

第 21 课 圆内接正多边形

3.8



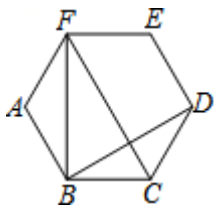
课后培优练



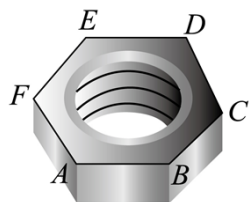
培优第一阶——基础过关练

一、单选题

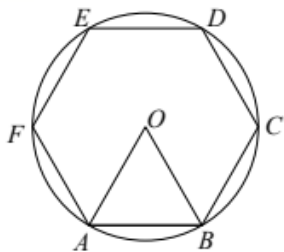
1. 一个正多边形的半径与边长相等，则这个正多边形的边数为（ ）
A. 4 B. 5 C. 6 D. 8
2. 正十边形的中心角是（ ）
A. 18° B. 36° C. 72° D. 144°
3. 如图，在正六边形 $ABCDEF$ 中， $\triangle BCD$ 的面积为 4，则 $\triangle BCF$ 的面积为（ ）



4. 如图, 螺母的外围可以看作是正六边形 $ABCDEF$, 已知这个正六边形的半径是 2, 则它的周长是 ()

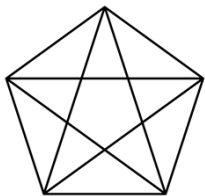


5. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, 已知 $\odot O$ 的半径为 2, 则圆心 O 到边 AB 的距离是 ()



- A. 2 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 若一个正多边形的中心角为 40° , 则这个多边形的边数是 ()
- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

7. 如图所示的图案，其外轮廓是一个正五边形，绕它的中心旋转一定的角度后能够与自身重合，则这个旋转角可能是（ ）



- A. 90° B. 72° C. 60° D. 36°

8. 我国魏晋时期的数学家刘徽首创“割圆术”：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆合体，而无所失矣”，即通过圆内接正多边形割圆，从正六边形开始，每次边数成倍增加，依次可得圆内接正十二边形，内接正二十四边形，.... 边数越多割得越细，正多边形的周长就越接近圆的周长. 再根据“圆周率等于圆周长与该圆直径的比”来计算圆周率. 设圆的半径为 R ，图 1 中圆内接正六边形的周长 $l_6 = 6R$ ，则

$\pi \approx \frac{l_6}{2R} = 3$. 再利用图 2 圆的内接正十二边形计算圆周率，首先要计算它的周长，下列结果正确的是（ ）



刘徽

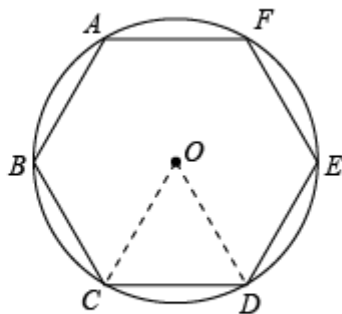


图1

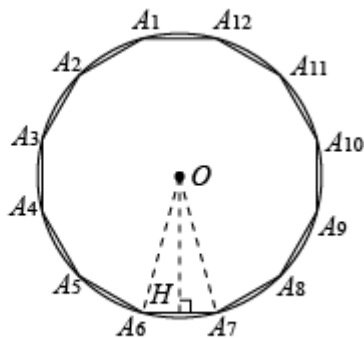
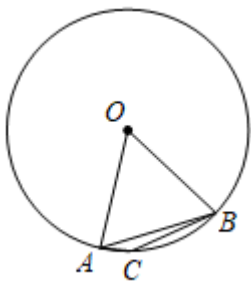


图2

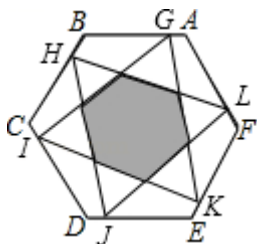
- A. $l_{12} = 24R \sin 15^\circ$ B. $l_{12} = 24R \cos 15^\circ$
C. $l_{12} = 24R \sin 30^\circ$ D. $l_{12} = 24R \cos 30^\circ$

9. 如图，边 AB 是 $\odot O$ 内接正六边形的一边，点 C 在 $\widehat{AB}$ 上，且 BC 是 $\odot O$ 内接正八边形的一边，若 AC 是 $\odot O$ 内接正 n 边形的一边，则 n 的值是（ ）



- A. 6 B. 12 C. 24 D. 48

10. 如图, 已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 $\sqrt{3}$, 点 G, H, I, J, K, L 依次在正六边形的六条边上, 且 $AG=BH=CI=DJ=EK=FL$, 顺次连结 G, I, K 和 H, J, L , 则图中阴影部分的周长 C 的取值范围为 ()

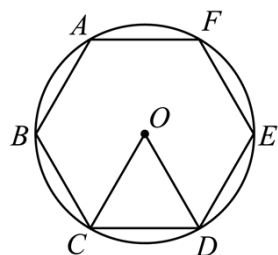


- A. $6 \leq C \leq 6\sqrt{3}$ B. $3 \leq C \leq 3\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3} \leq C \leq 6$ D. $3\sqrt{3} \leq C \leq 6\sqrt{3}$

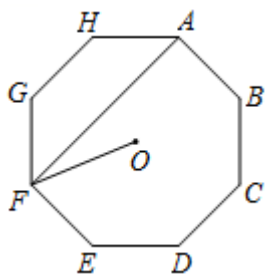
二、填空题

11. 半径为 6 的圆内接正三角形的边心距为_____.

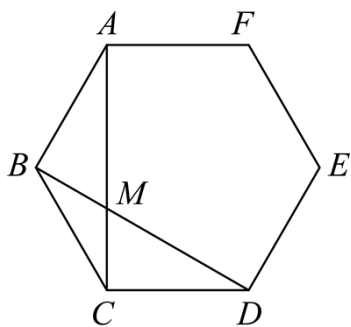
12. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, 连接 OC 、 OD , 若 OC 长为 2cm, 则正六边形 $ABCDEF$ 的周长为_____cm.



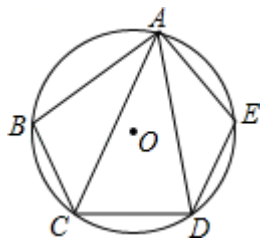
13. 如图, 点 O 为正八边形 $ABCDEFGH$ 的中心, 则 $\angle AFO$ 的度数为_____.



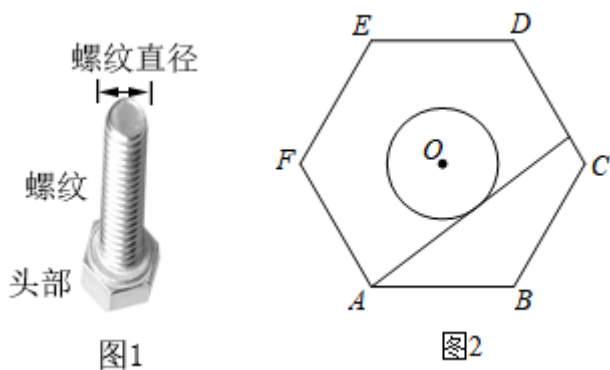
14. 在正六边形 $ABCDEF$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 M , 则 $\frac{AM}{CM}$ 的值为_____.



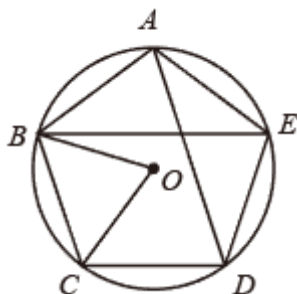
15. 如图，在 $\odot O$ 的内接五边形 $ABCDE$ 中， $\angle CAD=30^\circ$ ，则 $\angle B+\angle E=$ _____.



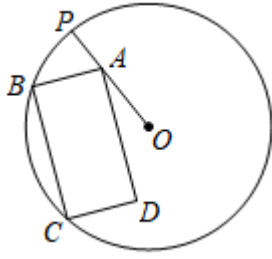
16. 如图 1 的螺丝钉由头部（直六棱柱）和螺纹（圆螺纹直径柱）组合而成，其俯视图如图 2 所示. 小明想用一把刻度尺测量出螺纹直径. 已知刻度尺紧靠螺纹，经过点 A 且交 CD 于点 P ，若测得 AP 长为 13mm，正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 7.5mm，则 CP 长为_____mm， 螺纹直径为_____mm.



17. 如图，若五边形 $ABCDE$ 是 $\odot O$ 的内接正五边形，则 $\angle BOC=$ _____, $\angle ABE=$ _____,
 $\angle ADC=$ _____, $\angle ABC=$ _____.

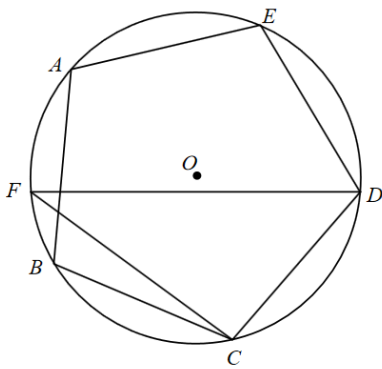


18. 如图，点 P 为 $\odot O$ 上一点，连接 OP ，且 $OP=4$ ，点 A 为 OP 上一动点，点 B 为 $\odot O$ 上一动点，连接 AB ，以线段 AB 为边在 $\odot O$ 内构造矩形 $ABCD$ ，且点 C 在 $\odot O$ 上，则矩形 $ABCD$ 面积的最大值为_____.

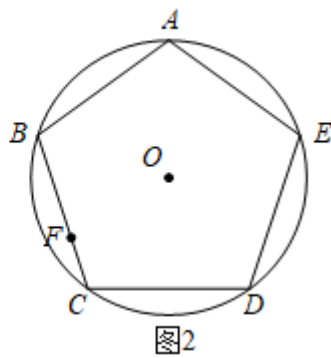
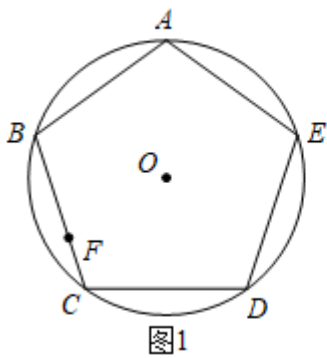


三、解答题

19. 如图，正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$ ，点 F 在 $\widehat{AB}$ 上，求 $\angle CFD$ 的度数.



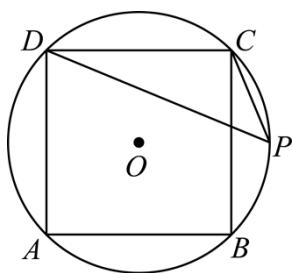
20. 如图， $\odot O$ 为正五边形 $ABCDE$ 的外接圆，已知 $CF = \frac{1}{3}BC$ ，请用无刻度直尺完成下列作图，保留必要的画图痕迹.



(1) 在图 1 中的边 DE 上求作点 G ，使 $DG = CF$ ；

(2) 在图 2 中的边 DE 上求作点 H ，使 $EH = CF$ ．

21. 如图，正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， P 为 $\widehat{BC}$ 上的一点，连接 DP ， CP ．



(1)求 $\angle CPD$ 的度数;

(2)当点 P 为 $\widehat{BC}$ 的中点时, CP 是 $\odot O$ 的内接正 n 边形的一边,求 n 的值.

22. 如图1, 等边 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 连接 CO 并延长交 $\odot O$ 于点 D .

(1)可以证明 CD 垂直平分 AB , 写出 $\widehat{AD}$ 与 $\widehat{DB}$ 的数量关系: ____.

(2)请你仅使用无刻度的直尺按要求作图:

①在图1中作出一个正六边形, 保留作图痕迹(作图过程用虚线表示, 作图结果用实线表示).

②请在图2中作出 $\odot O$ 的内接正六边形 $ADBECF$ 的一条不经过顶点的对称轴, 保留作图痕迹(作图过程用虚线表示, 作图结果用实线表示).

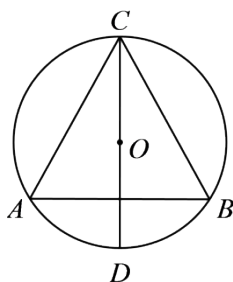


图1

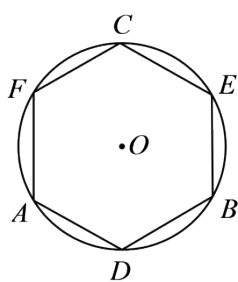


图2

23. 请仅用无刻度的直尺画图, 不写作法, 保留画图痕迹.

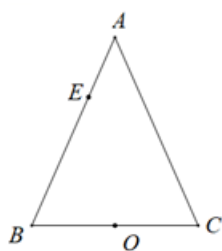


图1

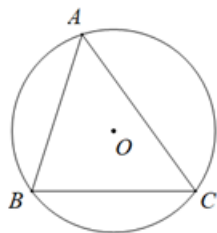


图2

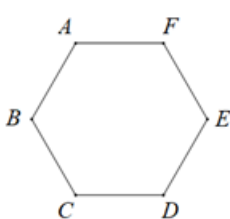


图3

(1)如图1, 点 O 是等腰 $\triangle ABC$ 底边 BC 的中点, E 是 AB 上一点, 请在 AC 上作出点 F , 使 $EF \parallel BC$;

(2)如图2, $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形, 请在 AB , AC 上分别作出点 M , N , 使 $MN \parallel BC$;

(3)如图3, 六边形 $ABCDEF$ 为正六边形, 在 AF 上取一点 H , 使 $HF = 2AH$.

24. 如图1、图2、图3、...、图 n 分别是 $\odot O$ 的内接正三角形 ABC , 正四边形 $ABCD$ 、正五边形 $ABCDE$ 、...、正 n 边形 $ABCD...$, 点 M 、 N 分别从点 B 、 C 开始以相同的速度在 $\odot O$ 上逆时针运动.

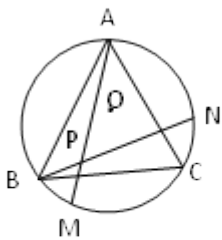


图 1

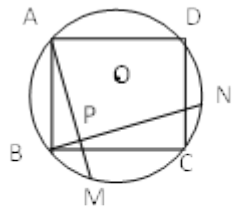


图 2

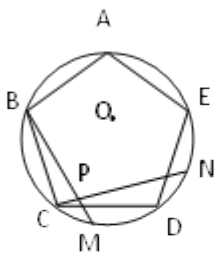


图 3

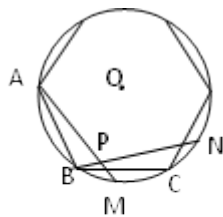


图 4

(1)求图 1 中 $\angle APN$ 的度数；

(2)图 2 中， $\angle APN$ 的度数是_____，图 3 中 $\angle APN$ 的度数是_____.

(3)试探索 $\angle APN$ 的度数与正多边形边数 n 的关系（直接写答案）

25. 如图 1，正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$ ，阅读以下作图过程，并回答下列问题，作法：如图 2，①作直径 AF ；②以 F 为圆心， FO 为半径作圆弧，与 $\odot O$ 交于点 M, N ；③连接 AM, MN, NA .

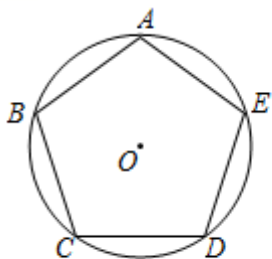


图1

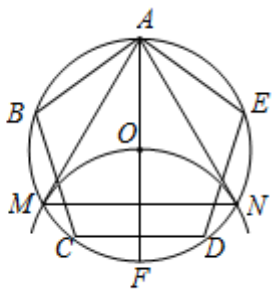


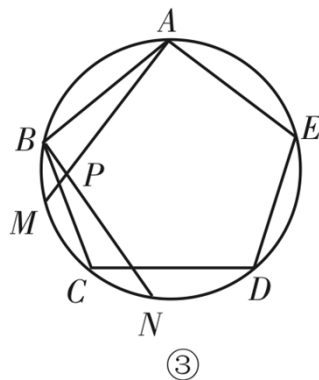
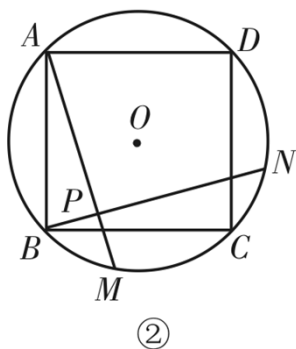
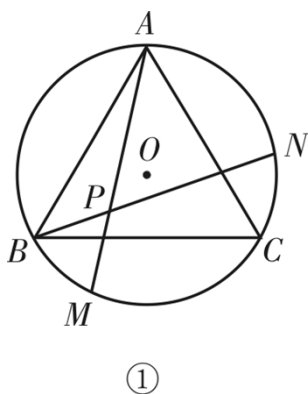
图2

(1)求 $\angle ABC$ 的度数.

(2) $\triangle AMN$ 是正三角形吗？请说明理由.

(3)从点 A 开始，以 DN 长为半径，在 $\odot O$ 上依次截取点，再依次连接这些分点，得到正 n 边形，求 n 的值.

26. 如图所示，正三角形 ABC 、正方形 $ABCD$ 、正五边形 $ABCDE$ 分别是 $\odot O$ 的内接三角形、内接四边形、内接五边形，点 M 、 N 分别从点 B 、 C 开始，以相同的速度在 $\odot O$ 上逆时针运动.

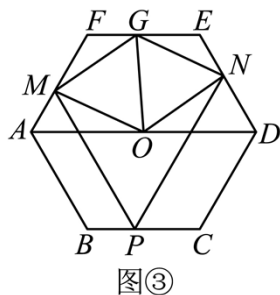
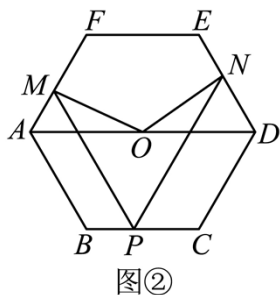
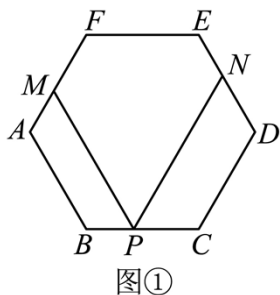


(1) 求图①中 $\angle APB$ 的度数

(2) 图②中 $\angle APB$ 的度数是_____，图③中 $\angle APB$ 的度数是_____；

(3) 若推广到一般的正 n 边形情况，请写出 $\angle APB$ 的度数是_____。

27. 如图①，正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 a ， P 是 BC 上一动点，过 P 作 $PM \parallel AB$ 交 AF 于 M ，作 $PN \parallel CD$ 交 DE 于 N 。

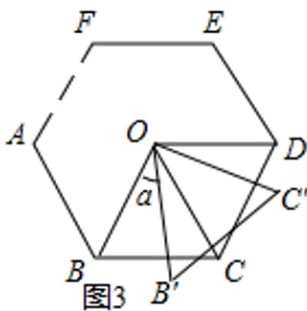
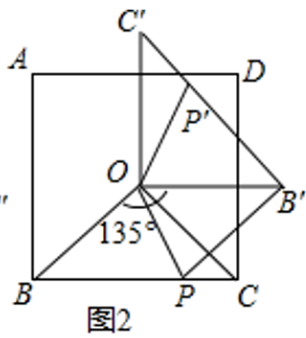
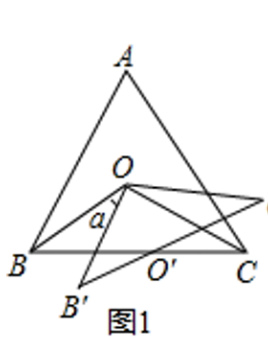


(1) 求出 $\angle MPN$ 的度数，并证明 $PM + PN = 3a$ ；

(2) 如图②，点 O 是 AD 的中点，连接 OM 、 ON ，求证： $OM = ON$ ；

(3) 如图③，点 O 是 AD 的中点， OG 平分 $\angle MON$ ，求证：四边形 $OMGN$ 是菱形。

28. 在下列正多边形中， O 是中心，定义： $\triangle OBC$ 为相应正多边形的基本三角形。如图 1， $\triangle OBC$ 是正三角形 ABC 的基本三角形；如图 2， $\triangle OBC$ 是正方形 $ABCD$ 的基本三角形；如图 3， $\triangle OBC$ 为正 n 边形 $ABCDEF \dots$ 的基本三角形。将基本 $\triangle OBC$ 绕点 O 逆时针旋转 α 角度得 $\triangle OB'C'$ 。



(1) 若线段 BC 与线段 $B'C'$ 相交点 O' ，则：

图 1 中 α 的取值范围是_____；

图 3 中 α 的取值范围是_____；

(2) 在图 1 中，求证 $BO' = O'C'$

(3) 在图 2 中，正方形边长为 4， $\alpha = 135^\circ$ ，边 BC 上的一点 P 旋转后的对应点为 P' ，若 $B'P + OP'$ 有最小值时，求出该最小值及此时 BP 的长度；

(4) 如图 3，当 $B'C' \perp OC$ 时，直接写出 α 的值。



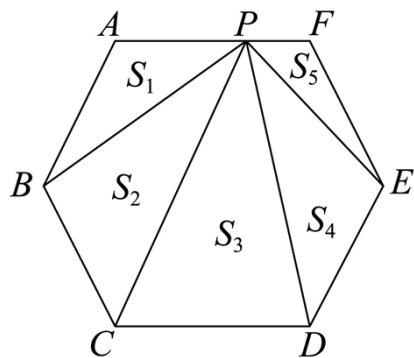
培优第二阶——拓展培优练

一、单选题

1. 已知点 O 是边长为 6 的等边 $\triangle ABC$ 的中心，点 P 在 $\triangle ABC$ 外， $\triangle ABC$ ， $\triangle PAB$ ， $\triangle PBC$ ， $\triangle PCA$ 的面积分别记为 S_0 ， S_1 ， S_2 ， S_3 。若 $S_1 + S_2 + S_3 = 2S_0$ ，则线段 OP 长的最小值是（ ）

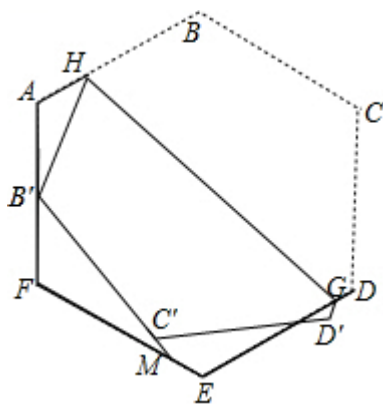
- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

2. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 中，点 P 是边 AF 上的点，记图中各三角形的面积依次为 S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 ，则下列判断正确的是（ ）



- A. $S_1 + S_2 = 2S_3$ B. $S_1 + S_4 = S_3$ C. $S_2 + S_4 = 2S_3$ D. $S_1 + S_5 = S_3$

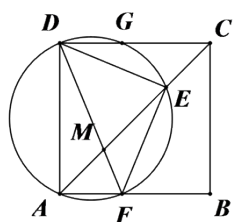
3. 如图，将边长为 6 的正六边形 $ABCDEF$ 沿 HG 折叠，点 B 恰好落在边 AF 的中点上，延长 $B'C'$ 交 EF 于点 M ，则 $C'M$ 的长为（ ）



- A. 1 B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{9}{5}$

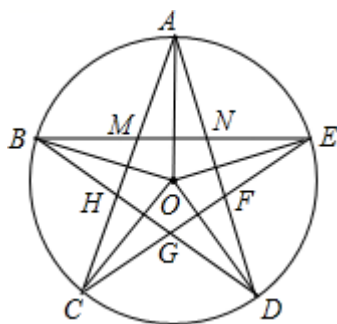
4. 如图， 已知正方形 $ABCD$ 中， 连结 AC ， 在 AC 上截取 $AE=AD$ ， 作 $\triangle ADE$ 的外接圆交 AB 于点 F ， 连结 DF 交 AC 于点 M ， 连结 EF 。 下列选项正确的是（ ）

- ① $DG=AF$ ； ② $AM=EC$ ； ③ $\angle EFB=\angle AFD$ ； ④ $S_{\text{四边形}BCMF} = S_{\text{四边形}ADEF}$



- A. ①② B. ①②③ C. ②③④ D. ①②③④

5. 如图， A 、 B 、 C 、 D 、 E 是 $\odot O$ 上的 5 等分点， 连接 AC 、 CE 、 EB 、 BD 、 DA ， 得到一个五角星图形和五边形 $MNFGH$ 。 有下列 3 个结论： ① $AO \perp BE$ ， ② $\angle CGD = \angle COD + \angle CAD$ ， ③ $BM = MN = NE$ 。 其中正确的结论是（ ）



- A. ① B. ①② C. ②③ D. ①②③

二、填空题

6. 如图， $\odot O$ 是正八边形 $ABCDEFGH$ 的外接圆， $\odot O$ 的半径是 1， 则下列四个结论中正确的是___。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/527036152065006123>