

内蒙古自治区乌海市乌达区 2024 年高考数学全真模拟密押卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $f(x)$ 的图象如图所示,则它的解析式可能是()



- A. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2^x}$ B. $f(x) = 2^x (|x| - 1)$
- C. $f(x) = |\ln|x||$ D. $f(x) = xe^x - 1$

2. 执行程序框图，则输出的数值为 ()



- A. 12 B. 29 C. 70 D. 169

3. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 与双曲线在第一象限内的交点为 M，若 $|MF_1| = 3|MF_2|$ ，则该双曲线的离心率为

- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

4. 已知向量 $\vec{a} = (m, 1)$ ， $\vec{b} = (3, m - 2)$ ，则 $m = 3$ 是 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 既不充分也不必要条件

D. 充要条件

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = a (a \neq 0)$, 且 $a_{n+1} = ka_n + t$, 其中 $k, t \in R, n \in N^*$, 下列叙述正确的是 ()

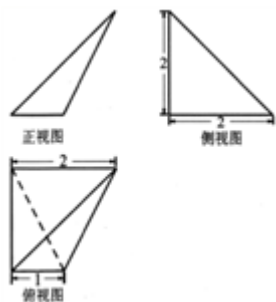
A. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则一定有 $k=1$

B. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则一定有 $t=0$

C. 若 $\{a_n\}$ 不是等差数列, 则一定有

$k \neq 1$ D. 若 $\{a_n\}$ 不是等比数列, 则一定有 $t \neq 0$

6. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积为



A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. 2

D. $\frac{8}{3}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 边上的中点, 且 $|\overrightarrow{AB}|=1, |\overrightarrow{AC}|=2, \angle BAC=120^\circ$, 则 $|\overrightarrow{AD}|= (\quad)$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

8. 抛掷一枚质地均匀的硬币，每次正反面出现的概率相同，连续抛掷 5 次，至少连续出现 3 次正面朝上的概率是（ ）

A. $\frac{1}{4}$

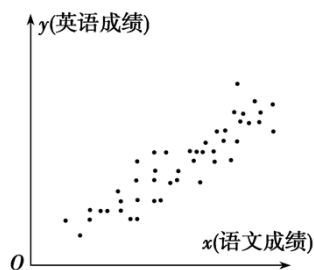
B. $\frac{1}{3}$

c. $\frac{5}{32}$

D. $\frac{3}{16}$

9. 为研究语文成绩和英语成绩之间是否具有线性相关关系, 统计两科成绩得到如图所示的散点图(两坐标轴单位长度

相同), 用回归直线 $\hat{y} = \hat{b}_1 x + \hat{b}_2$ 近似地刻画其相关关系, 根据图形, 以下结论最有可能成立的是()



A. 线性相关关系较强, b 的值为 1.25

B. 线性相关关系较强, b 的值为 0.83

C. 线性相关关系较强, b 的值为 -0.87

D. 线性相关关系太弱，无研究价值

10. 已知集合 $A = \{x | \log_2 x < 1\}$, 集合 $B = \{y | y = \sqrt{2-x}\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(0, 2)$ D. $[0, +\infty)$

11. 根据散点图, 对两个具有非线性关系的相关变量 x, y 进行回归分析, 设 $u = \ln y$, $v = (x-4)^2$, 利用最小二乘法, 得到线性回归方程为 $\hat{u} = -0.5v + 2$, 则变量 y 的最大值的估计值是 ()

- A. e B. e^2 C. $\ln 2$ D. $2\ln 2$

12. 设 $y = f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数, 且在 $[0, +\infty)$ 单调递增, $a = \log_{0.2} 0.3, b = \log_2 0.3$, 则 ()

- A. $f(a+b) > f(ab) > f(0)$ B. $f(a+b) > f(0) > f(ab)$
C. $f(ab) > f(a+b) > f(0)$ D. $f(ab) > f(0) > f(a+b)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知复数 $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = a + 2i$ (其中 i 是虚数单位, $a \in R$), 若 $z_1 \cdot z_2$ 是纯虚数, 则 a 的值为_____.

14. 函数 $f(x) = |x^2 - 1| + x^2 + kx + 9$ 在区间 $(0, 3)$ 内有且仅有两个零点, 则实数 k 的取值范围是_____.

15. 已知函数 $f(x) = e^x(x+1)^2$, 令 $f_1(x) = f'(x)$, $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 若 $f_n(x) = e^x(a_n x^2 + b_n x + c_n)$, $[m]$

表示不超过实数 m 的最大整数, 记数列 $\left\{ \frac{2a_n}{2c_n - b_n} \right\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $[3S_{2000}] =$ _____

16. 已知集合 $A = \{-1, 0, 2\}$, $B = \{x | x = 2n - 1, n \in Z\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知直线 $l_1: y = x + b$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 切于点 P , 直线 $l_2: 2x - 2my - m + 1 = 0$ 过定点 Q ,

且抛物线 C 上的点到点 Q 的距离与其到准线距离之和的最小值为 $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

(1) 求抛物线 C 的方程及点 P 的坐标;

(2) 设直线 l_2 与抛物线 C 交于(异于点 P)两个不同的点 A, B , 直线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 , 那么是否存在实数 λ , 使得 $k_1 + k_2 = \lambda$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.

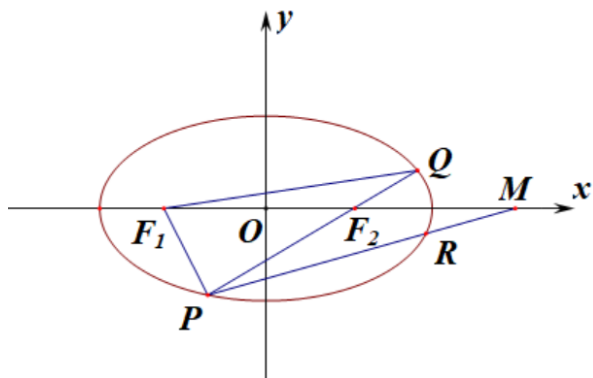
18. (12 分) 已知 $(x+1)^n = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + a_3(x-1)^3 + \dots + a_n(x-1)^n$, (其中 $n \in \mathbf{N}^*$)

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n.$$

(1) 求 S_n ;

(2) 求证: 当 $n \geq 4$ 时, $S_n > (n-2)2^n + 2n^2$.

19. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 焦距为 4, 且椭圆过点 $(2, \frac{5}{3})$, 过点 F_2 且不平行于坐标轴的直线 l 交椭圆于 P, Q 两点, 点 Q 关于 x 轴的对称点为 R , 直线 PR 交 x 轴于点 M .



(1) 求 $\triangle PF_1Q$ 的周长;

(2) 求 $\triangle PF_1M$ 面积的最大值.

20. (12分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 4 \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 将曲线 C 上各点纵坐标伸长到原来的 2 倍 (横坐标不变) 得到曲线 C_1 , 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $4\rho \cos \theta + 3\rho \sin \theta - 25 = 0$.

(1) 写出 C_1 的极坐标方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2) 曲线 C_1 上是否存在不同的两点 $M(4, \theta_1)$, $N(4, \theta_2)$ (以上两点坐标均为极坐标, $0 < \theta_1 < 2\pi$, $0 < \theta_2 < 2\pi$), 使点 M 、 N 到 l 的距离都为 3? 若存在, 求 $|\theta_1 - \theta_2|$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

21. (12分) 对于正整数 n , 如果 k ($k \in \mathbb{N}^*$) 个整数 $a_1, a_2, \dots, a_k$ 满足 $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_k \leq n$,

且 $a_1 + a_2 + \dots + a_k = n$, 则称数组 $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ 为 n 的一个“正整数分拆”. 记 $a_1, a_2, \dots, a_k$ 均为偶数的“正整数分拆”的个数为 f_n , $a_1, a_2, \dots, a_k$ 均为奇数的“正整数分拆”的个数为 g_n .

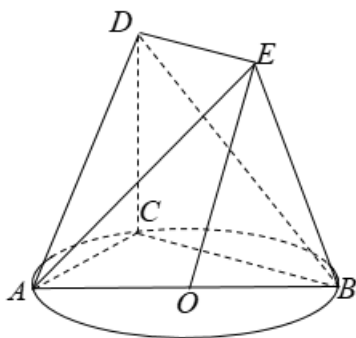
(I) 写出整数 4 的所有“正整数分拆”;

(II) 对于给定的整数 n ($n \geq 4$), 设 $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ 是 n 的一个“正整数分拆”, 且 $a_1 = 2$, 求 k 的最大值;

(III) 对所有的正整数 n , 证明: $f_n \leq g_n$; 并求出使得等号成立的 n 的值.

(注: 对于 n 的两个“正整数分拆” $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ 与 $(b_1, b_2, \dots, b_m)$, 当且仅当 $k = m$ 且 $a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_k = b_m$ 时, 称这两个“正整数分拆”是相同的.)

22. (10 分) 如图, 点 C 是以 AB 为直径的圆 O 上异于 A 、 B 的一点, 直角梯形 $BCDE$ 所在平面与圆 O 所在平面垂直, 且 $DE \parallel BC, DC \perp BC$, $DE = \frac{1}{2}BC = 2, AC = CD = 3$.



- (1) 证明: $EO \parallel$ 平面 ACD ;
- (2) 求点 E 到平面 ABD 的距离.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据定义域排除 C , 求出 $f(1)$ 的值, 可以排除 D , 考虑 $f(-100)$ 排除 A .

【详解】

根据函数图象得定义域为 R , 所以 C 不合题意;

D 选项, 计算 $f(1) = e - 1$, 不符合函数图象;

对于 A 选项, $f(-100) = 9999 \times 2^{100}$ 与函数图象不一致;

B 选项符合函数图象特征.

故选: B

【点睛】

此题考查根据函数图象选择合适的解析式, 主要利用函数性质分析, 常见方法为排除法.

2、C

【解析】

由题知：该程序框图是利用循环结构计算并输出变量 b 的值，计算程序框图的运行结果即可得到答案.

【详解】

$a = 0$, $b = 1$, $n = 1$, $b = 0 + 2 = 2$, $n < 5$, 满足条件,

$a = \frac{2-0}{2} = 1$, $n = 2$, $b = 1 + 4 = 5$, $n < 5$, 满足条件,

$a = \frac{5-1}{2} = 2$, $n = 3$, $b = 2 + 10 = 12$, $n < 5$, 满足条件,

$a = \frac{12-2}{2} = 5$, $n = 4$, $b = 5 + 24 = 29$, $n < 5$, 满足条件,

$a = \frac{29-5}{2} = 12$, $n = 5$, $b = 12 + 58 = 70$, $n = 5$, 不满足条件,

输出 $b = 70$.

故选: C

【点睛】

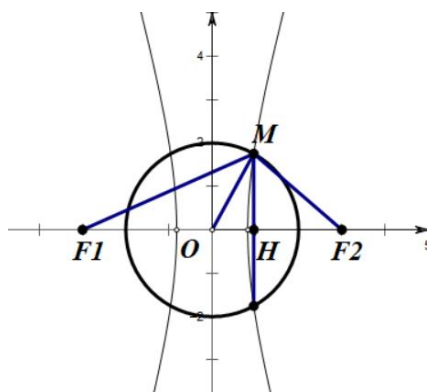
本题主要考查程序框图中的循环结构, 属于简单题.

3、D

【解析】

本题首先可以通过题意画出图像并过 M 点作 F_1F_2 垂线交 F_1F_2 于点 H , 然后通过圆与双曲线的相关性质判断出三角形 OMF_2 的形状并求出高 MH 的长度, MH 的长度即 M 点纵坐标, 然后将 M 点纵坐标带入圆的方程即可得出 M 点坐标, 最后将 M 点坐标带入双曲线方程即可得出结果。

【详解】



根据题意可画出以上图像, 过 M 点作 F_1F_2 垂线并交 F_1F_2 于点 H ,

因为 $|MF_1| = 3|MF_2|$, M 在双曲线上,

所以根据双曲线性质可知, $|MF_1| - |MF_2| = 2a$, 即 $3|MF_2| - |MF_2| = 2a$, $|MF_2| = a$,

因为圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的半径为 b ， OM 是圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的半径，所以 $OM = b$ ，

因为 $OM = b$ ， $|MF_2| = a$ ， $OF_2 = c$ ， $a^2 + b^2 = c^2$ ，

所以 $\angle OMF_2 = 90^\circ$ ，三角形 OMF_2 是直角三角形，

因为 $MH \perp OF_2$ ，所以 $OF_2' \cdot MH = OM' \cdot MF_2$ ， $MH = \frac{ab}{c}$ ，即 M 点纵坐标为 $\frac{ab}{c}$ ，

将 M 点纵坐标代入圆的方程中可得 $x^2 + \frac{a^2 b^2}{c^2} = b^2$ ，解得 $x = \frac{b^2}{c}$ ， $M\left(\frac{b^2}{c}, \frac{ab}{c}\right)$ ，

将 M 点坐标代入双曲线中可得 $\frac{b^4}{a^2 c^2} - \frac{a^2}{c^2} = 1$ ，

化简得 $b^4 - a^4 = a^2 c^2$ ， $(c^2 - a^2)^2 - a^4 = a^2 c^2$ ， $c^2 = 3a^2$ ， $e = \frac{c}{a} = \sqrt{3}$ ，故选 D。

【点睛】

本题考查了圆锥曲线的相关性质，主要考察了圆与双曲线的相关性质，考查了圆与双曲线的综合应用，考查了数形结合思想，体现了综合性，提高了学生的逻辑思维能力，是难题。

4、A

【解析】

向量 $\vec{a} = (m, 1)$ ， $\vec{b} = (3, m-2)$ ， $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $3 = m(m-2)$ ，即 $m^2 - 2m - 3 = 0$ ， $m = 3$ 或者 -1 ，判断出即可。

【详解】

解：向量 $\vec{a} = (m, 1)$ ， $\vec{b} = (3, m-2)$ ，

$\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $3 = m(m-2)$ ，即 $m^2 - 2m - 3 = 0$ ，

$m = 3$ 或者 -1 ，

所以 $m = 3$ 是 $m = 3$ 或者 $m = -1$ 的充分不必要条件，

故选：A。

【点睛】

本小题主要考查充分、必要条件的判断，考查向量平行的坐标表示，属于基础题。

5、C

【解析】

根据等差数列和等比数列的定义进行判断即可。

【详解】

A：当 $k = 0, t = a$ 时， $a_{n+1} = a$ ，显然符合 $\{a_n\}$ 是等差数列，但是此时 $k = 1$ 不成立，故本说法不正确；

B：当 $k = 0, t = a$ 时， $a_{n+1} = a$ ，显然符合 $\{a_n\}$ 是等比数列，但是此时 $t = 0$ 不成立，故本说法不正确；

C: 当 $k=1$ 时, 因此有 $a_{n+1} - a_n = ka_n + t - a_n = t = \text{常数}$, 因此 $\{a_n\}$ 是等差数列, 因此当 $\{a_n\}$ 不是等差数列时, 一定有 $k \neq 1$, 故本说法正确;

D: 当 $t = a \neq 0$ 时, 若 $k=0$ 时, 显然数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 故本说法不正确.

故选: C

【点睛】

本题考查了等差数列和等比数列的定义, 考查了推理论证能力, 属于基础题.

6、A

【解析】

由给定的三视图可知, 该几何体表示一个底面为一个直角三角形,

且两直角边分别为1和2, 所以底面面积为 $S = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$

高为 $h=2$ 的三棱锥, 所以三棱锥的体积为 $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 1 \times 2 = \frac{2}{3}$, 故选 A.

7、A

【解析】

由 D 为 BC 边上的中点, 表示出 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, 然后用向量模的计算公式求模.

【详解】

解: D 为 BC 边上的中点,

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}),$$

$$|\overrightarrow{AD}| = \left| \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \right| = \sqrt{\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}(1^2 + 2^2 + 2 \times 1 \times 2 \times \cos 120^\circ)}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

故选: A

【点睛】

在三角形中, 考查中点向量公式和向量模的求法, 是基础题.

8、A

【解析】

首先求出样本空间样本点为 $2^5 = 32$

个，再利用分类计数原理求出三个正面向上为连续的 3 个“1”的样本点个数，再求出重复数量，可得事件的样本点数，根据古典概型的概率计算公式即可求解.

【详解】

样本空间样本点为 $2^5 = 32$ 个，

具体分析如下：

记正面向上为 1，反面向上为 0，三个正面向上为连续的 3 个“1”，

有以下 3 种位置 1__ __，__1__，__ __1.

剩下 2 个空位可是 0 或 1，这三种排列的所有可能分别都是 $2 \times 2 = 4$ ，

但合并计算时会有重复，重复数量为 $2 + 2 = 4$ ，

事件的样本点数为： $4 + 4 + 4 - 2 - 2 = 8$ 个.

故不同的样本点数为 8 个， $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

故选：A

【点睛】

本题考查了分类计数原理与分步计数原理，古典概型的概率计算公式，属于基础题

9、B

【解析】

根据散点图呈现的特点可以看出，二者具有相关关系，且斜率小于 1.

【详解】

散点图里变量的对应点分布在一条直线附近，且比较密集，

故可判断语文成绩和英语成绩之间具有较强的线性相关关系，

且直线斜率小于 1，故选 B.

【点睛】

本题主要考查散点图的理解，侧重考查读图识图能力和逻辑推理的核心素养.

10、D

【解析】

可求出集合 A ， B ，然后进行并集的运算即可.

【详解】

解： $A = \{x | 0 < x < 2\}$ ， $B = \{y | y \geq 0\}$ ；

$\therefore A \cup B = [0, +\infty)$.

故选 D.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/525332211320012101>