

上海市上师大附中 2024 届高三第四次模拟考试数学试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上, 请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 < 8x\}$, $B = \{2, 3, 6\}$, $C = \{2, 3, 7\}$, 则 $B \cup (\complement_A C) = (\quad)$

- A. {2, 3, 4, 5} B. {2, 3, 4, 5, 6}
- C. {1, 2, 3, 4, 5, 6} D. {1, 3, 4, 5, 6, 7}

2. 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(-3-x)+f(x-3)=0$, 若 $f(1)=1$, $f(2)=-2$, 则

$$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2020)= (\quad)$$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2**

3. 已知双曲线 $M: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > a > 0)$ 的焦距为 $2c$, 若 M 的渐近线上存在点 T , 使得经过点 T 所作的圆

$(x-c)^2 + y^2 = a^2$ 的两条切线互相垂直, 则双曲线 M 的离心率的取值范围是 ()

- A.** $(1, \sqrt{2}]$ **B.** $(\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ **C.** $(\sqrt{2}, \sqrt{5}]$ **D.** $(\sqrt{3}, \sqrt{5}]$

4. 已知函数 $g(x) = f(2x) + x^2$ 为奇函数, 且 $f(2) = 3$, 则 $f(-2) =$ ()

- A. 2** **B. 5** **C. 1** **D. 3**

5. 已知实数 $a = 3^{\ln 3}$, $b = 3 + 3 \ln 3$, $c = (\ln 3)^3$, 则 a, b, c 的大小关系是()

- A.** $c < b < a$ **B.** $c < a < b$ **C.** $b < a < c$ **D.** $a < c < b$

6. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$, 则不等式 $f(e^{1-x}) > f(e^{2x-1})$ 的解集是 ()

- A.** $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$ **B.** $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ **C.** $(-\infty, 0)$ **D.** $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

7. 某校为提高新入职教师的教学水平，实行“老带新”的师徒结对指导形式，要求每位老教师都有徒弟，每位新教师都有一位老教师指导，现选出 3 位老教师负责指导 5 位新入职教师，则不同的师徒结对方式共有（ ）种.

- A. 360** **B. 240** **C. 150** **D. 120**

8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, -2)$, $N(1, 0)$, 若动点 M 满足 $\frac{|MA|}{|MO|} = \sqrt{2}$, 则 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$

的取值范围是 ()

A. $[0, 2]$

B. $[0, 2\sqrt{2}]$

C. $[-2, 2]$

D. $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$

9. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{3} = 1 (a > 0)$ 的一个焦点与抛物线 $x^2 = 8y$ 的焦点重合, 则双曲线 C 的离心率为 ()

A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. 3

D. 4

10. 已知 i 是虚数单位, 则 $(2+i)i =$ ()

A. $1+2i$

B. $-1+2i$

C. $-1-2i$

D. $1-2i$

11. 已知六棱锥 $P-ABCDEF$ 各顶点都在同一个球 (记为球 O) 的球面上, 且底面 $ABCDEF$ 为正六边形, 顶点 P 在底面上的射影是正六边形 $ABCDEF$ 的中心 G , 若 $PA = \sqrt{6}$, $AB = \sqrt{2}$, 则球 O 的表面积为 ()

A. $\frac{16\pi}{3}$

B. $\frac{9\pi}{4}$

C. 6π

D. 9π

12. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) (x \in \mathbb{R}, \omega > 0)$ 的最小正周期为 π , 为了得到函数 $g(x) = \cos \omega x$ 的图象, 只要将 $y = f(x)$ 的图象 ()

A. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

B. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

C. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

D. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $(2+x)^5$ 的展开式中, x^2 的系数为 _____. (用数字作答)

14. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 直线 l 与圆 O 交于 P, Q 两点, $A(2, 2)$, 若 $|AP|^2 + |AQ|^2 = 40$, 则弦 PQ 的长度的最大值为 _____.

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_n \neq 0$, 曲线 $y = x^3$ 在点 (a_n, a_n^3) 处的切线经过点 $(a_{n+1}, 0)$, 下列四个结论: ① $a_2 = \frac{2}{3}$;

② $a_3 = \frac{1}{3}$; ③ $\sum_{i=1}^4 a_i = \frac{65}{27}$; ④ 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列; 其中所有正确结论的编号是 _____.

16. 设实数 $a > 0$, 若函数 $f(x) = \begin{cases} a \ln x - x^2 & (x > 0) \\ x + \frac{1}{x} + a + 2 & (x < 0) \end{cases}$ 的最大值为 $f(-1)$, 则实数 a 的最大值为 _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/525020323301012101>