

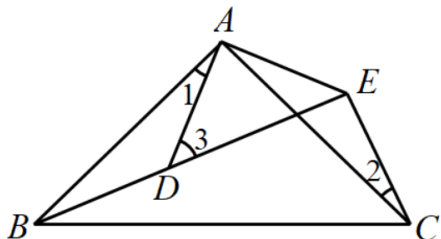
三角形全等综合问题（最新名校期末真题）（解析版）

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

一、单选题

1. (2022 秋·山东威海·七年级校考阶段练习) 如图,

$AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE$, $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 则 $\angle 3 = (\quad)$



A. 30°

B. 55°

C. 25°

D. 125°

【答案】 B

【分析】 先由 $\angle BAC = \angle DAE$, 就可以得出 $\angle 1 = \angle CAE$, 就可以得出 $\triangle ADB \cong \triangle AEC$, 就可以得出 $\angle ABD = \angle 2$, 就可以由三角形的外角与内角的关系求出结论.

【详解】 $\because \angle BAC = \angle DAE$,

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CAE.$$

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEC$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle 1 = \angle CAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle ABD = \angle 2 = 30^\circ.$$

$$\because \angle 3 = \angle 1 + \angle ABD.$$

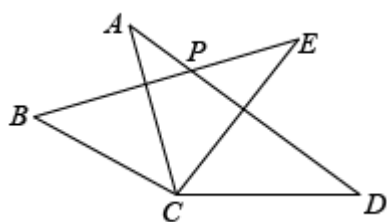
$$\therefore \angle 3 = 25^\circ + 30^\circ = 55^\circ.$$

故选: B.

【点睛】 此题考查全等三角形的判定及性质的运用, 三角形的外角与内角的关系的运用, 解答时证明三角形全等是关键.

2. (2022 秋·山东泰安·七年级联考期末) 如图, 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中, $AC = BC$,

$AD=BE$ ， $CD=CE$ ， $\angle ACE=55^\circ$ ， $\angle BCD=155^\circ$ ， AD 与 BE 相交于点 P ，则 $\angle BPD$ 的度数为（ ）



- A. 110° B. 125° C. 130° D. 155°

【答案】 C

【分析】 易证 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ，得到 $\angle ACD = \angle BCE$ ， $\angle A = \angle B$ ，进而得到 $\angle ACB = \angle ECD$ ，根据 $\angle ACE = 55^\circ$ ， $\angle BCD = 155^\circ$ ，求出 $\angle ACB$ 的度数，利用8字型图，得到 $\angle APB = \angle ACB$ ，进而求出 $\angle BPD$ 即可。

【详解】 解：∵ $AC = BC$ ， $AD = BE$ ， $CD = CE$ ，

∴ $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SSS)，

∴ $\angle ACD = \angle BCE$ ， $\angle A = \angle B$ ，

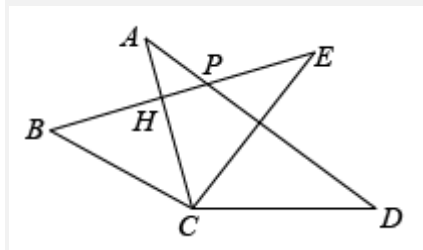
∴ $\angle ACB + \angle ACE = \angle ECD + \angle ACE$ ，

∴ $\angle ACB = \angle ECD$ ，

∵ $\angle ACE = 55^\circ$ ， $\angle BCD = 155^\circ$ ，

∴ $\angle ACB = \angle ECD = \frac{1}{2}(\angle BCD - \angle ACE) = 50^\circ$ ，

设 AC 、 BE 交于点 H ，则： $\angle BHC = \angle AHP$ ，



∴ $\angle B + \angle ACB + \angle BHC = \angle A + \angle APB + \angle AHP = 180^\circ$ ，

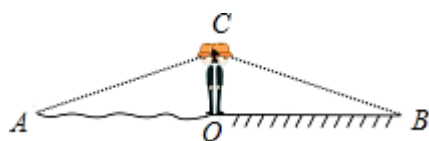
∴ $\angle APB = \angle ACB = 50^\circ$ ，

∴ $\angle BPD = 180^\circ - \angle APB = 130^\circ$ ；

故选 C.

【点睛】 本题考查全等三角形的判定和性质，三角形的内角和定理。解题的关键是证明三角形全等。

3. (2022 春·河南郑州·七年级郑州外国语学校考期末) 小明在学习了全等三角形的相关知识后，发现了一种测量距离的方法，如图，小明直立在河岸边的 O 处，他压低帽子帽沿，使视线通过帽沿，恰好落在河对岸的 A 处，然后转过身，保持和刚才完全一样的姿势，这时视线落在水平地面的 B 处 (A, O, B 三点在同一水平直线上)，小明通过测量 O, B 之间的距离，即得到 O, A 之间的距离。小明这种方法的原理是 ()



- A. SSS B. SAS C. ASA D. AAS

【答案】 C

【分析】 根据垂直的定义和全等三角形的判定和性质定理即可得到结论。

【详解】 解：∵ $AB \perp CO$ ，

$$\therefore \angle ACO = \angle BCO,$$

在 $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOC$ 中，

$$\begin{cases} \angle ACO = \angle BCO \\ CO = CO \\ \angle AOC = \angle BOC \end{cases},$$

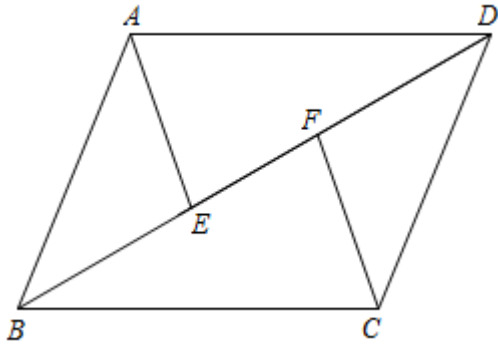
$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOC (\text{ASA}),$$

$$\therefore AO = BO,$$

故选：C。

【点睛】 本题考查了全等三角形的应用，熟练掌握全等三角形的判定和性质定理是解题的关键。

4. (2022 秋·黑龙江大庆·七年级大庆市第六十九中学校考阶段练习) 如图，已知 $AB = DC$ ， $AD = BC$ ， E, F 是 DB 上两点且 $BF = DE$ ，若 $\angle AEB = 100^\circ$ ， $\angle ADB = 30^\circ$ ，则 $\angle BCF$ 的度数为 ()



- A. 150° B. 40° C. 80° D. 70°

【答案】 D

【分析】 先证 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SSS), 得 $\angle ADE = \angle CBF$, 再证 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ (SAS), 得 $\angle BCF = \angle DAE$, 然后由三角形的外角性质即可得出结论.

【详解】 解: 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ AD = CB, \\ BD = DB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SSS),

$\therefore \angle ADE = \angle CBF$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AD = CB \\ \angle ADE = \angle CBF, \\ DE = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ (SAS),

$\therefore \angle BCF = \angle DAE$,

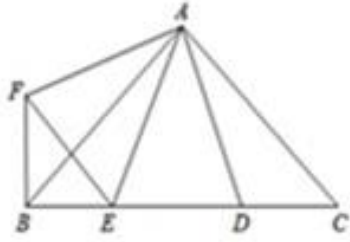
$\therefore \angle DAE = \angle AEB - \angle ADE = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ$,

$\therefore \angle BCF = 70^\circ$.

故选: D.

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质以及三角形的外角性质等知识, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

5. (2022 春·广东佛山·七年级校考阶段练习) 如图, $\angle EOF$ 内有一定点 P, 过点 P 的一条直线分别交射线 OE 于 A, 射线 OF 于 B. 当满足下列哪个条件时, $\triangle AOB$ 的面积一定最小 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 D

【分析】 根据 $\angle DAF=90^\circ$, $\angle DAE=45^\circ$, 得出 $\angle FAE=45^\circ$, 利用 SAS 证明 $\triangle AED \cong \triangle AEF$, 判定①正确;

由 $\triangle AED \cong \triangle AEF$ 得 $AF=AD$, 由 $\angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$, 得 $\angle FAB = \angle CAD$, 又 $AB=AC$, 利用 SAS 证明 $\triangle AED \cong \triangle AEF$, 判定②正确;

先由 $\angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$, 得出 $\angle CAD = \angle BAF$, 再利用 SAS 证明 $\triangle ACD \cong \triangle ABF$, 得出 $CD=BF$, 又①知 $DE=EF$, 那么在 $\triangle BEF$ 中根据三角形两边之和大于第三边可得 $BE+BF > EF$, 等量代换后判定③正确;

先由 $\triangle ACD \cong \triangle ABF$, 得出 $\angle C = \angle ABF = 45^\circ$, 进而得出 $\angle EBF = 90^\circ$, 判定④正确.

【详解】 解: ① $\because \angle DAF = 90^\circ$, $\angle DAE = 45^\circ$,

$\therefore \angle FAE = \angle DAF - \angle DAE = 45^\circ$.

在 $\triangle AED$ 与 $\triangle AEF$ 中,

$$\begin{cases} AD = AF \\ \angle DAE = \angle FAE, \\ AE = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle AEF$ (SAS), ①正确;

② $\because \triangle AED \cong \triangle AEF$,

$\therefore AF = AD$,

$\because \angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$,

$\therefore \angle FAB = \angle CAD$,

$\because AB = AC$,

$\therefore \triangle AED \cong \triangle AEF$, ②正确;

③ $\because \angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAC - \angle BAD = \angle DAF - \angle BAD$, 即 $\angle CAD = \angle BAF$.

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABF$ 中,

$$AC = AB$$

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle BAF, \\ AD = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABF$ (SAS),

$\therefore CD = BF$,

由①知 $\triangle AED \cong \triangle AEF$,

$\therefore DE = EF$.

在 $\triangle BEF$ 中, $\therefore BE + BF > EF$,

$\therefore BE + DC > DE$, ③正确;

④由③知 $\triangle ACD \cong \triangle ABF$,

$\therefore \angle C = \angle ABF = 45^\circ$,

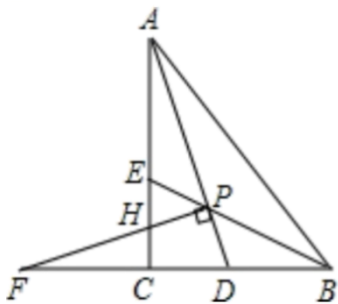
$\therefore \angle ABE = 45^\circ$,

$\therefore \angle EBF = \angle ABE + \angle ABF = 90^\circ$. ④正确.

故答案为 D.

【点睛】 本题考查了勾股定理, 全等三角形的判定与性质, 等腰直角三角形的性质, 三角形三边关系定理, 相似三角形的判定, 此题涉及的知识面比较广, 解题时要注意仔细分析, 有一定难度.

7. (2022 春·江苏宿迁·七年级校考阶段练习) 如图, $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 的角平分线 AD 、 BE 相交于点 P , 过 P 作 $PF \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 F , 交 AC 于点 H , 则下列结论: ① $\angle APB = 135^\circ$; ② $PF = PA$; ③ $AH + BD = AB$; ④ $S_{\text{四边形} ABDE} = \frac{3}{2} S_{\triangle ABP}$, 其中正确的个数是 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【答案】 B

【分析】 根据三角形全等的判定和性质以及三角形内角和定理逐一分析判断即可.

【详解】 解: \therefore 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$$

\therefore AD、BE 分别平分 $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle CAB, \quad \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ABE = \frac{1}{2} \angle CAB + \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} (\angle CAB + \angle ABC) = 45^\circ$$

$\therefore \angle APB = 180^\circ - (\angle BAD + \angle ABE) = 135^\circ$, 故①正确;

$$\therefore \angle BPD = 45^\circ,$$

又 $\therefore PF \perp AD$,

$$\therefore \angle FPB = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore \angle APB = \angle FPB$$

又 $\therefore \angle ABP = \angle FBP$

$$BP = BP$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle FBP \quad (\text{ASA})$$

$\therefore \angle BAP = \angle BFP$, $AB = AB$, $PA = PF$, 故②正确;

在 $\triangle APH$ 与 $\triangle FPD$ 中

$$\therefore \angle APH = \angle FPD = 90^\circ$$

$$\angle PAH = \angle BAP = \angle BFP$$

$$PA = PF$$

$$\therefore \triangle APH \cong \triangle FPD \quad (\text{ASA}),$$

$$\therefore AH = FD,$$

又 $\therefore AB = FB$

$\therefore AB = FD + BD = AH + BD$, 故③正确;

连接 HD, ED,

$$\therefore \triangle APH \cong \triangle FPD, \quad \triangle ABP \cong \triangle FBP$$

$$\therefore S_{\triangle APH} = S_{\triangle FPD}, \quad S_{\triangle ABP} = S_{\triangle FBP}, \quad PH = PD,$$

$$\therefore \angle HPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HDP = \angle DHP = 45^\circ = \angle BPD$$

$$\therefore HD \parallel EP,$$

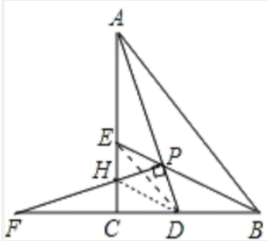
$$\therefore S_{\triangle EPH} = S_{\triangle EPD}$$

$$\therefore S_{\text{四边形} ABDE} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle BDP} + S_{\triangle AEP} + S_{\triangle EPD}$$

$$= S_{\triangle ABP} + (S_{\triangle AEP} + S_{\triangle EPH}) + S_{\triangle PBD}$$

$$\begin{aligned}
&= S_{\triangle ABP} + S_{\triangle APH} + S_{\triangle PBD} \\
&= S_{\triangle ABP} + S_{\triangle FPD} + S_{\triangle PBD} \\
&= S_{\triangle ABP} + S_{\triangle FBP} \\
&= 2S_{\triangle ABP}
\end{aligned}$$

故④错误，



∴正确的有①②③，

故答案为：B.

【点睛】本题考查了三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的方法有：SSS、SAS、AAS、ASA、HL，注意AAA和SAS不能判定两个三角形全等.

8. (2022春·陕西·七年级陕西师大附中校考) 如图1, 已知 $AB=AC$, D 为 $\angle BAC$ 的平分线上一点, 连接 BD 、 CD ; 如图2, 已知 $AB=AC$, D 、 E 为 $\angle BAC$ 的平分线上两点, 连接 BD 、 CD 、 BE 、 CE ; 如图3, 已知 $AB=AC$, D 、 E 、 F 为 $\angle BAC$ 的平分线上三点, 连接 BD 、 CD 、 BE 、 CE 、 BF 、 CF ; ..., 依次规律, 第 n 个图形中全等三角形的对数是 ()

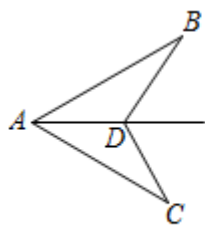


图1

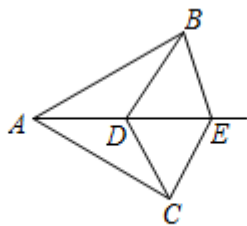


图2

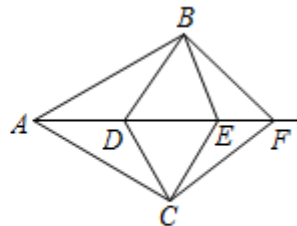


图3

- A. n B. $2n-1$ C. $\frac{n(n+1)}{2}$ D. $3(n+1)$

【答案】C

【分析】根据条件可得图1中 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 有1对三角形全等; 图2中可证出 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, $\triangle BDE \cong \triangle CDE$, $\triangle ABE \cong \triangle ACE$ 有3对三角形全等; 图3中有6对三角形全等, 根据数据可分析出第 n 个图形中全等三角形的对数.

【详解】解: $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD.$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 中,

$$AB = AC,$$

$$\angle BAD = \angle CAD,$$

$$AD = AD,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD.$$

\therefore 图 1 中有 1 对三角形全等;

同理图 2 中, $\triangle ABE \cong \triangle ACE$,

$$\therefore BE = EC,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD.$$

$$\therefore BD = CD,$$

又 $DE = DE$,

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDE,$$

\therefore 图 2 中有 3 对三角形全等;

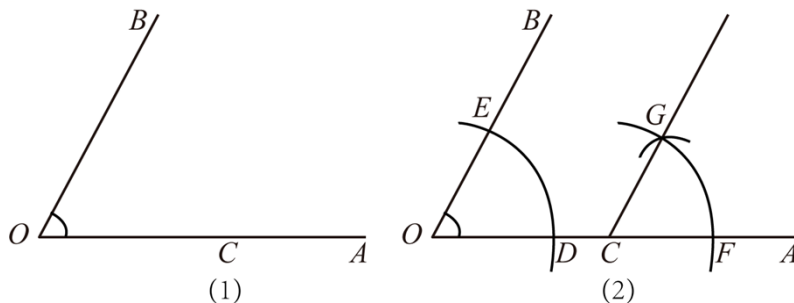
同理: 图 3 中有 6 对三角形全等;

由此发现: 第 n 个图形中全等三角形的对数是 $\frac{n(n+1)}{2}$.

故选: C.

【点睛】此题主要考查了三角形全等的判定以及规律的归纳, 解题的关键是根据条件证出图形中有几对三角形全等, 然后寻找规律.

9. (2022 秋·山东淄博·七年级统考)“经过已知角一边上的一点作“一个角等于已知角”的尺规作图过程如下:



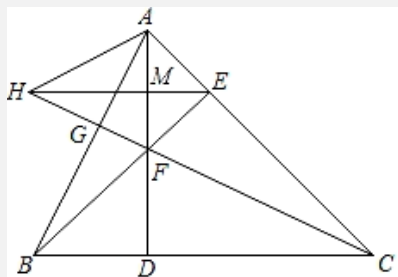
已知: 如图 (1), $\angle AOB$ 和 OA 上一点 C .

求作: 一个角等于 $\angle AOB$, 使它的顶点为 C , 一边为 CA .

作法: 如图 (2),

【答案】A

【分析】①利用三角形内角和定理即可说明其正确；②利用垂直平分线的性质即可说明其正确；③利用SAS判定全等即可；④利用③中的结论结合等量代换和等式的性质即可得出结论；⑤利用③中的结论结合等量代换和等式的性质即可得出结论.



【详解】

如图所示，设 EH 与 AD 交于点 M ，

$$\because \angle ACB = 45^\circ, BE \perp AC,$$

$$\therefore \angle EBD = 90^\circ - \angle ACD = 45^\circ,$$

故①正确；

$$\because AD \perp BC, \angle EBD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle BFD = 45^\circ,$$

$$\because BE \perp AC,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle AFE = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle AEF$ 为等腰直角三角形，

$\therefore EM$ 是 $\angle AEF$ 的平分线，

$\therefore EM \perp AF, AM = MF$ ，即 EH 为 AF 的垂直平分线，

$$\therefore AH = HF,$$

\therefore ②正确；

$$\because AD \perp BC, \angle ACD = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ADC$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore AD = CD,$$

同理， $BD = DF$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CFD$ 中，

$$\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADB = \angle CDF = 90^\circ, \\ BD = FD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CFD$ (SAS),

\therefore ③ 正确;

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CFD$,

$\therefore CF = AB$,

$\therefore CH = CF + HF$,

由②知: $HF = AH$,

$\therefore CH = AB + AH$,

\therefore ④ 正确;

$\therefore BD = DF, CD = AD$,

又 $\therefore DF = AD - AF$,

$\therefore BD = CD - AF$,

\therefore ⑤ 正确,

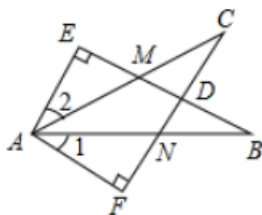
综上, 正确结论的个数为 5 个.

故选: A.

【点睛】 本题考查了直角三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 等腰直角三角形的判定与性质, 垂直平分线的判定与性质等相关知识, 综合性较强, 难度较大, 做题时要分清角的关系与边的关系.

二、填空题

11. (2022 春·河南周口·七年级校考期末) 如图, $\angle E = \angle F = 90^\circ, \angle B = \angle C, AE = AF$ 给出下列结论: ① $EM = FN$; ② $CD = DN$; ③ $\angle 1 = \angle 2$; ④ $\triangle ACN \cong \triangle ABM$. 其中正确的有 _____ (填写答案序号).



【答案】 ①③④

【分析】利用 AAS 可证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ ，可得 $AC=AB$ ， $\angle BAE=\angle CAF$ ，利用角的和差关系可得 $\angle EAM=\angle FAN$ ，可得③正确，利用 ASA 可证明 $\triangle AEM \cong \triangle AFN$ ，可得 $EM=FN$ ， $AM=AN$ ，可得①③正确；根据线段的和差关系可得 $CM=BN$ ，利用 AAS 可证明 $\triangle CDM \cong \triangle BDN$ ，可得 $CD=DB$ ，可得②错误；利用 ASA 可证明 $\triangle ACN \cong \triangle ABM$ ，可得④正确；综上所述即可得答案.

【详解】在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中，
$$\begin{cases} \angle C = \angle C \\ \angle E = \angle F \\ AE = AF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$,

$\therefore AB=AC$ ， $\angle BAE=\angle CAF$ ，

$\therefore \angle BAE-\angle BAC=\angle CAF-\angle BAC$ ，即 $\angle FAN=\angle EAM$ ，故③正确，

在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle AFN$ 中，
$$\begin{cases} \angle EAM = \angle FAN \\ AE = AF \\ \angle E = \angle F \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEM \cong \triangle AFN$ ，

$\therefore EM=FN$ ， $AM=AN$ ，故①正确，

$\therefore AC-AM=AB-AN$ ，即 $CM=BN$ ，

在 $\triangle CDM$ 和 $\triangle BDN$ 中，
$$\begin{cases} \angle CDM = \angle BDN \\ \angle C = \angle B \\ CM = BN \end{cases},$$

$\therefore CD=DB$ ，故②错误，

在 $\triangle CAN$ 和 $\triangle ABM$ 中，
$$\begin{cases} \angle C = \angle B \\ AC = AB \\ \angle BAC = \angle BAC \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACN \cong \triangle ABM$ ，故④正确，

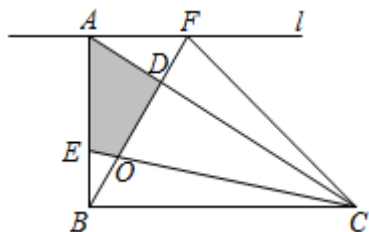
综上所述：正确的结论有①③④，

故答案为：①③④

【点睛】本题考查全等三角形的判定与性质，判定两个三角形全等的方法有：SSS、SAS、AAS、ASA、HL，注意：SSA、AAA 不能判定三角形确定，当利用 SAS 证明时，角必须是两边的夹角；熟练掌握全等三角形的判定定理是解题关键.

12. (2022 春·江苏无锡·七年级校考阶段练习) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D ，点 E 分别是 AC 和 AB 上的点，且满足 $AE=2BE$ ， $CD=3AD$ ，过点 A 的直线 l 平行 BC ，

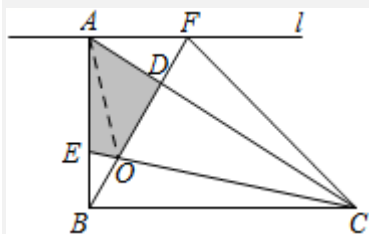
射线 BD 交 CE 于点 O ，交直线 l 于点 F 。若 $\triangle CDF$ 的面积为 12，则四边形 $AEOD$ 的面积为_____。



【答案】 $\frac{52}{5}$

【分析】 连接 AO ，根据三角形边之间的关系得到面积之间的关系进行推理解答。

【详解】 如图，连接 AO ，



$$\because CD=3AD,$$

$$\therefore AD:CD=1:3,$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{3} S_{\triangle CDF}, \quad S_{\triangle ADO} = \frac{1}{3} S_{\triangle CDO}, \quad 3S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CBD},$$

$$\because S_{\triangle CDF} = 12,$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = 4, \quad S_{\triangle ACF} = 16,$$

$$\because AF \parallel BC,$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ACF} = 16,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = 12,$$

$$\therefore S_{\triangle CBD} = 36, \quad S_{\triangle ABC} = 48,$$

$$\because AE=2BE,$$

$$\therefore BE:AE=1:2,$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = 2S_{\triangle BEC}, \quad S_{\triangle AEO} = 2S_{\triangle BEO},$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = 32, \quad S_{\triangle BEC} = 16,$$

$$\therefore S_{\triangle AOE} + S_{\triangle AOD} + S_{\triangle COD} = 2(S_{\triangle BOE} + S_{\triangle BOC}),$$

$$\text{即 } S_{\triangle AOE} + S_{\triangle AOD} + S_{\triangle COD} = 2S_{\triangle BOE} + 2S_{\triangle BOC},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/525224241243011221>