

课题：第二讲 整式与因式分解

像课：是

学习目标：

1. 了解单项式、多项式、整式的概念，弄清它们与代数式之间的联系和区别；
2. 理解同类项的概念，掌握合并同类项的法则和去、添括号的法则，能准确地进行整式的加、减、乘、除、乘方混合运算；
3. 会根据多项式的结构特征，进行因式分解，并能利用因式分解的方法进行整式的化简和求值。

教学重点、难点：

重点：整式的运算法则和因式分解.

难点：乘法公式与因式分解.

课前准备：

老师：导学案、课件

学生：导学案、练习本、课本（八年级下册、七年级下册）

教学过程：

一、基础回顾，课前热身

活动内容：整式相关内容回顾

1. 单项式是数与字母的积，单独一个数或一个字母也是单项式.
2. 多项式是几个单项式的和，每个单项式叫做多项式的项，次数最高的项的次数叫做这个多项式的次数.
3. 单项式与多项式统称整式.
4. 所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项.
5. 合并同类项的方法：系数相加减，字母部分不变.
6. 去括号法则：如果括号前是+号，去括号后括号里各项都不改变符号；如果括号前是-号，去括号后括号里各项都改变符号.
7. 整式的加减法则：几个整式相加减，如果有括号先去括号，然后再合并同类项.
8. 幂的运算性质：
 - (1) $a^m \cdot a^n = \underline{a^{m+n}}$ (m, n 都是正整数)
 - (2) $a_m^n = \underline{a^{mn}}$ (m, n 都是正整数)

(3) $ab^n = \underline{a^n b^n}$ (n 是正整数)

(4) $a^m \cdot a^n = \underline{a^{m+n}}$ (a ≠ 0, m, n 都是正整数, 并且 m > n)

(5) $a^0 = \underline{1}$ (a ≠ 0)

(6) $a^{-p} = \underline{\frac{1}{a^p}}$ (a ≠ 0, p 是正整数)

9. 整式乘法法则:

(1) 单项式与单项式相乘, 系数 相乘, 相同字母 的幂相乘, 其它照抄, 作为积的因式.

(2) 单项式与多项式相乘, 就是根据 分配律 用单项式去乘多项式的每一 项, 再把所得的积相加;

(3) 多项式与多项式相乘, 先用一个多项式的每一 项 乘另一个多项式的每一 项, 再把所得的积相加.

10. 乘法公式:

(1) 平方差公式: $(a+b)(a-b) = \underline{a^2 - b^2}$

(2) 完全平方公式: $(a+b)^2 = \underline{a^2 + 2ab + b^2}$ $(a-b)^2 = \underline{a^2 - 2ab + b^2}$

11. 整式除法法则:

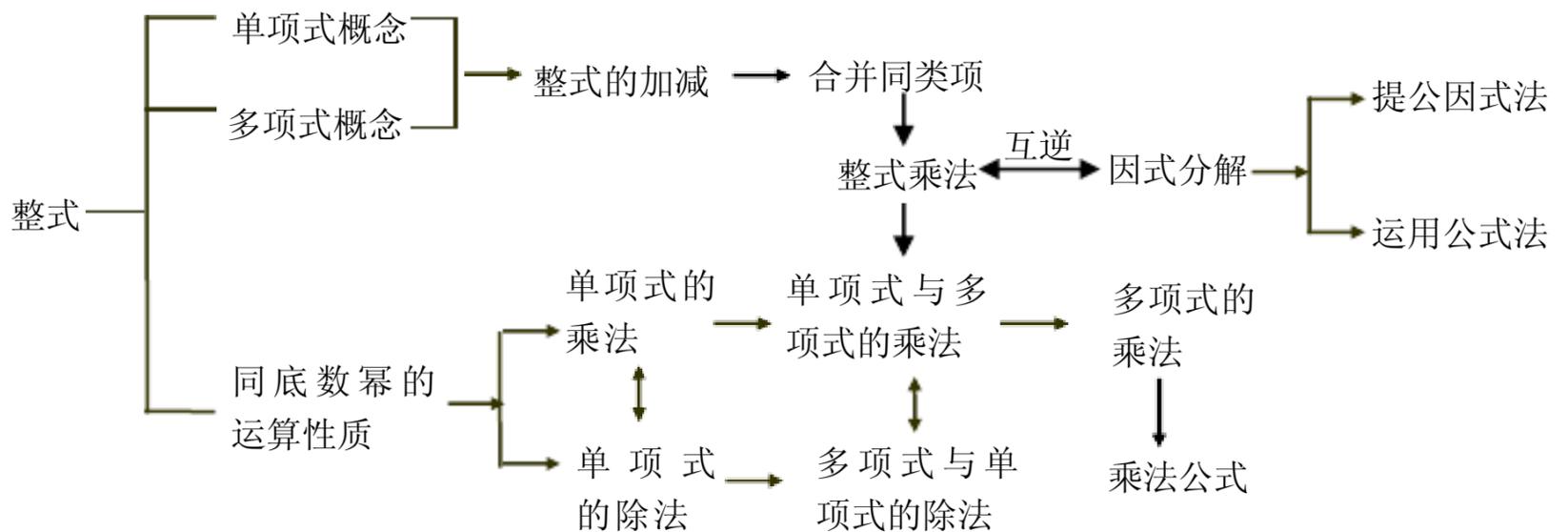
(1) 单项式与单项式相除, 把系数、同底数幂分别 相除 后, 其它照抄, 作为商的因式.

(2) 多项式除以单项式, 先把这个多项式的每一 项 分别除以这个单项式, 再把所得的商相加.

12. 把一个多项式化成几个因式 积 的形式, 叫做因式分解.

13. 因式分解常用的方法有 提公因式法、运用公式法. 分解因式要分解到 不能再分解 为止.

多媒体出示知识网络



处理方式：多媒体出示知识提纲，学生依次回答，不完整的地方其他学生补充。

设计意图：本节课的内容知识点比较多，通过知识梳理让学生回顾整式相关知识，形成知识体系。

二、互查反馈，落实基础

活动内容：完成基础反馈习题

1. 在下列代数式： $\frac{2^3xy^4}{7}$ ， a ， $2ab^2$ ， $b-1$ ， $\frac{2}{2}$ ， $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2}a-b$ ， $\frac{3}{x}$ 中，单项式有_____，多项式有_____， $\frac{2^3xy^4}{7}$ 的次数是_____， $2ab^2-b-1$ 是_____次_____项式。

2. 下列运算中，不正确的是()

A. $-2^{-2} = \frac{1}{4}$ B. $(-2x^2)^3 = -6x^6$ C. $4^0 = 1$ D. $-a^3 \cdot a^2 = a^3 \cdot a^3$

3. 计算 (1) $\frac{2}{3}x^2y - 6xy + \frac{1}{2}xy^2 =$ _____ (2) $12x^4y^7 - 20x^2y^5 - 4x^2y^4 =$ _____

4. 因式分解 (1) $x^3 - 2x^2 - x - 3 =$ _____ (2) $9(m+n)^2 - (m-n)^2 =$ _____

5. 化简求值： $(x-1)(2x-1) - (x-1)^2 - (x-1)(x+1)$ 其中 $x = \frac{1}{5}$

处理方式：学生先独立完成再小组交流，做错的题小组内帮助分析原因并纠错。老师巡视必要时给与指导。

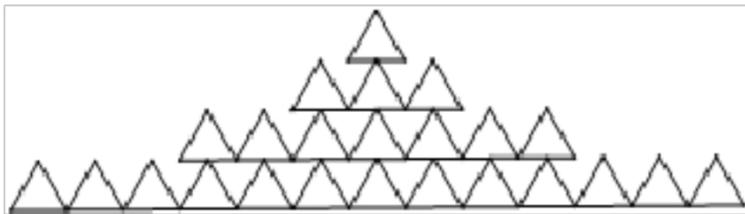
设计意图：本组题以基础为主，同时包含了易错题，通过本组题的练习，一方面检验学生对所学知识的掌握情况，组内互查互助分析错题原因解决了易错点问题，体会合作交流的重要性，另一方面帮助学生回忆整式的有关知识点，引导学生根据解题情况自动去翻阅课本，查漏补缺，为构建知识框架做准备。

三、典例解析，深化知识

活动内容：典型例题讲解

题型一 规律题

例 1 如图，是用三角形摆成的图案，摆第一层图需要 1 个三角形，摆第二层图需要 3 个三角形，摆第三层图需要 7 个三角形，摆第四层图需要 13 个三角形，摆第五层图需要 个三角形， \dots ，摆第 n 层图需要 个三角形。



处理方式：学生完成后，黑板展示例 1 的答案及讲解如何解决这类问题的。

设计意图：通过探索规律让学生感受由特殊到一般的认知规律，了解数学常用的归纳法。

题型二 代数式求值

例 2 已知 $x - 1 = \sqrt{3}$ ，求代数式 $(x - 1)^2 - 4(x - 1) + 4$ 的值。

处理方式：让有不同解法的同学在黑板指定的位置板演例 2 的解题过程，老师评价时明确例 2 的解法一运用了整体思想。

设计意图：一方面起到示范作用，另一方面让学生体会解题方法的多样性和整体思想，同时提高学生的思维能力。

四、拓展应用，提升能力

活动内容：能力题目训练

1. 若 $3 \times 9^m \times 27^m = 3^{11}$ ，则 m 的值为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
2. 若 $3x^m - 5y^2$ 与 x^3y^n 的和是单项式，则 $n^m =$
3. 如果 $a^m = 3, a^n = 9$ ，则 $a^{3m - 2n} =$ 。
4. 二次三项式 $x^2 - kx + 9$ 是一个完全平方式，则 k 的值是
5. 分解因式： $-3ma^3 + 6ma^2 - 12ma$
6. 已知 $x^2 - 2x = 1$ ，求 $(x - 1)(3x + 1) - (x + 1)^2$ 的值

处理方式：学生按要求自主完成，如有困难，再合作完成。学生黑板板演 4、5 题过程。师在巡视的过程中及时地给予有需要的学生指导。

设计意图：通过这组题目的训练，提升学生的综合运用知识的能力。达到触类旁通。

五、归纳总结，盘点学习收获

活动内容:

通过本节课的学习,你都掌握了哪些数学知识,运用了哪些数学思想方法?你还有什么疑难问题吗?

处理方式:学生先独立思考,小组交流然后由学生口答。

设计意图:让学生归纳本节课的知识,实际上就是帮助学生梳理知识要点,让学生明确本节课应该达成的目标.听听学生的感悟、体会,以便教师更好的了解学生学习经验的获得情况.由学生发言,为他们提供一个互相交流的平台,让学生养成反思与总结的好习惯,培养学生的语言概括能力.

六、目标检测,反馈学习

活动内容:课堂检测

1. 下列运算中正确的是 ()

A. $3a - 2a = 5a^2$ B. $(2a - b)(2a + b) = 4a^2 - b^2$

C. $2a^2 \cdot a^3 = 2a^6$ D. $(2a - b)^2 = 4a^2 - b^2$

2. 下面的多项式中,能因式分解的是 ()

A. $m^2 - n$ B. $m^2 - m - 1$

C. $m^2 - n$ D. $m^2 - 2m - 1$

3. 在下列代数式中,次数为3的单项式是 ()

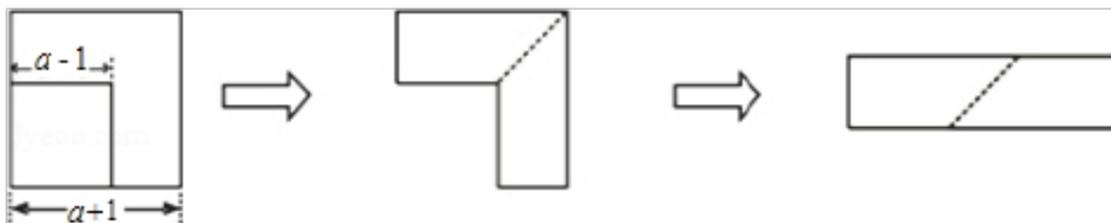
A. xy^2 B. x^3+y C. x^3y D. $3xy$

4. 下列式子变形是因式分解的是 ()

A. $x^2 - 5x + 6 = x(x - 5) + 6$ B. $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

C. $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 5x + 6$ D. $x^2 - 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

5. 如图,从边长为 $(a+1)$ cm 的正方形纸片中剪去一个边长为 $(a-1)$ cm 的正方形 ($a > 1$),剩余部分沿虚线又剪拼成一个矩形(不重叠无缝隙),则该矩形的面积是 ()



A. 2cm^2 B. $2a\text{cm}^2$ C. $4a\text{cm}^2$ D. $(a^2 - 1)\text{cm}^2$

6. 若 $x + y = 3$, $xy = 1$, 则 $x^2 + y^2 =$ _____.

7. 分解因式 $b^2 - a^3 - 4ab =$ _____.

8. 先化简，再求值： $2b^2 + (a+b)(a-b) - (a-b)^2$ ，其中 $a=-3$ ， $b=\frac{1}{2}$.

处理方式：学生独立完成，对学生错误较多的题目进行讲解。

设计意图：检验学生对本节所学的理解能力和运用程度，分层设置一组课堂反馈检测题，要求学生完成必基础题后，可以有选择的去做选做题，让不同学生得到不同发展，体会到不一样的成功和收获，增强了学生学习数学的信心。

七、布置作业

初中复习指导丛书 P₇ P₉

板书设计：

第二讲 整式与因式分解			
知识梳理	典例分析	错题讲解	投 影 区
学 生 活 动 区			

中考数学模拟试卷

一、选择题（本题包括 10 个小题，每小题只有一个选项符合题意）

1. 一元二次方程 $x^2+kx-3=0$ 的一个根是 $x=1$ ，则另一个根是（ ）

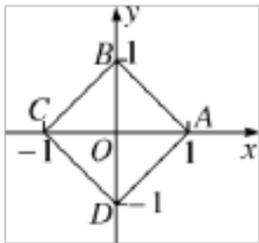
- A. 3 B. -1 C. -3 D. -2

【答案】C

【解析】试题分析：根据根与系数的关系可得出两根的积，即可求得方程的另一根. 设 m 、 n 是方程 $x^2+kx-3=0$ 的两个实数根，且 $m=x=1$ ；则有： $mn=-3$ ，即 $n=-3$ ；故选 C.

【考点】根与系数的关系；一元二次方程的解.

2. 正方形 ABCD 在直角坐标系中的位置如图所示，将正方形 ABCD 绕点 A 按顺时针方向旋转 180° 后，C 点的坐标是（ ）



- A. (2, 0) B. (3, 0) C. (2, -1) D. (2, 1)

【答案】B

【解析】试题分析：正方形 ABCD 绕点 A 顺时针方向旋转 180° 后，C 点的对应点与 C 一定关于 A 对称，A 是对称点连线的中点，据此即可求解.

试题解析：AC=2，

则正方形 ABCD 绕点 A 顺时针方向旋转 180° 后 C 的对应点设为 C' ，则 $AC'=AC=2$ ，

则 $OC'=3$ ，

故 C' 的坐标是 (3, 0).

故选 B.

考点：坐标与图形变化-旋转.

3. 在下列四个汽车标志图案中，能用平移变换来分析其形成过程的图案是（ ）



【答案】D

【解析】根据平移不改变图形的形状和大小，将题中所示的图案通过平移后可以得到的图案是 D.

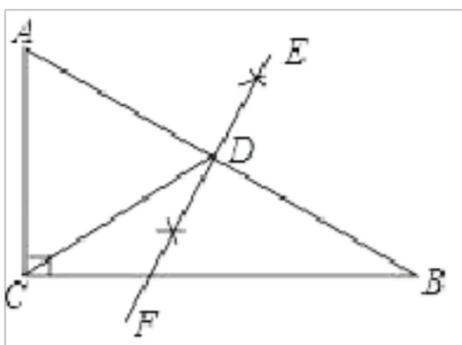
【详解】解：观察图形可知图案 D 通过平移后可以得到.

故选 D.

【点睛】

本题考查图形的平移，图形的平移只改变图形的位置，而不改变图形的形状和大小，学生易混淆图形的平移与旋转或翻转.

4. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=12$ ， $AC=5$ ，分别以点 A，B 为圆心，大于线段 AB 长度的一半为半径作弧，相交于点 E，F，过点 E，F 作直线 EF，交 AB 于点 D，连接 CD，则 $\triangle ACD$ 的周长为（ ）



A. 13

B. 17

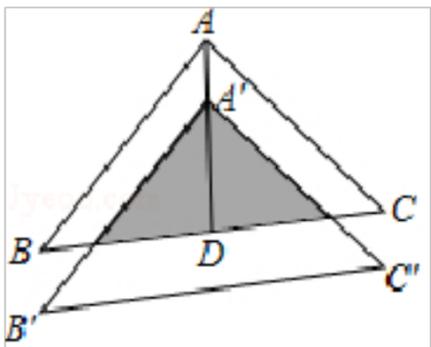
C. 18

D. 25

【答案】C

【解析】在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=12$ ， $AC=5$ ，根据勾股定理求得 $AB=13$. 根据题意可知，EF 为线段 AB 的垂直平分线，在 $Rt\triangle ABC$ 中，根据直角三角形斜边的中线等于斜边的一半可得 $CD=AD=\frac{1}{2}AB$ ，所以 $\triangle ACD$ 的周长为 $AC+CD+AD=AC+AB=5+13=18$. 故选 C.

5. 如图，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边上的中线 AD 平移到 $\triangle A'B'C'$ 的位置，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 9，阴影部分三角形的面积为 1. 若 $AA'=1$ ，则 $A'D$ 等于（ ）



A. 2

B. 3

C. $\frac{2}{3}$

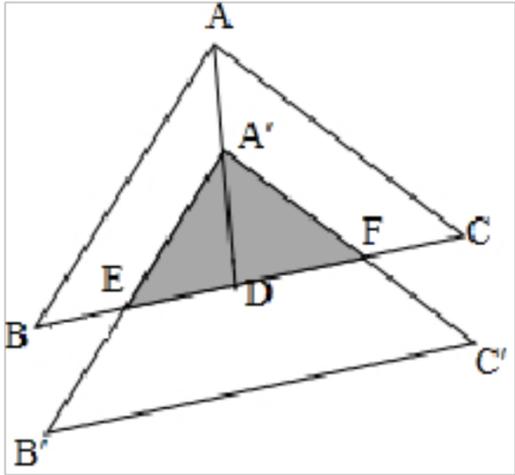
D. $\frac{3}{2}$

【答案】A

【解析】分析：由 $S_{\triangle ABC}=9$ 、 $S_{\triangle A'DE}=1$ 且 AD 为 BC 边的中线知 $S_{\triangle A'DE}=\frac{1}{2}S_{\triangle A'EF}=2$,

$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{9}{2}$ ，根据 $\triangle DA'E \sim \triangle DAB$ 知 $(\frac{AD}{AD})^2 = \frac{S_{\triangle A'DE}}{S_{\triangle ABD}}$ ，据此求解可得。

详解：如图，



$\because S_{\triangle ABC} = 9$ 、 $S_{\triangle A'EF} = 1$ ，且 AD 为 BC 边的中线，

$\therefore S_{\triangle A'DE} = \frac{1}{2} S_{\triangle A'EF} = 2$ ， $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{9}{2}$ ，

\therefore 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边上的中线 AD 平移得到 $\triangle A'B'C'$ ，

$\therefore A'E \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle DA'E \sim \triangle DAB$ ，

则 $(\frac{AD}{AD})^2 = \frac{S_{\triangle A'DE}}{S_{\triangle ABD}}$ ，即 $(\frac{AD}{AD})^2 = \frac{2}{\frac{9}{2}}$ ，

解得 $A'D = 2$ 或 $A'D = -\frac{2}{5}$ (舍)，

故选 A。

点睛：本题主要考查平移的性质，解题的关键是熟练掌握平移变换的性质与三角形中线的性质、相似三角形的判定与性质等知识点。

6. 已知 a, b, c 在数轴上的位置如图所示，化简 $|a+c| - |a-2b| - |c|$ 的结果是 ()



A. $4b+2c$

B. 0

C. $2c$

D. $2a+2c$

【答案】A

【解析】由数轴上点的位置得： $b < a < 0 < c$ ，且 $|b| > |c| > |a|$

$\therefore a+c > 0$ ， $a-2b > 0$ ， $c+2b < 0$ ，

则原式 $= a+c - (a+2b) - (c+2b) = 4b+2c$ 。

故选：B.

点睛：本题考查了整式的加减以及数轴，涉及的知识有：去括号法则以及合并同类项法则，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

7. 《九章算术》中注有“今两算得失相反，要令正负以名之”，意思是：今有两数若其意义相反，则分别叫做正数与负数，若气温为零上 10°C 记作 $+10^{\circ}\text{C}$ ，则 -3°C 表示气温为（ ）

- A. 零上 3°C B. 零下 3°C C. 零上 7°C D. 零下 7°C

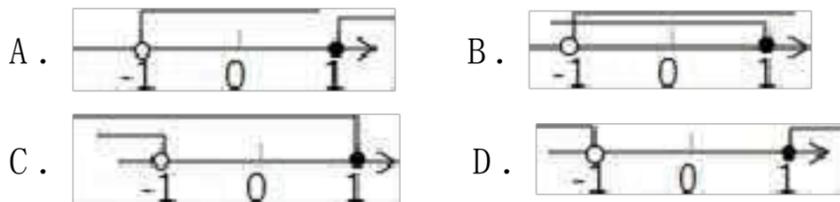
【答案】B

【解析】试题分析：由题意知，“-”代表零下，因此 -3°C 表示气温为零下 3°C .

故选 B.

考点：负数的意义

8. 把不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -1 \\ x+2 \leq 3 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上，下列选项正确的是（ ）



【答案】B

【解析】由 (1) 得 $x > -1$ ，由 (2) 得 $x \leq 1$ 所以 $-1 < x \leq 1$ 故选 B.

9. 下列说法中，错误的是（ ）

- A. 两个全等三角形一定是相似形 B. 两个等腰三角形一定相似
C. 两个等边三角形一定相似 D. 两个等腰直角三角形一定相似

【答案】B

【解析】根据相似图形的定义，结合选项中提到的图形，对选项一一分析，选出正确答案.

【详解】解：A、两个全等的三角形一定相似，正确；

B、两个等腰三角形一定相似，错误，等腰三角形的形状不一定相同；

C、两个等边三角形一定相似；正确，等边三角形形状相同，只是大小不同；

D、两个等腰直角三角形一定相似，正确，等腰直角三角形形状相同，只是大小不同.

故选 B.

【点睛】

本题考查的是相似形的定义，联系图形，即图形的形状相同，但大小不一定相同的变换是相似变换. 特别注意，本题是选择错误的，一定要看清楚题.

10. 苹果的单价为 a 元/千克, 香蕉的单价为 b 元/千克, 买 2 千克苹果和 3 千克香蕉共需()
A. $(a+b)$ 元 B. $(3a+2b)$ 元 C. $(2a+3b)$ 元 D. $5(a+b)$ 元

【答案】 C

【解析】 用单价乘数量得出买 2 千克苹果和 3 千克香蕉的总价, 再进一步相加即可.

【详解】 买单价为 a 元的苹果 2 千克用去 $2a$ 元, 买单价为 b 元的香蕉 3 千克用去 $3b$ 元, 共用去: $(2a+3b)$ 元.

故选 C.

【点睛】

本题主要考查列代数式, 总价=单价乘数量.

二、填空题 (本题包括 8 个小题)

11. 计算: $2(a-b) + 3b =$ _____.

【答案】 $2a+b$.

【解析】 先去括号, 再合并同类项即可得出答案.

【详解】 原式= $2a-2b+3b$
 $=2a+b$.

故答案为: $2a+b$.

12. 某商品原价 100 元, 连续两次涨价后, 售价为 144 元.若平均每次增长率为 x , 则 $x =$ _____.

【答案】 20% .

【解析】 试题分析: 根据原价为 100 元, 连续两次涨价 x 后, 现价为 144 元, 根据增长率的求解方法, 列方程求 x .

试题解析: 依题意, 有: $100(1+x)^2=144$,

$1+x=\pm 1.2$,

解得: $x=20\%$ 或 -2.2 (舍去).

考点: 一元二次方程的应用.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 30^\circ$, $\angle A - \angle B = 30^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.

【答案】 90° .

【解析】 根据三角形内角和得到 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 而 $\angle C = 30^\circ$, 则可计算出 $\angle A + \angle B = 150^\circ$, 由于 $\angle A - \angle B = 30^\circ$, 把两式相加消去 $\angle B$ 即可求得 $\angle A$ 的度数.

【详解】解：∵ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，

∴ $\angle A + \angle B = 150^\circ$ ，

∵ $\angle A - \angle B = 30^\circ$ ，

∴ $2\angle A = 180^\circ$ ，

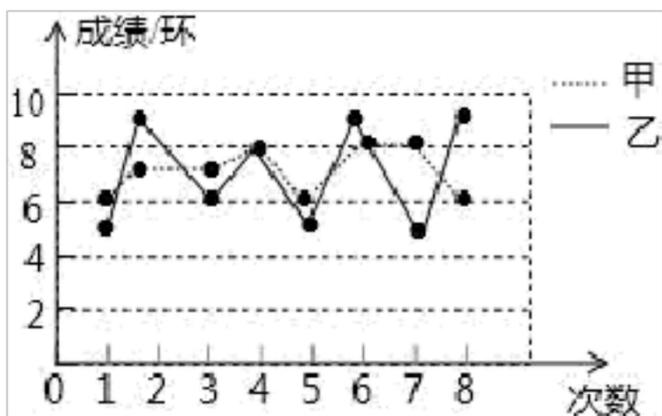
∴ $\angle A = 90^\circ$ 。

故答案为： 90° 。

【点睛】

本题考查了三角形内角和定理：三角形内角和是 180° 。主要用在求三角形中角的度数。①直接根据两已知角求第三个角；②依据三角形中角的关系，用代数方法求三个角；③在直角三角形中，已知一锐角可利用两锐角互余求另一锐角。

14. 甲乙两人 8 次射击的成绩如图所示(单位：环)根据图中的信息判断，这 8 次射击中成绩比较稳定的是_____ (填“甲”或“乙”)



【答案】甲

【解析】由图表明乙这 8 次成绩偏离平均数大，即波动大，而甲这 8 次成绩，分布比较集中，各数据偏离平均小，方差小，

则 $S^2_{甲} < S^2_{乙}$ ，即两人的成绩更加稳定的是甲。

故答案为甲。

15. 已知 $2 - \sqrt{3}$ 是一元二次方程 $x^2 - 4x + c = 0$ 的一个根，则方程的另一个根是_____。

【答案】 $2 + \sqrt{3}$

【解析】通过观察原方程可知，常数项是一未知数，而一次项系数为常数，因此可用两根之和公式进行计算，将 $2 - \sqrt{3}$ 代入计算即可。

【详解】设方程的另一根为 x_1 ，

又∵ $x = 2 - \sqrt{3}$ ，由根与系数关系，得 $x_1 + 2 - \sqrt{3} = 4$ ，解得 $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ 。

故答案为： $2\sqrt{3}$

【点睛】

解决此类题目时要认真审题，确定好各系数的数值与正负，然后适当选择一个根与系数的关系式求解.

16. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 2x - 1 = 0$ 有实数根，则 a 的取值范围是 _____.

【答案】 $a \leq 1$ 且 $a \neq 0$

【解析】 \because 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 2x - 1 = 0$ 有实数根，

$$\therefore \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 2^2 - 4a \geq 0 \end{cases}, \text{解得: } a \leq 1,$$

$\therefore a$ 的取值范围为： $a \leq 1$ 且 $a \neq 0$.

点睛：解本题时，需注意两点：（1）这是一道关于“ x ”的一元二次方程，因此 $a \neq 0$ ；

（2）这道一元二次方程有实数根，因此 $\Delta = 2^2 - 4a \geq 0$ ；这个条件缺一不可，尤其是第一个条件解题时很容易忽略.

17. 已知 $A(-4, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系为_____.

【答案】 $y_1 < y_2$

【解析】 分析：根据反比例函数的性质和题目中的函数解析式可以判断 y_1 与 y_2 的大小，从而可以解答本题.

详解： \because 反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$, $-4 < -1$,

\therefore 在每个象限内， y 随 x 的增大而增大，

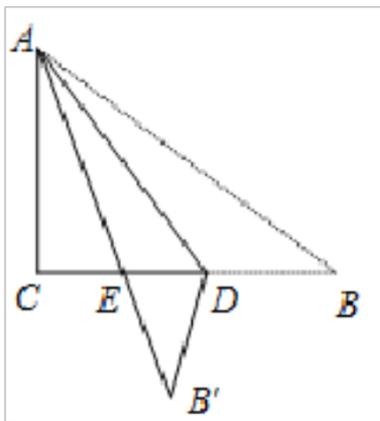
$\because A(-4, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 图象上的两个点， $-4 < -1$,

$\therefore y_1 < y_2$,

故答案为： $y_1 < y_2$.

点睛：本题考查反比例函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确反比例函数的性质，利用函数的思想解答.

18. 如图， $Rt\triangle ABC$ 纸片中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，点 D 在边 BC 上，以 AD 为折痕将 $\triangle ABD$ 折叠得到 $\triangle AB'D$ ， AB' 与边 BC 交于点 E . 若 $\triangle DEB'$ 为直角三角形，则 BD 的长是



【答案】 5 或 1.

【解析】 先依据勾股定理求得 AB 的长，然后由翻折的性质可知： $AB' = 5$ $DB = DB'$ ，接下来分为 $\angle B' DE = 90^\circ$ 和 $\angle B' ED = 90^\circ$ ，两种情况画出图形，设 $DB = DB' = x$ ，然后依据勾股定理列出关于 x 的方程求解即可.

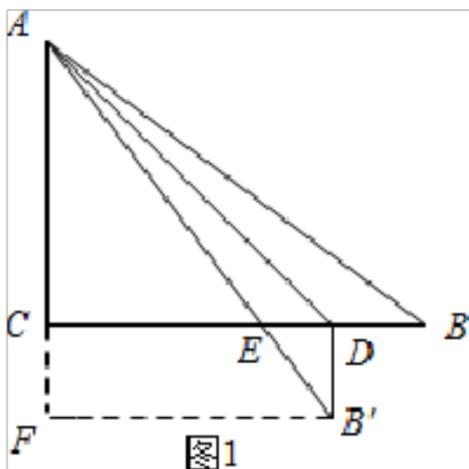
【详解】 \because Rt $\triangle ABC$ 纸片中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，

$\therefore AB = 5$ ，

\therefore 以 AD 为折痕 $\triangle ABD$ 折叠得到 $\triangle AB' D$ ，

$\therefore BD = DB'$ ， $AB' = AB = 5$.

如图 1 所示：当 $\angle B' DE = 90^\circ$ 时，过点 B' 作 $B' E \perp AF$ ，垂足为 F .



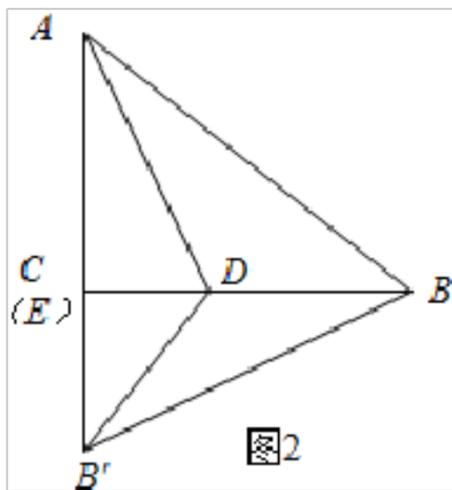
设 $BD = DB' = x$ ，则 $AF = 6 + x$ ， $FB' = 8 - x$.

在 Rt $\triangle AFB'$ 中，由勾股定理得： $AB' = 5 = AF = 6 + x + FB' = 8 - x$ ，即 $(6 + x)^2 + (8 - x)^2 = 5^2$.

解得： $x_1 = 5$ ， $x_2 = 0$ (舍去) .

$\therefore BD = 5$.

如图 5 所示：当 $\angle B' ED = 90^\circ$ 时， C 与点 E 重合 .



∵ $AB' = 5$, $AC = 6$,

∴ $B'E = 5$

设 $BD = DB' = x$, 则 $CD = 8 - x$.

在 $Rt\triangle BDE$ 中, $DB'^2 = DE^2 + B'E^2$, 即 $x^2 = (8-x)^2 + 5^2$.

解得: $x = 1$.

∴ $BD = 1$.

综上所述, BD 的长为 5 或 1.

三、解答题 (本题包括 8 个小题)

19. 计算: $\left(\frac{3}{x-1} - x - 1\right) \cdot \frac{x^2 - 4x + 4}{x-1}$.

【答案】 $\frac{2-x}{x-2}$

【解析】 括号内先进行通分, 进行分式的加减法运算, 然后再与括号外的分式进行分式乘法运算即可.

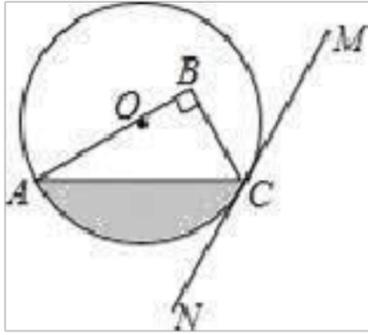
【详解】 原式 = $\frac{3}{x-1} - \frac{x^2-1}{x-1} - \frac{x-1}{x-2}$

$$= \frac{x-2}{x-1} - \frac{x-1}{x-2}$$

$$= \frac{2-x}{x-2}$$

【点睛】 本题考查了分式的混合运算, 熟练掌握有关分式的运算法则是解题的关键.

20. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 点 O 在边 AB 上, 以点 O 为圆心, OA 为半径的圆经过点 C , 过点 C 作直线 MN , 使 $\angle BCM = 2\angle A$. 判断直线 MN 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由; 若 $OA = 4$, $\angle BCM = 60^\circ$, 求图中阴影部分的面积.



【答案】(1) 相切；(2) $\frac{16}{3} - 4\sqrt{3}$.

【解析】试题分析：(1) MN 是 $\odot O$ 切线，只要证明 $\angle OCM=90^\circ$ 即可。(2) 求出 $\angle AOC$ 以及 BC，根据 $S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 OAC}} - S_{\triangle OAC}$ 计算即可。

试题解析：(1) MN 是 $\odot O$ 切线。

理由：连接 OC。

$\because OA=OC$ ，

$\therefore \angle OAC = \angle OCA$ ，

$\because \angle BOC = \angle A + \angle OCA = 2\angle A$ ， $\angle BCM = 2\angle A$ ，

$\therefore \angle BCM = \angle BOC$ ，

$\because \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BOC + \angle BCO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCM + \angle BCO = 90^\circ$ ，

$\therefore OC \perp MN$ ，

$\therefore MN$ 是 $\odot O$ 切线。

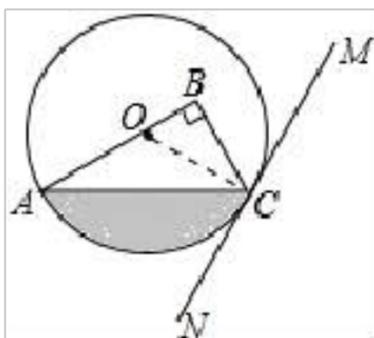
(2) 由 (1) 可知 $\angle BOC = \angle BCM = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = 120^\circ$ ，

在 $\text{RT} \triangle BCO$ 中， $OC=OA=4$ ， $\angle BCO=30^\circ$ ，

$\therefore BO = \frac{1}{2}OC = 2$ ， $BC = 2\sqrt{3}$

$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 OAC}} - S_{\triangle OAC} = \frac{120 \cdot 4^2}{360} - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{16}{3} - 4\sqrt{3}$.

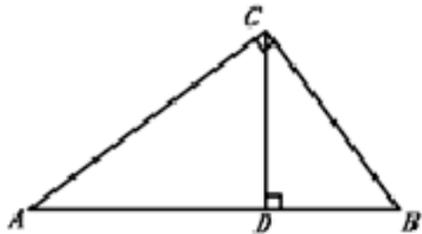


考点：直线与圆的位置关系；扇形面积的计算.

21. 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , $AC = 20$, $BC = 15$.

(1).求 AB 的长;

(2).求 CD 的长.



【答案】(1) 25 (2) 12

【解析】整体分析:

(1) 用勾股定理求斜边 AB 的长; (2) 用三角形的面积等于底乘以高的一半求解.

解: (1) \because 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 20$, $BC = 15$.

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25,$$

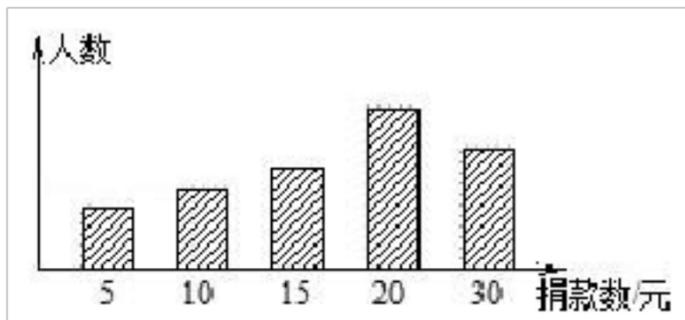
$$(2) \because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD,$$

$$\therefore AC \cdot BC = AB \cdot CD \text{ 即 } 20 \cdot 15 = 25CD,$$

$$\therefore 20 \times 15 = 25CD.$$

$$\therefore CD = 12.$$

22. 孔明同学对本校学生会组织的“为贫困山区献爱心”自愿捐款活动进行抽样调查，得到了一组学生捐款情况的数据. 如图是根据这组数据绘制的统计图，图中从左到右各长方形的高度之比为 3: 4: 5: 10: 8，又知此次调查中捐款 30 元的学生一共 16 人. 孔明同学调查的这组学生共有_____人; 这组数据的众数是_____元，中位数是_____元; 若该校有 2000 名学生，都进行了捐款，估计全校学生共捐款多少元?



【答案】(1) 60; (2) 20, 20; (3) 38000

【解析】(1) 利用从左到右各长方形高度之比为 3: 4: 5: 10: 8，可设捐 5 元、10 元、15 元、20 元和 30 元的人数分别为 $3x$ 、 $4x$ 、 $5x$ 、 $10x$ 、 $8x$ ，则根据题意得 $8x=16$ ，解得 $x=2$ ，然

后计算 $3x+4x+5x++10x+8x$ 即可；

(2) 先确定各组的人数，然后根据中位数和众数的定义求解；

(3) 先计算出样本的加权平均数，然后利用样本平均数估计总体，用 2000 乘以样本平均数即可。

【详解】(1) 设捐 5 元、10 元、15 元、20 元和 30 元的人数分别为 $3x$ 、 $4x$ 、 $5x$ 、 $10x$ 、 $8x$ ，则 $8x=1$ ，解得： $x=2$ ， $\therefore 3x+4x+5x+10x+8x=30x=30\times 2=60$ (人)；

(2) 捐 5 元、10 元、15 元、20 元和 30 元的人数分别为 6，8，10，20，1。

$\because 20$ 出现次数最多， \therefore 众数为 20 元；

\because 共有 60 个数据，第 30 个和第 31 个数据落在第四组内， \therefore 中位数为 20 元；

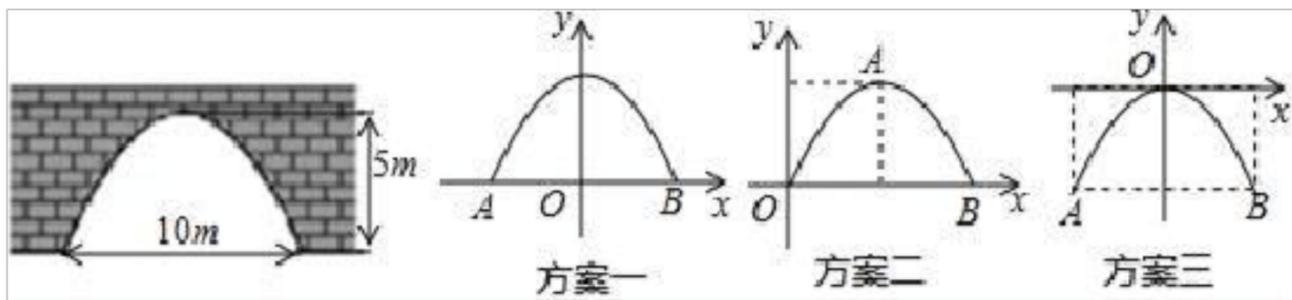
(3) $\frac{5 \times 6 + 10 \times 8 + 15 \times 10 + 20 \times 20 + 30 \times 1}{60} \times 2000 = 38000$ (元)， \therefore 估算全校学生共捐款

38000 元。

【点睛】

本题考查了条形统计图：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来。也考查了样本估计总体、中位数与众数。

23. 如图，是一座古拱桥的截面图，拱桥桥洞的上沿是抛物线形状，当水面的宽度为 10m 时，桥洞与水面的最大距离是 5m。经过讨论，同学们得出三种建立平面直角坐标系的方案（如图），你选择的方案是____（填方案一，方案二，或方案三），则 B 点坐标是_____，求出你所选方案中的抛物线的表达式；因为上游水库泄洪，水面宽度变为 6m，求水面上涨的高度。



【答案】 (1) 方案 1；B (5, 0)； $y = \frac{1}{5}(x-5)(x+5)$ ；(2) 3.2m.

【解析】 试题分析：(1) 根据抛物线在坐标系的位置，可用待定系数法求抛物线的解析式。

(2) 把 $x=3$ 代入抛物线的解析式，即可得到结论。

试题解析：解：方案 1：(1) 点 B 的坐标为 (5, 0)，设抛物线的解析式为： $y = a(x-5)(x+5)$ 。由

题意可以得到抛物线的顶点为 (0, 5)，代入解析式可得： $a = \frac{1}{5}$ ， \therefore 抛物线的解析式为：

$$y = \frac{1}{5}(x-5)(x+5);$$

(2) 由题意：把 $x = 3$ 代入 $y = \frac{1}{5}(x-5)(x+5)$ ，解得： $y = \frac{16}{5} = 3.2$ \therefore 水面上涨的高度为 3.2m.

方案 2：(1) 点 B 的坐标为 (10, 0). 设抛物线的解析式为： $y = ax(x-10)$.

由题意可以得到抛物线的顶点为 (5, 5)，代入解析式可得： $a = \frac{1}{5}$ ， \therefore 抛物线的解析式为： $y = \frac{1}{5}x(x-10)$;

(2) 由题意：把 $x = 2$ 代入 $y = \frac{1}{5}x(x-10)$ 解得： $y = \frac{16}{5} = 3.2$ \therefore 水面上涨的高度为 3.2m.

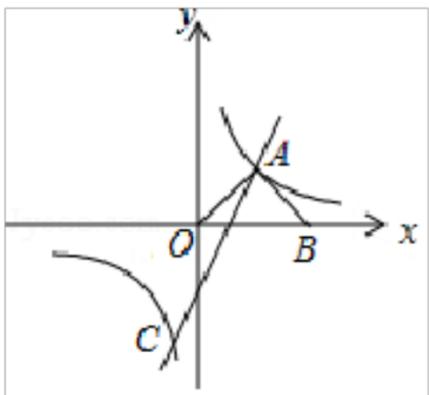
方案 3：(1) 点 B 的坐标为 (5, 5)，由题意可以得到抛物线的顶点为 (0, 0).

设抛物线的解析式为： $y = ax^2$ ，把点 B 的坐标 (5, 5)，代入解析式可得： $a = \frac{1}{5}$ ，

\therefore 抛物线的解析式为： $y = \frac{1}{5}x^2$;

(2) 由题意：把 $x = 3$ 代入 $y = \frac{1}{5}x^2$ 解得： $y = \frac{9}{5} = 1.8$ ， \therefore 水面上涨的高度为 $5 - 1.8 = 3.2$ m.

24. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y_1 = 2x - 2$ 与双曲线 $y_2 = \frac{k}{x}$ 交于 A、C 两点，AB \perp OA 交 x 轴于点 B，且 OA=AB. 求双曲线的解析式；求点 C 的坐标，并直接写出 $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围.



【答案】 (1) $y_2 = \frac{4}{x}$; (1) C (-1, -4), x 的取值范围是 $x < -1$ 或 $0 < x < 1$.

【解析】 (1) 作高线 AC，根据等腰直角三角形的性质和点 A 的坐标的特点得： $x = 1x - 1$ ，可得 A 的坐标，从而得双曲线的解析式；

(1) 联立一次函数和反比例函数解析式得方程组，解方程组可得点 C 的坐标，根据图象可得结论.

【详解】 (1) \because 点 A 在直线 $y_1 = 1x - 1$ 上，

∴ 设 A (x, 1x - 1),

过 A 作 AC ⊥ OB 于 C,

∵ AB ⊥ OA, 且 OA=AB,

∴ OC=BC,

∴ AC = $\frac{1}{2}$ OB = OC,

∴ x = 1x - 1,

x = 1,

∴ A (1, 1),

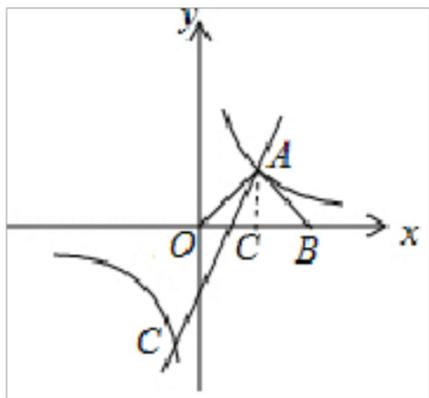
∴ k = 1 × 1 = 4,

∴ $y_2 = \frac{4}{x}$;

(1) ∵ $\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 4 \end{cases}$

∴ C (-1, -4),

由图象得: $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围是 $x < -1$ 或 $0 < x < 1$.



【点睛】 本题考查了反比例函数和一次函数的综合; 熟练掌握通过求点的坐标进一步求函数解析式的方法; 通过观察图象, 从交点看起, 函数图象在上方的函数值大.

25. 甲乙两件服装的进价共 500 元, 商场决定将甲服装按 30% 的利润定价, 乙服装按 20% 的利润定价, 实际出售时, 两件服装均按 9 折出售, 商场卖出这两件服装共获利 67 元. 求甲乙两件服装的进价各是多少元; 由于乙服装畅销, 制衣厂经过两次上调价格后, 使乙服装每件的进价达到 242 元, 求每件乙服装进价的平均增长率; 若每件乙服装进价按平均增长率再次上调, 商场仍按 9 折出售, 定价至少为多少元时, 乙服装才可获得利润 (定价取整数).

【答案】(1) 甲服装的进价为 300 元、乙服装的进价为 1 元。(2) 每件乙服装进价的平均增长率为 10% ; (3) 乙服装的定价至少为 296 元.

【解析】(1) 若设甲服装的成本为 x 元, 则乙服装的成本为 $(500-x)$ 元. 根据公式: 总利润=总售价-总进价, 即可列出方程.

(2) 利用乙服装的成本为 1 元, 经过两次上调价格后, 使乙服装每件的进价达到 242 元, 利用增长率公式求出即可;

(3) 利用每件乙服装进价按平均增长率再次上调, 再次上调价格为: $242 \times (1+10\%) = 266.2$ (元), 进而利用不等式求出即可.

【详解】(1) 设甲服装的成本为 x 元, 则乙服装的成本为 $(500-x)$ 元,

根据题意得: $90\% \cdot (1+30\%)x + 90\% \cdot (1+20\%) (500-x) - 500 = 67$,

解得: $x=300$,

$500-x=1$.

答: 甲服装的成本为 300 元、乙服装的成本为 1 元.

(2) \because 乙服装的成本为 1 元, 经过两次上调价格后, 使乙服装每件的进价达到 242 元,

\therefore 设每件乙服装进价的平均增长率为 y ,

则 $200(1+y)^2 = 242$,

解得: $y_1 = 0.1 = 10\%$, $y_2 = -2.1$ (不合题意, 舍去).

答: 每件乙服装进价的平均增长率为 10% ;

(3) \because 每件乙服装进价按平均增长率再次上调

\therefore 再次上调价格为: $242 \times (1+10\%) = 266.2$ (元)

\because 商场仍按 9 折出售, 设定价为 a 元时

$0.9a - 266.2 \geq 0$

解得: $a > \frac{2662}{9} \approx 295.8$

故定价至少为 296 元时, 乙服装才可获得利润.

考点: 一元二次方程的应用, 不等式的应用, 打折销售问题

26. 列方程或方程组解应用题:

去年暑期, 某地由于暴雨导致电路中断, 该地供电局组织电工进行抢修. 供电局距离抢修工地 15 千米. 抢修车装载着所需材料先从供电局出发, 10 分钟后, 电工乘吉普车从同一地点出发, 结果他们同时到达抢修工地. 已知吉普车速度是抢修车速度的 1.5 倍, 求吉普车的

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/525242100133012002>