第二篇　运动学

第七章　点的合成运动

点的加速度合成定理（二）

目录

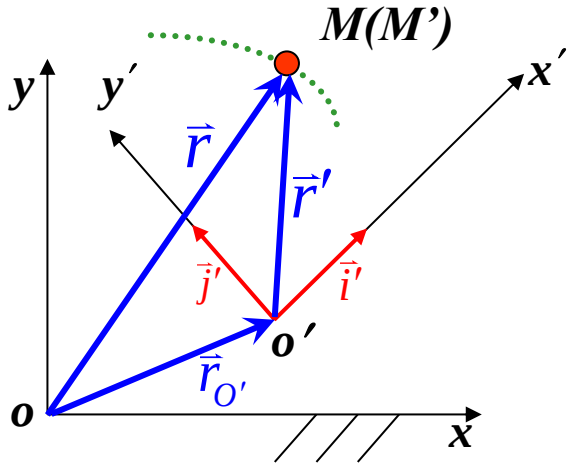
1 牵连运动为定轴转动的点的加速度合成定理

2 应用举例

1．牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理

动点 M 分别沿定系和动系作曲线运动，同时动系相对于定系作定轴转动。

三种加速度的直角坐标表达：



$$\vec{a}_{\mathrm{a}}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{a}}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\vec{k}$$

$$\vec{a}_{\mathrm{r}}=\frac{\tilde{\mathrm{d}}\vec{v}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}=\frac{\tilde{\mathrm{d}}^2\vec{r}'}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x'}{\mathrm{d}t^2}\vec{i}'+\frac{\mathrm{d}^2y'}{\mathrm{d}t^2}\vec{j}'+\frac{\mathrm{d}^2z'}{\mathrm{d}t^2}\vec{k}'$$

$$\vec{a}_{\mathrm{e}}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}_{M'}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}_{O'}}{\mathrm{d}t^2}+\left(x'\frac{\mathrm{d}^2\vec{i}'}{\mathrm{d}t^2}+y'\frac{\mathrm{d}^2\vec{j}'}{\mathrm{d}t^2}+z'\frac{\mathrm{d}^2\vec{k}'}{\mathrm{d}t^2}\right)$$

利用几何关系：$\vec{r}_M = \vec{r}_{O'} + \vec{r}'$

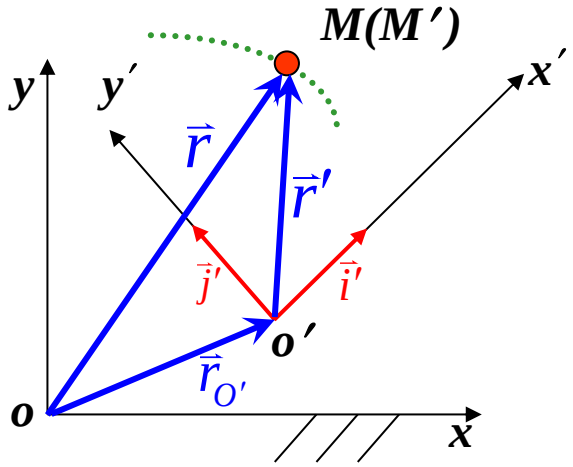
$$\vec{a}_{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}_M}{\mathrm{d}t^2}$$

$$= \ddot{\vec{r}}_{O'} + (\dot{x}'\dot{\vec{i}}' + \dot{y}'\dot{\vec{j}}' + \dot{z}'\dot{\vec{k}}') + (x'\ddot{\vec{i}}' + y'\ddot{\vec{j}}' + z'\ddot{\vec{k}}')$$

$$+ (\ddot{x}'\vec{i}' + \ddot{y}'\vec{j}' + \ddot{z}'\vec{k}') + (\dot{x}'\dot{\vec{i}}' + \dot{y}'\dot{\vec{j}}' + \dot{z}'\dot{\vec{k}}')$$

$$= \vec{a}_{\mathrm{r}} + \vec{a}_{\mathrm{e}} + 2(\dot{x}'\dot{\vec{i}}' + \dot{y}'\dot{\vec{j}}' + \dot{z}'\dot{\vec{k}}')$$

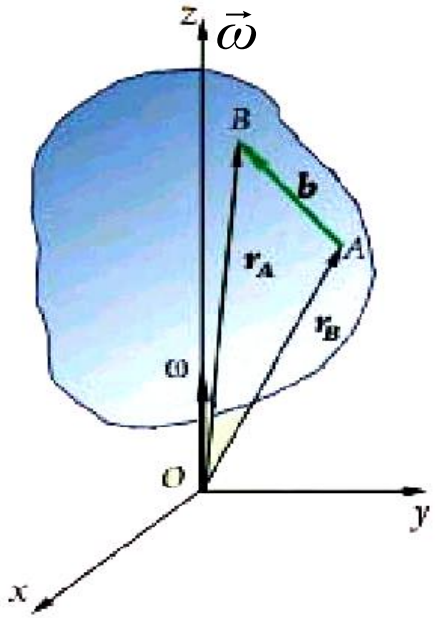
?



泊松公式、常模矢量求导公式：

$\left|\vec{b}\right|$=常数，固结于定轴转动的刚体上，角速度为ω

结论：$\dfrac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t}=\vec{\omega}\times\vec{b}$



证明：$\vec{b}=\vec{r}_B-\vec{r}_A$

$\because$ $\vec{b}$固结于刚体上

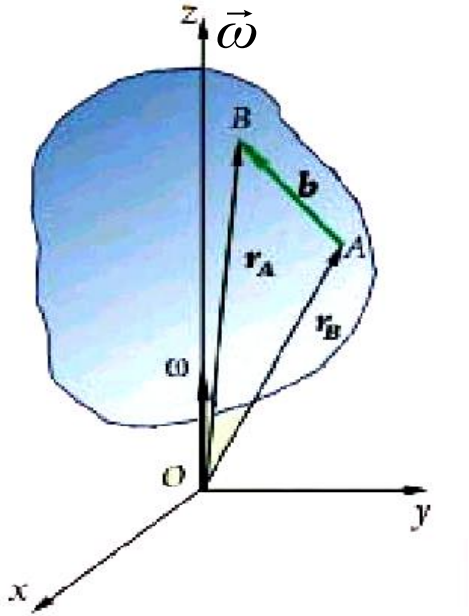
$\therefore$ $\vec{r}_A$、$\vec{r}_B$ 大小均为常量

$$\frac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}_B}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}\vec{r}_A}{\mathrm{d}t}$$

$$=\vec{\omega}\times\vec{r}_B-\vec{\omega}\times\vec{r}_A$$

$$=\vec{\omega}\times(\vec{r}_B-\vec{r}_A)$$

$$=\vec{\omega}\times\vec{b}$$

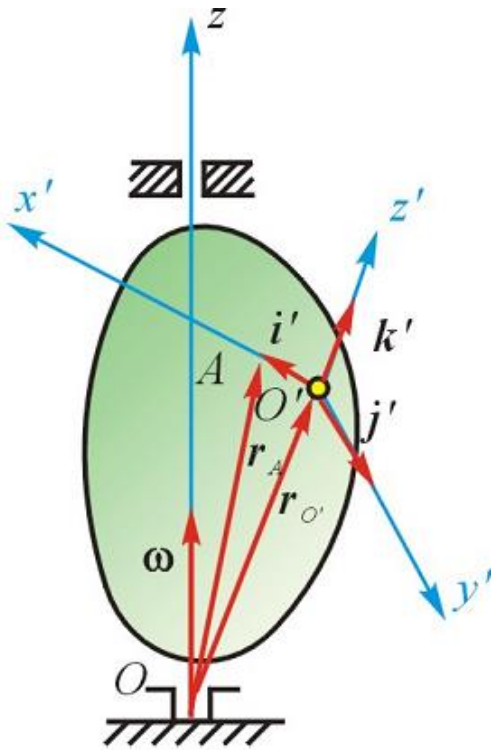


泊松公式、常模矢量求导公式：

转动刚体上任一连体矢量对时间的导数等于刚体的角速度矢与该矢量的矢积。

绕固定轴Oz转动的坐标系$O'x'y'z'$，单位基矢量的泊松公式为：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\vec{i}}{\mathrm{d}t}&=\vec{\omega}\times\vec{i}'\\ \frac{\mathrm{d}\vec{j}}{\mathrm{d}t}&=\vec{\omega}\times\vec{j}'\\ \frac{\mathrm{d}\vec{k}}{\mathrm{d}t}&=\vec{\omega}\times\vec{k}'\end{aligned}\right\}$$



$$\vec{a}_{\mathrm{a}} = \vec{a}_{\mathrm{r}} + \vec{a}_{\mathrm{e}} + 2(\dot{x}'\dot{\vec{i}}' + \dot{y}'\dot{\vec{j}}' + \dot{z}'\dot{\vec{k}}')$$

$$= \vec{a}_{\mathrm{r}} + \vec{a}_{\mathrm{e}} + 2\vec{\omega}_{\mathrm{e}} \times (\dot{x}'\vec{i}' + \dot{y}'\vec{j}' + \dot{z}'\vec{k}')$$

$$\Rightarrow \quad \vec{a}_{\mathrm{a}} = \vec{a}_{\mathrm{r}} + \vec{a}_{\mathrm{e}} + 2\vec{\omega}_{\mathrm{e}} \times \vec{v}_{\mathrm{r}} = \vec{a}_{\mathrm{r}} + \vec{a}_{\mathrm{e}} + \vec{a}_{\mathrm{C}}$$

定义：$\vec{a}_{\mathrm{C}} = 2\vec{\omega}_{\mathrm{e}} \times \vec{v}_{\mathrm{r}}$为科里奥利加速度，简称科氏加速度。

当牵连运动为 转动时，由于转动的牵连运动与相对运动相互影响的结果而产生一种附加的加速度。

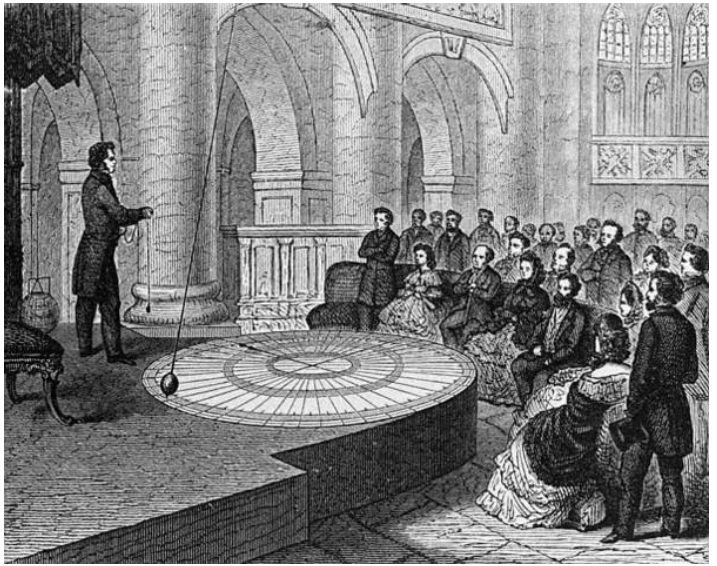
科里奥利（**Gustave Gaspard Coriolis，1792——1843**），法国力学家，**1843**年出版的专著《固体力学和机器效应计算教程》中给出的关于科氏加速度的论证。



科里奥利，G.G.



让 傅科（Jean Foucault，1819—1868）法国物理学家，1851年在巴黎进行了"物理最美实验"之一的傅科摆实验，首次验证了科氏加速度的存在，也证明地球的自转。



公式说明：

$$\vec{a}_{\mathrm{a}} = \vec{a}_{\mathrm{e}} + \vec{a}_{\mathrm{r}} + \vec{a}_{\mathrm{C}}$$

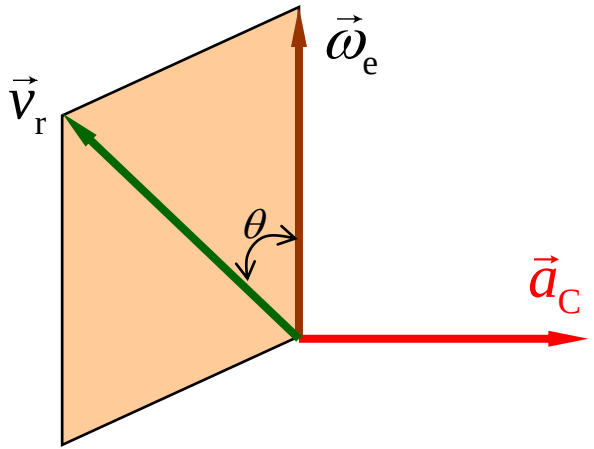
（1）可以证明上式对牵连运动为任意运动时皆成立，它是加速度合成定理的普遍形式；

（2）当牵连运动为平动时，$\omega_{\mathrm{e}} = 0$，导致$a_{\mathrm{C}} = 0$，一般式退化到平动时的特殊式；

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_C$$

公式说明：

（3）科氏加速度的计算：$\vec{a}_C = 2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r$



大小：$a_C = 2\omega_e \times v_r \sin(\vec{\omega}_e, \vec{v}_r)$

方向：右手螺旋法则

常见的平面机构：$\vec{\omega}_e \perp \vec{v}_r$，则$\sin\theta=1$，有：

$a_C = 2\omega_e v_r$　方向垂直于$\vec{v}_r$，具体指向利用右手螺旋法则判定。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/527022052163006042