个座位，则A，B两位同学座位相邻的概率是（）



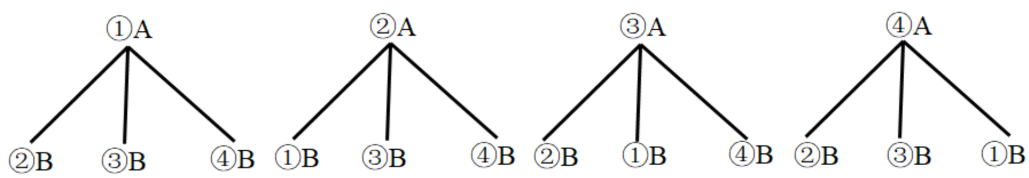
A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】采用树状图法，确定所有可能情况数和满足题意的情况数，最后运用概率公式解答即可.

解：根据题意列树状图如下：



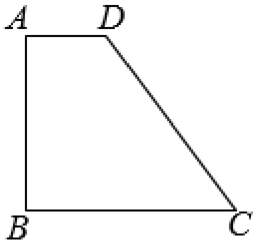
由上表可知共有12中可能，满足题意的情况数为6种

则A，B两位同学座位相邻的概率是$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

故选C.

【点睛】本题主要考查了画树状图求概率，正确画出树状图成为解答本题的关键.

8. 如图，在四边形材料$ABCD$中，$AD \parallel BC$，$\angle A=90^{\circ}$，$AD=9\text{cm}$，$AB=20\text{cm}$，$BC=24\text{cm}$. 现用此材料截出一个面积最大的圆形模板，则此圆的半径是（）



A. $\frac{110}{13}\text{cm}$　　B. 8cm　　C. $6\sqrt{2}\text{cm}$　　D. 10cm

【答案】B

【解析】

【分析】如图所示，延长BA交CD延长线于E，当这个圆为$\triangle BCE$的内切圆时，此圆的面积最大，据此求解即可.

解：如图所示，延长BA交CD延长线于E，当这个圆为$\triangle BCE$的内切圆时，此圆的面积最大，

$\because AD \parallel BC$，$\angle BAD=90^{\circ}$，

$\therefore \triangle EAD \backsim \triangle EBC$，$\angle B=90^{\circ}$，

$\therefore \frac{EA}{EB}=\frac{AD}{BC}$，即$\frac{EA}{EA+20}=\frac{9}{24}$，

$\therefore EA=12\text{cm}$，

$\therefore EB=32\text{cm}$，

$\therefore EC=\sqrt{EB^2+BC^2}=40\text{cm}$，

设这个圆的圆心为O，与EB，BC，EC分别相切于F，G，H，

$\therefore OF=OG=OH$，

$\because S_{\triangle EBC}=S_{\triangle EOB}+S_{\triangle COB}+S_{\triangle EOC}$，

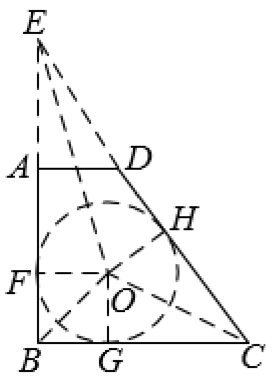
$\therefore \frac{1}{2}EB\cdot BC=\frac{1}{2}EB\cdot OF+\frac{1}{2}BC\cdot OG+\frac{1}{2}EC\cdot OH$，

$\therefore 24\times 32=\left(24+32+40\right)\cdot OF$，

$\therefore OF=8\text{cm}$，

$\therefore$此圆的半径为8cm，

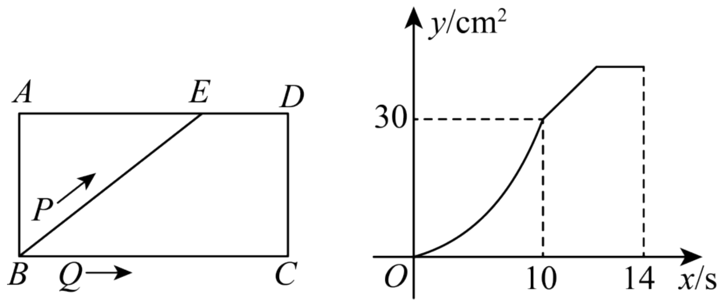
故选 B．



【点睛】

本题主要考查了三角形内切圆半径与三角形三边的关系，勾股定理，正确作出辅助线是解题的关键．

9. 如图①，E为矩形$ABCD$的边AD上一点，点P从点B出发沿折线$B-E-D$运动到点D停止，点Q从点B出发沿BC运动到点C停止，它们的运动速度都是$1\text{cm}/\text{s}$．现P,Q两点同时出发，设运动时间为$x(\text{s})$,$\triangle BPQ$的面积为$y\left(\text{cm}^2\right)$，若$y$与$x$的对应关系如图②所示，则矩形$ABCD$的面积是（）



图①　　　图②

A. 96cm^2　　B. $84cm^2$　　C. 72cm^2　　D. 56cm^2

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了本题考查了矩形的性质，勾股定理，函数图象动点问题．由三角形面积公式求出$AB=6$，由矩形的性质和勾股定理求出AE，由图 2 可知当$x=14$时，点P与点D重合，则$AD=12$，即可求出矩形的面积．

解：从函数的图象和运动的过程可以得出：当点P运动到点E时，

$BE=BQ=x=10$，$y=30$，

三角形面积公式得：$y=\frac{1}{2}BQ\cdot AB=\frac{1}{2}\times10\times AB=30$，

解得$AB=6$，

∵四边形 $ABCD$ 为矩形，$\angle A=90°$，

∴ $AE=\sqrt{BE^2-AB^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

由图 2 可知当 $x=14$ 时，点 P 与点 D 重合，

即 $BE+ED=14$，

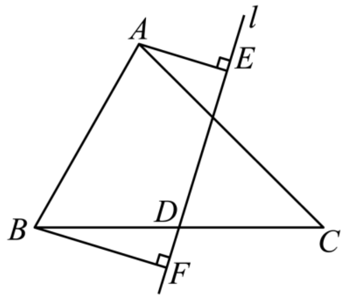
∴ $ED=4$，

∴ $AE+ED=8+4=12$，

∴矩形的面积为：$AB\cdot AD=6\times 12=72\text{cm}^2$，

故选：C．

10. 如图，在△ABC 中，AB＝2，∠ABC＝60°，∠ACB＝45°，D 是 BC 的中点，直线 l 经过点 D，$AE\perp l$，$BF\perp l$，垂足分别为 E，F，则 $AE+BF$ 的最大值为（　　）



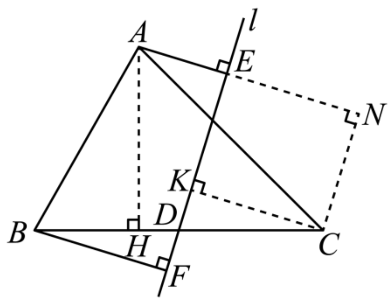
A. $\sqrt{6}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】把要求的最大值的两条线段经过平移后形成一条线段，然后再根据垂线段最短来进行计算即可．

解：如图，过点 C 作 CK⊥l 于点 K，过点 A 作 AH⊥BC 于点 H，



在 Rt△AHB 中，

∵∠ABC＝60°，AB＝2，

∴BH＝1，AH＝$\sqrt{3}$，

在 Rt△AHC 中，∠ACB＝45°，

∴AC＝$\sqrt{AH^2+CH^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$，

∵点D为BC中点，

∴BD＝CD，

在△BFD与△CKD中，

$$\begin{cases}\angle BFD=\angle CKD=90^\circ \\ \angle BDF=\angle CDK \\ BD=CD\end{cases},$$

∴△BFD≌△CKD（AAS），

∴BF＝CK，

延长AE，过点C作CN⊥AE于点N，

可得AE+BF＝AE+CK＝AE+EN＝AN，

在Rt△ACN中，AN＜AC，

当直线l⊥AC时，最大值为$\sqrt{6}$，

综上所述，AE+BF的最大值为$\sqrt{6}$．

故选：A．

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定定理和性质定理及平移的性质，构建全等三角形是解答此题的关键．

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，满分20分）

11. $\sqrt{x+1}+(y-2011)^2=0$，则$xy=$______．

【答案】-2011

【解析】

【分析】本题考查了算术平方根的非负性和平方的非负性，先根据算术平方根的非负性和平方的非负性求出x、y的值，再代入计算即可．

解：∵$\sqrt{x+1}+(y-2011)^2=0$

∴$x+1=0$，$y-2011=0$，

∴$x=-1$，$y=2011$，

∴$xy=-1\times2011=-2011$，

故答案为：-2011．

12. 2021年12月9日，“天宫课堂”正式开课，我国航天员在中国空间站首次进太空授课，本次授课结束

时，网络在线观看人数累计超过 14600000 人次．把“14600000”用科学记数法表示为__________．

【答案】1.46×10^{7}

【解析】

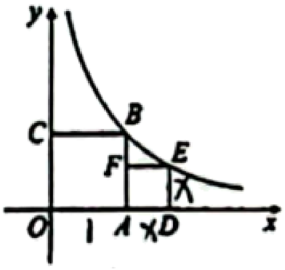
【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．

解：$14600000=1.46\times10^{7}$．

故答案 为：1.46×10^{7}．

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

13．如图，正方形$OABC,ADEF$的顶点A,D,C在坐标轴上，点F在AB上，点B,E在函数$y=\frac{1}{x}(x>0)$的图象上，则点E的坐标是______．



【答案】$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2},\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$

【解析】

【分析】此题考查了正方形及反比例函数的性质，以及求解一元二次方程等知识，设出点B、E的坐标，然后利用点B、E在反比例函数图像上，列出方程求解即可．

解：设正方形$OABC$的边长是a，则$B\left(a,\ a\right)$，

$\because$点B在函数$y=\frac{1}{x}(x>0)$的图象上，

$\therefore a=\frac{1}{a}$，

解得$a=1$（负值舍去），

设正方形$ADEF$的边长是b，则$E\left(1+b,\ b\right)$，

$\because$点E在函数$y=\frac{1}{x}(x>0)$的图象上，

$\therefore b=\frac{1}{1+b}$，

解得$b=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$（负值舍去），

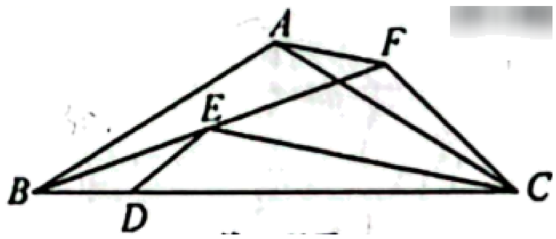
经检验，$b=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$是分式方程的解，

$\therefore 1+b=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，

$\therefore$点E的坐标是$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2},\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$.

故答案为：$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2},\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$.

14. 如图，$AB=AC,FE=FC$，$\angle ACB=\angle FCE=30^{\circ}$，$D$为$BC$边上一点，$DE=DB$，$B$、$E$、$F$三点共线，



（1）$\frac{BE}{AF}=$______

（2）若$BC=4\sqrt{7},BD=\frac{1}{5}BC$，则$AF=$______.

【答案】　①. $\sqrt{3}$　②. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$##$\frac{4}{3}\sqrt{3}$

【解析】

【分析】(1）过A作$AM\perp BC$于M，过F作$FN\perp EF$于N，利用锐角三角形定义和等腰三角形的性质得到$\frac{BC}{AC}=\frac{CE}{CF}=\sqrt{3}$，证明$\triangle BCE\backsim\triangle ACF$，利用相似三角形的性质求解即可；

（2）过C作$CP\parallel BF$，证明$\triangle BDE\backsim\triangle CDP$得到$\frac{BE}{PC}=\frac{DE}{DP}=\frac{DB}{CD}=\frac{1}{4}$，设$BE=2x$，则$PC=8x$，过$D$作$DH\perp PC$于$H$，过$E$作$EG\perp PC$于$G$，利用平行线分线段成比例得到$\frac{HG}{PH}=\frac{DE}{DP}=\frac{1}{4}$，

$HG = \frac{1}{4}PH = x$，进而$CG = CH - HG = 3x$，$EG = CG \cdot \tan\angle ECG = \sqrt{3}x$，利用勾股定理求解$x$值即可解答.

解：（1）过A作$AM \perp BC$于M，过F作$FN \perp EF$于N，

$\because AB = AC, FE = FC$，

$\therefore BC = 2CM$，$CE = 2CN$，

$\because \angle ACB = \angle FCE = 30^\circ$，

$\therefore \angle BCE = \angle ACF = 30^\circ - \angle ACE$，$CM = AC \cdot \cos\angle ACB = \frac{\sqrt{3}}{2}AC$，

$CN = CF \cdot \cos\angle FCE = \frac{\sqrt{3}}{2}CF$，

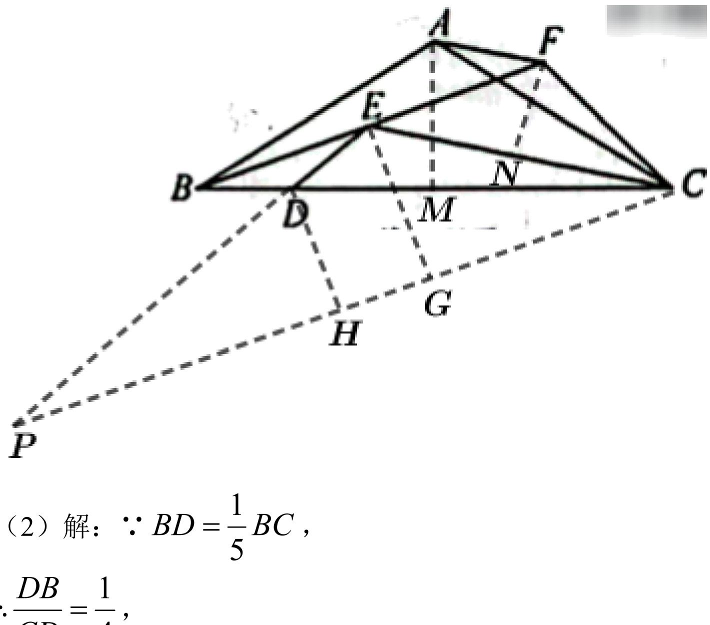
$\therefore BC = \sqrt{3}AC$，$CE = \sqrt{3}CF$，

$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CE}{CF} = \sqrt{3}$，

$\therefore \triangle BCE \backsim \triangle ACF$，

$\therefore \frac{BE}{AF} = \frac{BC}{AC} = \sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{3}$；



（2）解：$\because BD = \frac{1}{5}BC$，

$\therefore \frac{DB}{CD} = \frac{1}{4}$，

过C作$CP \parallel BF$，

$\therefore \angle EBD=\angle PCD$，$\angle BED=\angle CPD$，

$\therefore \triangle BDE \backsim \triangle CDP$，$\dfrac{BE}{PC}=\dfrac{DE}{DP}=\dfrac{DB}{CD}=\dfrac{1}{4}$，

$\because DE=DB$，

$\therefore DP=CD$，则 $EP=BC=4\sqrt{7}$，

设 $BE=2x$，则 $PC=8x$，

过 D 作 $DH\perp PC$ 于 H，过 E 作 $EG\perp PC$ 于 G，

$\therefore PH=CH=4x$，$DH\parallel EG$，

$\therefore \dfrac{HG}{PH}=\dfrac{DE}{DP}=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore HG=\dfrac{1}{4}PH=x$，则 $CG=CH-HG=3x$，

$\because FE=FC$，$CP\parallel BF$，

$\therefore \angle ECG=\angle CEF=\angle ECF=30^\circ$，

$\therefore EG=CG\cdot\tan\angle ECG=\sqrt{3}x$，

在 $Rt\triangle EGP$ 中，$PG=PH+HG=5x$，

由 $PG^2+EG^2=EP^2$ 得 $(5x)^2+\left(\sqrt{3}x\right)^2=\left(4\sqrt{7}\right)^2$，

解得 $x=2$（负值舍去），则 $BE=2x=4$，

由（1）得 $AF=\dfrac{BE}{\sqrt{3}}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

故答案为：$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】本题考查等腰三角形的性质、解直角三角形、相似三角形的判定与性质、平行线分线段成比例、平行线的判定与性质等知识，添加合适辅助线构造相似三角形求解是解答的关键.

三、解答题（本大题 2 小题，每题 8 分，满分 16 分）

15. 求方程 $\dfrac{2x+1}{1-x}=4$ 的解.

【答案】$x=\dfrac{1}{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了解分式方程，按照去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤解方

程，然后检验即可．

解：$\dfrac{2x+1}{1-x}=4$

去分母得：$2x+1=4\left(1-x\right)$，

去括号得：$2x+1=4-4x$，

移项得：$2x+4x=4-1$，

合并同类项得：$6x=3$，

系数化为 1 得：$x=\dfrac{1}{2}$，

检验，当$x=\dfrac{1}{2}$时，$1-x\neq0$，

∴ $x=\dfrac{1}{2}$是原方程的解．

16. 某省为解决农村饮用水问题，省财政部门共投资 20 亿元对各市的农村饮用水的“改水工程”予以一定比例的补助．2008 年，*A* 市在省财政补助的基础上投入 600 万元用于“改水工程”，计划以后每年以相同的增长率投资，2010 年该市计划投资“改水工程”1176 万元．

（1）求 *A* 市投资“改水工程”的年平均增长率；

（2）从 2008 年到 2010 年，*A* 市三年共投资“改水工程”多少万元？

【答案】(1) 40%；(2) 2616．

【解析】

【分析】（1）设 *A* 市投资“改水工程”的年平均增长率是 *x*．根据：2008 年，*A* 市投入 600 万元用于“改水工程”，2010 年该市计划投资“改水工程”1176 万元，列方程求解；

（2）根据（1）中求得的增长率，分别求得 2009 年和 2010 年的投资，最后求和即可．

解：（1）设 *A* 市投资“改水工程”年平均增长率是 *x*，则

$600(1+x)^2=1176$．

解之，得$x=0.4$或$x=-2.4$（不合题意，舍去）．

所以，*A* 市投资“改水工程”年平均增长率为 40%．

（2）600＋600×1.4＋1176＝2616（万元）．

A 市三年共投资“改水工程”2616 万元．

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，注意根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解．解决此题的关键是正确理解增长率，每一次都是在上一年的基础上增长的．

四、（本大题共 2 小题，每题 8 分，满分 16 分）

17. 如图，方格纸中的每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形，△*ABC* 的顶点都在格点上，建立平面