

河北省承德市双滦区实验中学 2024-2025 学年高二上学期 11

月月考数学试卷

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 直线 $\sqrt{3}x + 3y - 2 = 0$ 的倾斜角为 ()

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

二、未知

2. 双曲线 $2x^2 - y^2 = 1$ 的渐近线方程是 ()

- A. $y = \pm \frac{1}{2}x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm \sqrt{2}x$

3. 函数 $y = \sqrt{9 - x^2}$ 的图象是 ()

- A. 一条射线 B. 一个圆
C. 两条射线 D. 半圆弧

4. 焦点在 x 轴上, 右焦点到短轴端点距离为 2, 到左顶点的距离为 3 的椭圆的标准方程是 ()

- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ C. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ D. $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

5. 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $CA = CB = CC_1$, $AC \perp BC$, E, F 分别是 A_1C_1, B_1C_1 的中点,

则直线 AE 与 CF 所成角的余弦值等于 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{13}$

6. 设椭圆的两个焦点分别为 F_1 、 F_2 ，过 F_2 作椭圆长轴的垂线交椭圆于点 P ，若 $\triangle F_1PF_2$ 为

等腰直角三角形，则椭圆的离心率是 $e =$ ()

- A. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}-1$ C. $\sqrt{3}-1$ D. $\sqrt{6}-\sqrt{3}$

7. 椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ，过 $A(0,2)$ 作直线 l 与椭圆 C 交于 M ， N 两点， O 为坐标原点，若

$\triangle AOM$ 与 $\triangle AON$ 的面积之比 5:3，则直线 l 的斜率为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. ± 1 D. ± 2

8. 在所有棱长均相等的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， D 、 E 分别为棱 BB_1 、 BC 的中点，则

直线 A_1B_1 与平面 A_1DE 所成角的正弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{30}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{30}}{20}$ C. $\frac{\sqrt{370}}{20}$ D. $\frac{\sqrt{70}}{10}$

9. 点 P 在圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 上，点 Q 在圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 8y + 24 = 0$ 上，则 ()

- A. $|PQ|$ 的最小值为 3 B. $|PQ|$ 的最大值为 7
C. 两个圆心所在的直线斜率为 $-\frac{4}{3}$ D. 两个圆相交弦所在直线的方程为

$$6x - 8y - 25 = 0$$

10. 已知曲线 $\frac{x^2}{16-m} + \frac{y^2}{m-4} = 1$ 表示椭圆，则下列说法正确的是 ()

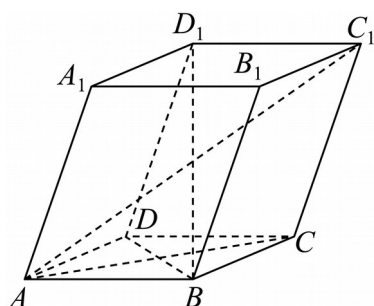
- A. m 的取值范围为 $(4,16)$

B. 若该椭圆的焦点在 y 轴上, 则 $m \in (10, 16)$

C. 若 $m = 6$, 则该椭圆的焦距为 $4\sqrt{2}$

D. 若椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 $m = 7$

11. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以顶点 A 为端点的三条棱长均为 6, 且它们彼此的夹角都是 60° , 下列说法中不正确的是 ()



A. $AC_1 = 12\sqrt{6}$

B. $BD \perp$ 平面 ACC_1

C. 向量 $\overrightarrow{B_1C}$ 与 $\overrightarrow{AA_1}$ 的夹角是 60°

D. 直线 BD_1 与 AC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

三、填空题

12. 直线 $l_1: x + my + 4 = 0$ 与 $l_2: 2mx + 3y + m^2 + 1 = 0$ 垂直, 则 m 的值为_____.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 $C: x^2 + (y-1)^2 = 4$, 若等腰直角三角形 PAB 的斜边

AB 为圆 C 的一条弦, 则 PC 的最大值为_____.

14. 曲线 C 为到两定点 $M(-2,0)$ 、 $N(2,0)$ 距离乘积为常数 16 的动点 P 的轨迹. 以下结论正确的编号为____.

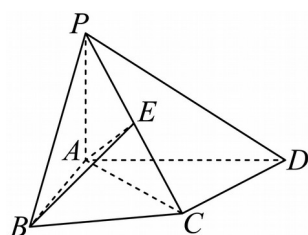
- ① 曲线 C 一定经过原点;
- ② 曲线 C 关于 x 轴对称, 但不关于 y 轴对称;
- ③ $\triangle MPN$ 的面积不大于 8;
- ④ 曲线 C 在一个面积为 64 的矩形范围内.

四、解答题

15. 已知 $\triangle ABC$ 顶点 $A(3,0)$ 、 $B(-1,-3)$ 、 $C(1,1)$.

- (1) 求直线 BC 的方程及其在 y 轴上的截距;
- (2) 求边 BC 的垂直平分线 l 的方程
- (3) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

16. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 为正三角形, $AB \perp AD$, $AC \perp CD$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, PC 与平面 $ABCD$ 所成角为 45° .



- (1) 若 E 为 PC 的中点, 求证: $PD \perp$ 平面 ABE ;
- (2) 若 $CD = \sqrt{3}$, 求点 B 到平面 PCD 的距离.

17. 在直角坐标系 xOy 中, 点 P 到两点 $(-\sqrt{3}, 0)$, $(\sqrt{3}, 0)$ 的距离之和等于 4, 设点 P 的轨迹

为 C , 过点 $(0, 2)$ 且斜率为 k 的直线 l 与 C 交于不同的两点 A, B .

(1) 求轨迹 C 的方程;

(2) 求斜率 k 的取值范围;

(3) 当 $k = -1$ 时, 求 A, B 两点坐标.

18. 已知动点 $P(x, y)$ 分别与定点 $A(-1, 0)$ 和 $B(1, 0)$ 连线的斜率乘积 $k_{PA} \cdot k_{PB} = 3$.

(1) 求动点 P 的轨迹方程 E ;

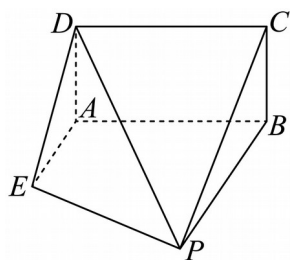
(2) F 是 E 的右焦点, 若 l 过点 F , 与曲线 E 交于 C, D 两点, 是否存在 x 轴上的点 $T(t, 0)$,

使得直线 l 绕点 F 无论怎么转动, 都有 $\overrightarrow{TC} \cdot \overrightarrow{TD} = 0$ 成立? 若存在, 求出 T 的坐标; 若不存在,

请说明理由.

19. 如图, 已知矩形 $ABCD$ 所在平面与直角梯形 $ABPE$ 所在平面交于直线 AB , 且

$AB = BP = 2$, $AD = AE = 1$, $DE = \sqrt{2}$, $AE \perp AB$, 且 $AE \parallel BP$.



(1) 设点 M 为棱 PD 的中点, 求证: $EM \parallel$ 平面 $ABCD$;

(2) 求平面 PED 与平面 PDC 的所成角的余弦值;

(3) 线段 PD 上是否存在一点 N ，使得直线 BN 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\frac{2}{5}$ ？若存在，

试确定点 N 的位置；若不存在，请说明理由。

参考答案:

题号	1									
答案	D									

1. D

【分析】直接利用直线的倾斜角和斜率的关系求出结果.

【详解】因为直线的斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, 设倾斜角为 α , 所以 $\tan\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, 故 $\alpha = 150^\circ$.

故选: D.

2. D

【分析】化简双曲线的方程为 $\frac{x^2}{\frac{1}{2}} - y^2 = 1$, 即得解.

【详解】由题得双曲线的方程为 $\frac{x^2}{\frac{1}{2}} - y^2 = 1$,

所以 $a = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, b = 1$,

所以渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm\sqrt{2}x$.

故选: D

3. D

【分析】将函数化为 $x^2 + y^2 = 9 (y \geq 0)$, 即可得出结论.

【详解】解: $y = \sqrt{9-x^2}$ 可化为 $x^2 + y^2 = 9 (y \geq 0)$, 所以 $y = \sqrt{9-x^2}$ 的图象是半圆弧.

故选: D.

4. A

【分析】由题知 $a=2, a+c=3$, 进而椭圆焦点所在轴求解即可得答案.

【详解】解: 因为椭圆的右焦点到短轴端点距离为 2, 到左顶点的距离为 3

所以 $a=2, a+c=3$ ，即 $a=2, c=1$ ，

所以 $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}$ ，

因为椭圆的焦点在 x 轴上，

所以椭圆的标准方程是 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 。

故选：A

5. A

【分析】建立空间直角坐标系，求得向量 $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{CF}$ 的坐标，利用向量的夹角公式，即可求解。

【详解】由题意，以 CA, CB, CC_1 所在的直线分别为 x 轴、 y 轴和 z 轴建立空间直角坐标系，

如图所示，

设 $CA=CB=CC_1=1$ ，可得 $A(1,0,0), A_1(1,0,1), C_1(0,0,1), E\left(\frac{1}{2}, 0, 1\right), F\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$ ，

则 $\overrightarrow{AE}=\left(-\frac{1}{2}, 0, 1\right), \overrightarrow{CF}=\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$ ，

所以 $\cos\langle\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{CF}\rangle=\frac{\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CF}}{|\overrightarrow{AE}|\cdot|\overrightarrow{CF}|}=\frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+1^2}\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+1^2}}=\frac{4}{5}$ 。

故选：A。



根据 $\triangle F_1PF_2$ 是等腰直角三角形, 结合椭圆的定义, 求椭圆的离心率.

【详解】解一：设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，依题意，显然有 $|PF_2| = |F_1F_2|$ ，则 $\frac{b^2}{a} = 2c$ ，

即 $\frac{a^2-c^2}{a}=2c$, 即 $e^2+2e-1=0$, 解得 $e=\sqrt{2}-1$, 故选 B.

解二: $\because \triangle F_1PF_2$ 为等腰直角三角形, $\therefore |PF_2| + |F_1F_2| = 2c$, $|PF_1| = 2\sqrt{2}c$,

$$\therefore |PF_1| + |PF_2| = 2a, \therefore 2\sqrt{2}c + c = 2a, \therefore e = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1.$$

故选:B.

7. C

【分析】先由题意，设 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ ，直线 $l: y = kx + 2$ ，联立直线方程，根据韦

达定理，以及题中条件，得到 $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{16k}{1+4k^2}, & x_1 = \frac{5}{3}x_2 \\ x_1x_2 = \frac{12}{1+4k^2} \end{cases}$ ，即可求出结果.

【详解】由题意，设 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ ，直线 $l: y = kx + 2$ ，

$$\text{由 } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \\ y = kx + 2 \end{cases} \text{ 消去 } y, \text{ 整理得 } (1+4k^2)x^2 + 16kx + 12 = 0,$$

$$\text{则 } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{16k}{1+4k^2}, \\ x_1x_2 = \frac{12}{1+4k^2} \end{cases}, \quad \Delta = 256k^2 - 48(1+4k^2) > 0, \quad k^2 > \frac{3}{4};$$

根据椭圆的对称性，可知， M ， N 在 y 轴的同一侧，即 x_1, x_2 同号；

$$\text{又 } \triangle AOM \text{ 与 } \triangle AON \text{ 的面积之比 } 5:3, \text{ 即 } \frac{S_{\triangle AOM}}{S_{\triangle AON}} = \frac{\frac{1}{2}|AO||x_1|}{\frac{1}{2}|AO||x_2|} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{5}{3}, \text{ 则 } x_1 = \frac{5}{3}x_2,$$

$$\text{代入 } x_1 + x_2 = -\frac{16k}{1+4k^2} \text{ 可得 } \frac{8}{3}x_2 = -\frac{16k}{1+4k^2}, \text{ 即 } x_2 = -\frac{6k}{1+4k^2}, \text{ 所以 } x_1 = -\frac{10k}{1+4k^2},$$

$$\text{又 } x_1x_2 = \frac{12}{1+4k^2}, \text{ 所以 } \frac{6k}{1+4k^2} \cdot \frac{10k}{1+4k^2} = \frac{12}{1+4k^2}, \text{ 解得 } k^2 = 1, \text{ 即 } k = \pm 1 \text{ (满足 } k^2 > \frac{3}{4} \text{)}.$$

故选：C.

【点睛】本题主要考查椭圆中的三角形面积比求直线斜率，熟记椭圆的简单性质即可，属于常考题型.

8. B

【分析】设棱长为 1，建立空间坐标系，求出平面 A_1DE 的法向量 $\vec{n}$ 和 $\overrightarrow{A_1B_1}$ ，则

$|\cos \langle \vec{n}, \overrightarrow{A_1 B_1} \rangle|$ 即为所求.

【详解】解：取 AB 的中点 O ，以 O 为原点，以 OB ， OC 和平面 ABC 过点 O 的垂线为坐标轴建立空间直角坐标系，

设直三棱柱的棱长均为 2，则 $A_1(-1, 0, 2)$ ， $D(1, 0, 1)$ ， $E\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$ ， $B_1(1, 0, 2)$ ，

$$\therefore \overrightarrow{A_1 B_1} = (2, 0, 0), \quad \overrightarrow{A_1 D} = (2, 0, -1), \quad \overrightarrow{A_1 E} = \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -2\right),$$

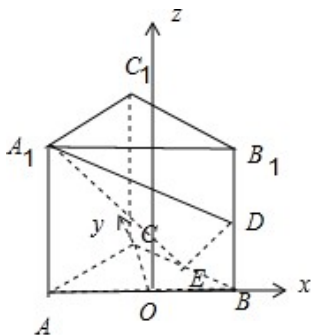
设平面 $A_1 DE$ 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$ ，则 $\vec{n} \cdot \overrightarrow{A_1 D} = 0$ ， $\vec{n} \cdot \overrightarrow{A_1 E} = 0$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2x - z = 0 \\ \frac{3}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 2z = 0 \end{cases}, \quad \text{令 } x = 1 \quad \text{得 } \vec{n} = \left(1, \frac{5}{\sqrt{3}}, 2\right),$$

$$\therefore \cos \langle \vec{n}, \overrightarrow{A_1 B_1} \rangle = \frac{\vec{n} \cdot \overrightarrow{A_1 B_1}}{|\vec{n}| |\overrightarrow{A_1 B_1}|} = \frac{2}{2\sqrt{1 + \frac{25}{3} + 4}} = \frac{\sqrt{30}}{20}.$$

$\therefore$ 直线 $A_1 B_1$ 与平面 $A_1 DE$ 所成角的正弦值为 $|\cos \langle \vec{n}, \overrightarrow{A_1 B_1} \rangle| = \frac{\sqrt{30}}{20}$.

故选：B.



【点睛】本题考查了直线与平面所成角的计算，属于中档题.

9. ABC

【分析】分别找出两圆的圆心 C_1 和 C_2 的坐标，以及半径 r 和 R ，利用两点间的距离公式求

出两圆心间的距离 $|C_1C_2|$ ，根据 $|C_1C_2|$ 大于两半径之和，得到两圆的位置关系是外离，又 P

为圆 C_1 上的点， Q 为圆 C_2 上的点，便可求出其最值，用斜率公式求出 $k_{C_1C_2}$ 。

【详解】圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 的圆心坐标 $C_1(0,0)$ ，半径 $r=1$

圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 8y + 24 = 0$ ，即 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 1$ 的圆心坐标 $C_2(3,-4)$ ，半径 $R=1$

$$\therefore \text{圆心距 } |C_1C_2| = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$$

又 $\because P$ 在圆 C_1 上， Q 在圆 C_2 上

则 $|PQ|$ 的最小值为 $|PQ|_{\min} = |C_1C_2| - R - r = 3$ ，最大值为 $|PQ|_{\max} = |C_1C_2| + R + r = 7$ 。

故 A、B 正确；

两圆圆心所在的直线斜率为 $k_{C_1C_2} = \frac{-4-0}{3-0} = -\frac{4}{3}$ ，C 正确；

圆心距 $|C_1C_2| = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$ 大于两圆半径和，两圆外离，无相交弦，D 错误。

故答案为：ABC

10. BC

【分析】由方程表示椭圆可得 $m \in (4,10) \cup (10,16)$ 判断 A，再根据其它各项描述及椭圆的性质判断正误即可。

【详解】由题意
$$\begin{cases} 16-m > 0 \\ m-4 > 0 \\ 16-m \neq m-4 \end{cases} \Rightarrow m \in (4,10) \cup (10,16), \text{ A 错;}$$

椭圆的焦点在 y 轴上，则 $m-4 > 16-m > 0 \Rightarrow 10 < m < 16$ ，B 对；

若 $m=6$ ，则 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{2} = 1$ ，故 $c = \sqrt{10-2} = 2\sqrt{2}$ ，该椭圆的焦距为 $4\sqrt{2}$ ，C 对；

若椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，则 $1 - \frac{m-4}{16-m} = \frac{2}{3}$ 或 $1 - \frac{16-m}{m-4} = \frac{2}{3}$ ，可得 $m=7$ 或 $m=13$ ，D 错.

故选:BC.

11. AC

【分析】根据题意，利用空间向量的线性运算和数量积运算，对选项中的命题分析，判断正误即可.

【详解】解：对于 A: $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AC_1}^2 = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AA_1}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1} + 2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1}$$

$$= 36 + 36 + 36 + 2 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ + 2 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ + 2 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ = 216,$$

所以 $|\overrightarrow{AC_1}| = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$ ，选项 A 错误；

对于 B: $\overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \text{ 所以 } \overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{DB} = 0, \text{ 即 } AC_1 \perp DB,$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD}^2 - \overrightarrow{AB}^2 = |\overrightarrow{AD}|^2 - |\overrightarrow{AB}|^2 = 0, \text{ 所以 } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0, \text{ 即 } AC \perp BD,$$

因为 $AC \cap AC_1 = A$ ， $AC, AC_1 \subset$ 平面 ACC_1 ，所以 $BD \perp$ 平面 ACC_1 ，选项 B 正确；

对于 C: 向量 $\overrightarrow{B_1C}$ 与 $\overrightarrow{BB_1}$ 的夹角是 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，所以向量 $\overrightarrow{B_1C}$ 与 $\overrightarrow{AA_1}$ 的夹角也是 120° ，

选项 C 错误；

对于 D: $\overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

$$\text{所以 } |\overrightarrow{BD_1}|^2 = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AA_1}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + 2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1} - 2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/525331223234012014>