

八年级数学勾股定理的应用题型梳理与讲解

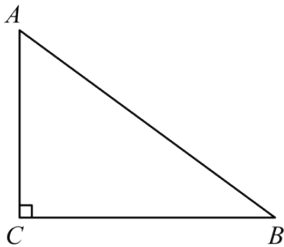
第一部分【应用目录】

- 【应用 1】利用勾股定理理解三角形..... 1
- 【应用 2】勾股定理与网格问题..... 2
- 【应用 3】利用勾股定理解决折叠问题..... 3
- 【应用 4】利用勾股定理证明线段的平方关系..... 4
- 【应用 5】利用勾股定理解决实际问题：求梯子滑落高度..... 5
- 【应用 6】利用勾股定理解决实际问题：求旗杆高度..... 5
- 【应用 7】利用勾股定理解决实际问题：求蚂蚁爬行距离..... 7
- 【应用 8】利用勾股定理解决实际问题：求大树折断前的高度..... 8
- 【应用 9】利用勾股定理解决实际问题：求水杯中筷子长度问题..... 9
- 【应用 10】利用勾股定理解决实际问题：解决航海问题..... 9
- 【应用 11】利用勾股定理解决实际问题：求河宽..... 10
- 【应用 12】利用勾股定理解决实际问题：求台阶上的地毯长度..... 11
- 【应用 13】利用勾股定理解决实际问题：判断是否超速..... 12
- 【应用 14】利用勾股定理解决实际问题：判断是否受台风影响..... 13
- 【应用 15】利用勾股定理解决实际问题：利用勾股定理选址使到两地距离相等..... 14

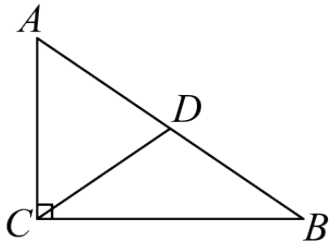
第二部分【应用展示与方法点评】

【应用 1】利用勾股定理理解三角形

【例 1】（2024·广东惠州·模拟预测）如图， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=6$ 、 $BC=8$.
(1) 在 BC 边上找一点 P 使得 P 到 AB 的距离等于到 AC 的距离，（保留作图痕迹，不写作法）；
(2) 求 PB 的长.



【变式 1】（24-25 九年级上·湖南岳阳·开学考试）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=8$ ，点 D 为 AB 的中点， $CD=5$ ，则 AC 边为（ ）



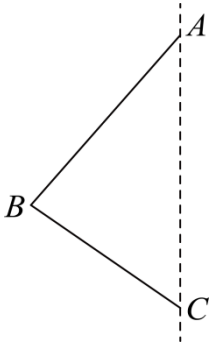
A. 10

B. 9

C. 8

D. 6

【变式 2】(23-24 七年级上·辽宁丹东·期中) 如图, 直角三角形 ABC 的两条直角边 AB 和 BC 分别长 4 厘米和 3 厘米, 现在以斜边 AC 为轴旋转一周. 则所形成的立体图形的体积是_____.

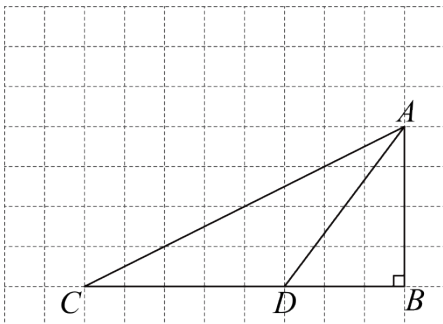


【应用 2】勾股定理与网格问题

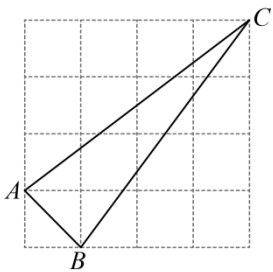
【例 2】(22-23 八年级下·天津和平·期中) 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1.

(1) 图中的 $\triangle ACD$ 中, $AD = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 在图中找一格点 E , 使 CA 平分 $\angle BCE$ (保留作图痕迹).



【变式 1】(22-23 八年级上·内蒙古包头·期末) 如图, 小方格都是边长为 2 的正方形, 则 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高是 ()



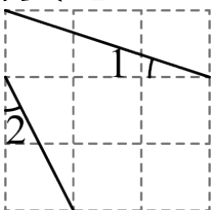
A. 2.4

B. 2.6

C. 2.8

D. 3

【变式 2】(23-24 八年级下·福建厦门·阶段练习) 如图是 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 在 3×3 的网格上的位置, 则 $\angle 1 + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

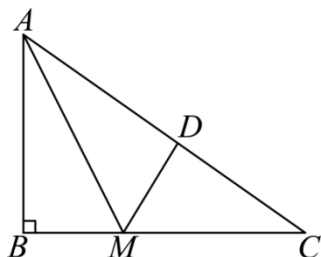


【应用 3】用勾股定理解决折叠问题

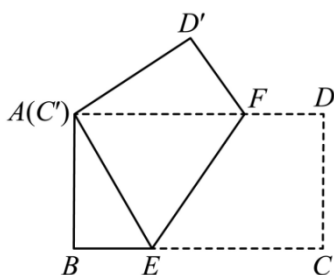
【例 3】(23-24 八年级下·吉林长春·开学考试) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿 AM 折叠, 使点 B 落在 AC 边上点 D 的位置.

(1) 若 $AM = MC$, 求 $\angle C$ 的度数.

(2) 若 $AB = 12, BC = 16$. 则 $\triangle AMC$ 的面积为_____.



【变式 1】(24-25 八年级上·陕西西安·开学考试) 如图, 长方形纸片 $ABCD$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 现将其沿 EF 对折, 使得点 C 与点 A 重合, 则 $\triangle AEF$ 的面积为 ()



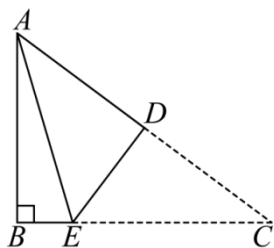
A. $\frac{75}{4}$

B. 18

C. $\frac{21}{4}$

D. $\frac{69}{4}$

【变式 2】(23-24 八年级上·四川成都·期中) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 折叠, 使点 C 与 A 重合, 得折痕 DE , 则 BE 的长等于_____ cm.

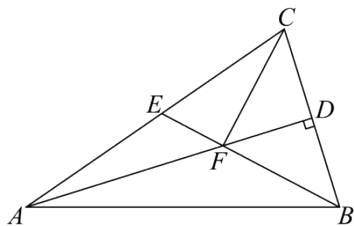


【应用 4】用勾股定理证明线段的平方关系

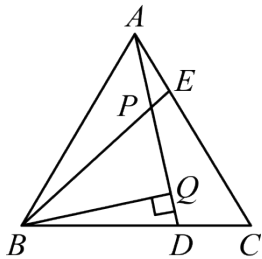
【例 4】(2024 八年级上·全国·专题练习) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$ 于点 D , $\angle CBE = 45^\circ$, BE 分别交 AC , AD 于点 E, F , 连接 CF .

(1) 判断 $\triangle BCF$ 的形状, 并说明理由;

(2) 若 $AF = BC$, 求证: $BF^2 + EF^2 = AE^2$.

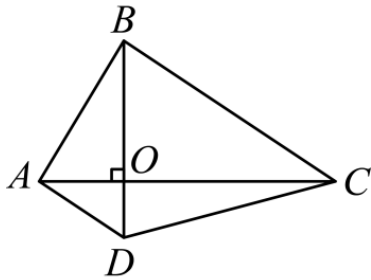


【变式 1】(23-24 八年级上·浙江·期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = AC$, $AE = CD$, AD 与 BE 相交于点 P , $BQ \perp AD$ 于 Q . 则 BP 与 BQ 的关系为 ()



- A. $BP^2 = 2BQ^2$ B. $3BP^2 = 4BQ^2$ C. $4BP^2 = 3BQ^2$ D. $2BP^2 = 3BQ^2$

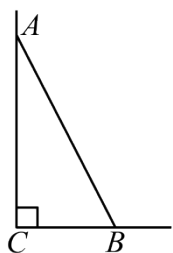
【变式 2】(22-23 八年级上·福建宁德·阶段练习) 对角线互相垂直的四边形叫做“垂美”四边形，现有如图所示的“垂美”四边形 $ABCD$ ，对角线 AC ， BD 交于点 O 。若 $AD=2$ ， $BC=5$ ，则 $AB^2 + CD^2 =$ _____。



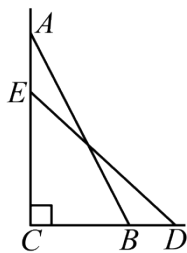
【应用 5】用勾股定理解决实际问题（求梯子滑落高度）

【例 5】(23-24 八年级上·宁夏银川·期末) 如图，一个梯子 AB 长 25 米，顶端 A 靠在墙 AC 上（墙与地面垂直），这时梯子下端 B 与墙角 C 距离为 7 米。

- (1) 求梯子顶端 A 与地面的距离 AC 的长；
(2) 若梯子的顶端 A 下滑到 E ，使 $AE=4$ ，求梯子的下端 B 滑动的距离 BD 的长。

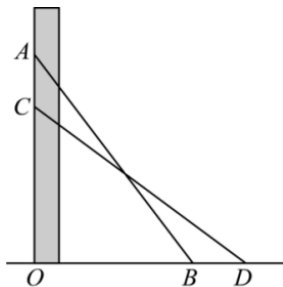


图(1)



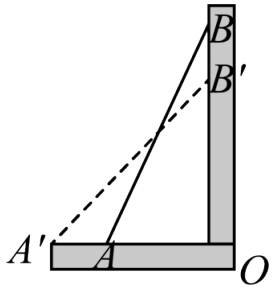
图(2)

【变式 1】(23-24 八年级下·贵州遵义·期中) 如图，一个梯子 AB 斜靠在一竖直的墙 AO 上，测得 $AO=4$ 米，若梯子的顶端沿墙下滑 1 米，这时梯子底端也恰好外移 1 米，则梯子 AB 的长度为（ ）



- A. 5 米 B. 6 米 C. 7 米 D. 8 米

【变式 2】(23-24 八年级下·山东滨州·开学考试) 如图，梯子 AB 靠在墙上，梯子的底端 A 到墙根 O 的距离为 3m，梯子的底端 A 向外移动到 A' ，使梯子的底端 A' 到墙根 O 的距离等于 4m，同时梯子的顶端 B 下降至 B' ，则 BB' 的长为_____（梯子 AB 的长为 5m）。



【应用 6】用勾股定理解决实际问题（求旗杆高度）

【例 6】（23-24 八年级下·辽宁营口·期末）【问题情境】某数学兴趣小组想测量学校旗杆的高度.

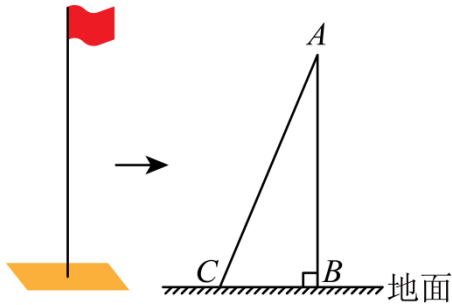
【实践发现】数学兴趣小组实地勘察发现：系在旗杆顶端的绳子垂到了地面，并多出了一段，但这条绳子的长度未知，

【实践探究】设计测量方案：

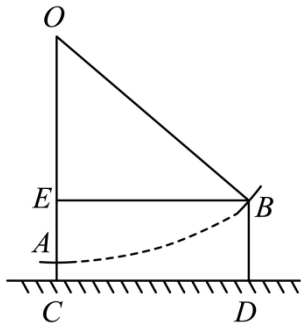
第一步：先测量比旗杆多出的部分绳子的长度，测得多出部分绳子的长度是 1 米；

第二步，把绳子向外拉直，绳子的底端恰好接触地面的点 C ，再测量绳子底端 C 与旗杆根部 B 点之间的距离，测得距离为 5 米；

【问题解决】设旗杆的高度 AB 为 x 米，通过计算请你求旗杆的高度.



【变式 1】（23-24 八年级下·河南安阳·期末）古代数学名著《算法统宗》中有一首计算秋千绳索长度的问题：“平地秋千未起，踏板一尺离地。送行二步恰竿齐，五尺板高离地……”. 翻译成现代文：如图，秋千 OA 静止的时候，踏板离地高一尺（ $AC=1$ 尺），将它往前推进两步（ $EB=10$ 尺），此时踏板升高离地五尺（ $BD=5$ 尺），则秋千绳索（ OA 或 OB ）的长度为（ ）



- A. 13.5 尺 B. 14 尺 C. 14.5 尺 D. 15 尺

【变式 2】（23-24 八年级下·山西吕梁·期末）如图 1，在综合实践小组测量旗杆高度的活动中，同学们发现旗杆上的绳子垂到地面还多出了 1 米，如图 2，当把绳子向外拉直并使绳子底端刚好落到点 C 处，经过测量此时绳子底端 C 到旗杆底部 A 的距离是 5 米，则旗杆 AB 的高度为_____米

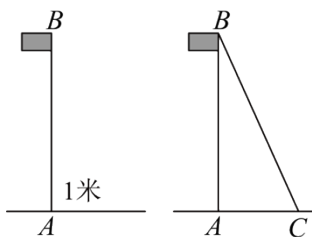


图1

图2

【应用 7】用勾股定理解决实际问题（求蚂蚁爬行距离）

【例 7】（23-24 八年级下·安徽芜湖·阶段练习）（1）如图 1，长方体的长为 4cm，宽为 3cm，高为 12cm．求该长方体中能放入木棒的最大长度；

（2）如图 2，长方体的长为 4cm，宽为 3cm，高为 12cm．现有一只蚂蚁从点 A 处沿长方体的表面爬到点 G 处，求它爬行的最短路径；

（3）如图 3，若将题中的长方体换成透明圆柱形容器（容器厚度忽略不计）的高为 12cm，底面周长为 12cm，在容器内壁离底部 5cm 的点 B 处有一饭粒，此时一只蚂蚁正好在容器外壁且离容器上沿 1cm 与饭粒相对的点 A 处．求蚂蚁吃到饭粒需要爬行的最短路径是多少？

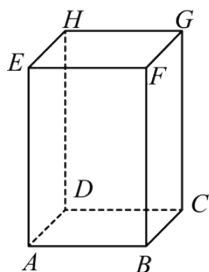


图1

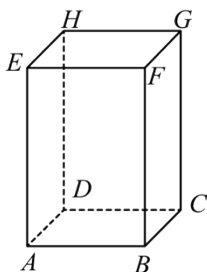


图2

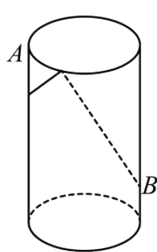
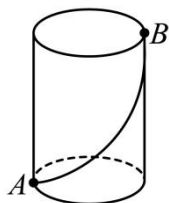


图3

【变式 1】（23-24 八年级上·四川成都·期末）如图，一只蚂蚁在底面半径为 $\frac{6}{\pi}$ cm，高为 8cm 的圆柱下底面的点 A 处，它想吃到上底面上与点 A 相对的点 B 的食物，则蚂蚁沿圆柱表面爬行的最短路径是（ ）



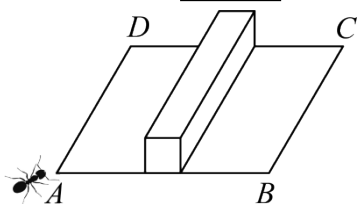
A. 6cm

B. $4\sqrt{13}$ cm

C. 10cm

D. $\left(8 + \frac{12}{\pi}\right)$ cm

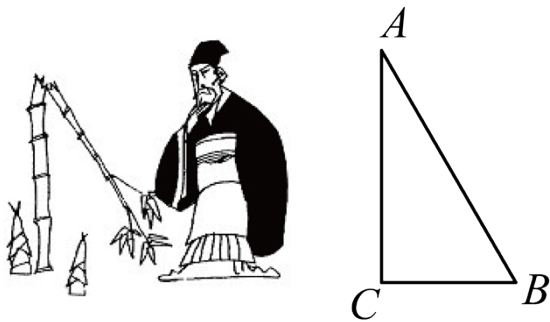
【变式 2】（23-24 八年级下·安徽阜阳·期末）如图，在一个边长为 6cm 的正方形纸片 ABCD 上，放着一根长方体木块，已知该木块的较长边与 AD 平行，横截面是边长为 1cm 的正方形，一只蚂蚁从点 A 爬过木块到达蜂蜜 C 处需爬行的最短路径是 _____ cm．



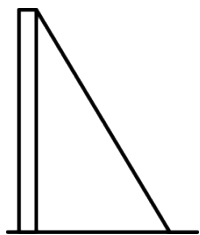
【应用 8】用勾股定理解决实际问题（求大树折断前的高度）

【例 8】（23-24 八年级下·吉林白城·期末）“风吹树折”问题又称为“折竹抵地”，源自《九章算术》，原文为：“今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺．问折者高几何？”意思是：一根竹子，原高一丈，一阵风将竹子折断，其竹梢恰好抵地，抵地处离竹子根部三尺远，则折断后的竹子高度为多少尺？（1 丈 = 10 尺）

【模型】如图所示，折断后的两段竹子与地面形成一直角三角形 ABC ，其中一直角边 BC 长 3 尺，其余两边长度之和为 10 尺．求折断后的竹子高度．



【变式 1】（23-24 八年级下·浙江杭州·期末）《九章算术》中记载了这样一个问题：“今有立木，系索其末（上端），（绳索从木柱上端垂下后）委地（堆在地面）三尺．引索却（退）行，去本（木柱底端）八尺而索尽．问索长几何？”设绳索长为 x 尺，则（ ）



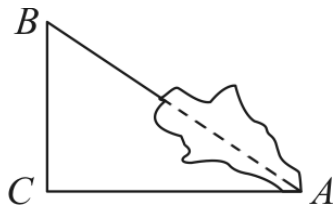
A. $(x-3)^2 + 8^2 = x^2$

B. $(x-3)^2 + x^2 = 8^2$

C. $x^2 + 8^2 = (x+3)^2$

D. $x^2 + (x+3)^2 = 8^2$

【变式 2】（23-24 八年级下·广东惠州·阶段练习）如图，大风把一棵树刮断，量得 $AC = 4\text{m}$ ， $BC = 3\text{m}$ ，则树刮断前的高度为_____m．



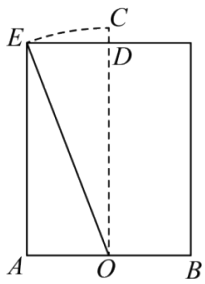
【应用 9】用勾股定理解决实际问题（求水杯中筷子长度问题）

【例 9】（23-24 八年级下·北京朝阳·期末）《九章算术》卷九“勾股”中记载：今有池，方一丈，葭生其中央，出水一尺．引葭赴岸，适与岸齐，问水深、葭长各几何．大意是：如图，水池底面的宽 $AB = 1$ 丈，芦苇 OC 生长在 AB 的中点 O 处，高出水面的部分 $CD = 1$ 尺．将芦苇向池岸牵引，尖端达到岸边时恰好与水面平齐，即 $OC = OE$ ，求水池的深度和芦苇的长度（1 丈等于 10 尺）．

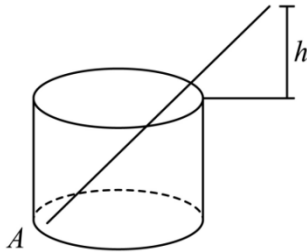
（1）求水池的深度 OD ；

（2）中国古代数学家刘徽在为《九章算术》作注解时，更进一步给出了这类问题的一般解法．他的解法用现代符号语言可以表示为：若已知水池宽 $AB = 2a$ ，芦苇高出水面的部分 $CD = n$ （ $n < a$ ），则水池的深度 OD （ $OD = b$ ）可以

通过公式 $b = \frac{a^2 - n^2}{2n}$ 计算得到．请证明刘徽解法的正确性．

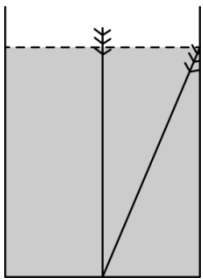


【变式 1】如图所示，将一根长为 24cm 的筷子，置于底面直径为 15cm，高 8cm 的圆柱形水杯中，设筷子露在杯子外面的长度为 h ，则 h 的取值范围是（ ）



- A. $h \leq 17\text{cm}$ B. $h \geq 8\text{cm}$ C. $15\text{cm} \leq h \leq 16\text{cm}$ D. $7\text{cm} \leq h \leq 16\text{cm}$

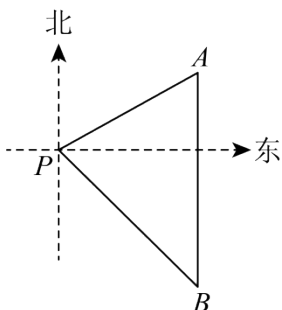
【变式 2】（22-23 七年级上·山东东营·期末）我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题：今有方池一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，适与岸齐，问水深几何？（注：丈、尺是长度单位，1 丈=10 尺）意思为：如图，有一个边长为 1 丈的正方形水池，在水池正中央有一根芦苇，它高出水面 1 尺，如果把这根芦苇拉向水池一边的岸边，它的顶端恰好碰到池边的水面．则这根芦苇的长度是_____尺



【应用 10】用勾股定理解决实际问题（解决航海问题）

【例 10】（24-25 九年级上·黑龙江哈尔滨·开学考试）一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 60° 方向，距离灯塔 80 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的东南方向上的 B 处．

- （1）求 $\angle APB$ 的度数；
- （2）求海轮所在的 B 处与灯塔 P 的距离（结果保留根号）．



【变式 1】（23-24 八年级下·河北廊坊·阶段练习）如图，海天号、顺艺号两艘轮船同时从港口 O 出发，海天号轮船以 20 海里/时的速度向南偏东 45° 方向航行，顺艺号轮船向南偏西 45° 方向航行，已知它们离开港口 O 两小时后，两艘轮船相距 50 海里，则顺艺号轮船平均每小时航行（ ）

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/526054011200011052>