2024届内蒙古乌兰察布集宁二中高三三调（5月）数学试题试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设i是虚数单位，若复数$z=1+i$，则$\frac{|z|^2}{z}+z^2=$（　　）

A．$1+i$　　**B**．$1-i$　　**C**．$-1-i$　　**D**．$-1+i$

2．已知函数$f(x)$是R上的偶函数，且当$x\in[0,+\infty)$时，函数$f(x)$是单调递减函数，则$f(\log_2 5)$，$f\left(\log_3\frac{1}{5}\right)$，$f(\log_5 3)$的大小关系是（　　）

A．$f\left(\log_3\frac{1}{5}\right)<f(\log_5 3)<f(\log_2 5)$　　**B**．$f\left(\log_3\frac{1}{5}\right)<f(\log_2 5)<f(\log_5 3)$

C．$f(\log_5 3)<f\left(\log_3\frac{1}{5}\right)<f(\log_2 5)$　　**D**．$f(\log_2 5)<f\left(\log_3\frac{1}{5}\right)<f(\log_5 3)$

3．已知函数$f(x)=ax^2-x+\ln x$有两个不同的极值点x_1，x_2，若不等式$f(x_1)+f(x_2)>2(x_1+x_2)+t$有解，则$t$的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-2\ln 2)$　　**B**．$(-\infty,-2\ln 2]$

C．$(-\infty,-11+2\ln 2)$　　**D**．$(-\infty,-11+2\ln 2]$

4．总体由编号为01，02，...，39，40的40个个体组成.利用下面的随机数表选取5个个体，选取方法是从随机数表（如表）第1行的第4列和第5列数字开始由左到右依次选取两个数字，则选出来的第5个个体的编号为（　　）

60	44	66	44	21
66	06	58	05	62
61	65	54	35	02
42	35	48	96	32
14	52	41	52	48
92	66	22	15	86
76	63	75	41	99
58	42	36	72	24

A．23　　**B**．21　　**C**．35　　**D**．32

5．已知复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$（i 为虚数单位），则 z 的虚部为（　　）

A．$-i$　　**B**．i　　**C**．**1**　　**D**．-1

6．若 $|\overrightarrow{OA}|=1$，$|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，点 C 在 AB 上，且 $\angle AOC=30^{\circ}$，设 $\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}\ (m,n\in R)$，则 $\dfrac{m}{n}$ 的值为（　　）

A．$\dfrac{1}{3}$　　**B**．3　　**C**．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　**D**．$\sqrt{3}$

7．我国古代有着辉煌的数学研究成果，其中的《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《缉古算经》，有丰富多彩的内容，是了解我国古代数学的重要文献．这 5 部专著中有 3 部产生于汉、魏、晋、南北朝时期．某中学拟从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，则所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的概率为（　）

A．$\dfrac{3}{5}$　　**B**．$\dfrac{7}{10}$　　**C**．$\dfrac{4}{5}$　　**D**．$\dfrac{9}{10}$

8．1777 年，法国科学家蒲丰在宴请客人时，在地上铺了一张白纸，上面画着一条条等距离的平行线，而他给每个客人发许多等质量的，长度等于相邻两平行线距离的一半的针，让他们随意投放.事后，蒲丰对针落地的位置进行统计，发现共投针 2212 枚，与直线相交的有 704 枚.根据这次统计数据，若客人随意向这张白纸上投放一根这样的针，则针落地后与直线相交的概率约为（　　）

A．$\dfrac{1}{2\pi}$　　**B**．$\dfrac{3}{\pi}$　　**C**．$\dfrac{2}{\pi}$　　**D**．$\dfrac{1}{\pi}$

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2+\log_{\frac{1}{2}}x,\dfrac{1}{8}\le x<1\\ 2^{x},1\le x\le 2\end{cases}$，若 $f(a)=f(b)(a<b)$，则 ab 的最小值为（　　）

参考数据：$\ln 2\approx 0.69,\ln^{2}2\approx 0.48$

A．$\dfrac{1}{2}$　　**B**．$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　**C**．$\log_{2}\sqrt{3}$　　**D**．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

10．在复平面内，复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$（$\mathrm{i}$ 为虚数单位）对应的点位于（　　）

A．第一象限　　**B**．第二象限　　**C**．第三象限　　**D**．第四象限

11．设集合 $A=\{x|x^{2}-x-2>0\}$，$B=\{x|\log_{2}x\le 2\}$，则集合 $(C_{R}A)\cap B=$

A．$\{x|-1\le x\le 2\}$　　**B**．$\{x|0<x\le 2\}$　　**C**．$\{x|0<x\le 4\}$　　**D**．$\{x|-1\le x\le 4\}$

12．已知定义在 $[0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=\dfrac{1}{2}f(x+2)$，且当 $x\in[0,2)$ 时，$f(x)=-x^{2}+2x$.设 $f(x)$ 在 $[2n-2,2n)$ 上的最大值为 a_{n}（$n\in N^{*}$），且数列 $\{a_{n}\}$ 的前 n 项的和为 S_{n}.若对于任意正整数 n 不等式

$k\left(S_n+1\right)\geq 2n-9$ 恒成立，则实数 k 的取值范围为（　　）

A．$[0,+\infty)$　　B．$\left[\frac{1}{32},+\infty\right)$　　C．$\left[\frac{3}{64},+\infty\right)$　　D．$\left[\frac{7}{64},+\infty\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某部队在训练之余，由同一场地训练的甲、乙、丙三队各出三人，组成 3×3 小方阵开展游戏，则来自同一队的战士既不在同一行，也不在同一列的概率为_____.

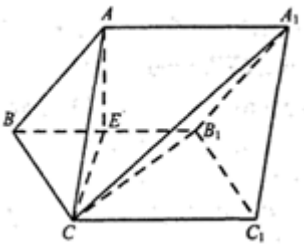
14．在△*ABC* 中，$(\overrightarrow{AB}-\lambda\overrightarrow{AC})\perp\overrightarrow{BC}$ $(\lambda>1)$，若角 *A* 的最大值为 $\frac{\pi}{6}$，则实数 λ 的值是_____.

15．已知函数 $f\left(x\right)$ 对于 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f\left(4-x\right)=f\left(x\right)$，且周期为 2，当 $x\in\left[-3,-2\right]$ 时，$f\left(x\right)=\left(x+2\right)^2$，则 $f\left(\frac{5}{2}\right)=$_____.

16．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 $F(-\sqrt{3},0)$，A、B 为双曲线上关于原点对称的两点，AF 的中点为 H，BF 的中点为 K，HK 的中点为 G，若 $|HK|=2|OG|$，且直线 AB 的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$，则 $|AB|=$_____，双曲线的离心率为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，侧面 BCC_1B_1 是菱形，$AC=BC=2$，$\angle CBB_1=\frac{\pi}{3}$，点 *A* 在平面 BCC_1B_1 上的投影为棱 BB_1 的中点 *E*.



（1）求证：四边形 ACC_1A_1 为矩形；

（2）求二面角 E-B_1C-A_1 的平面角的余弦值.

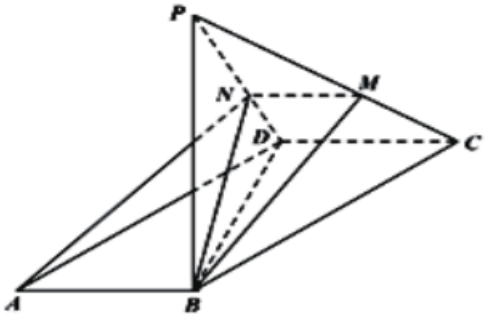
18．（12 分）已知向量 $\vec{a}=\left(2\sin x,-\sqrt{3}\right),\vec{b}=\left(\cos x,2\cos^2 x-1\right)$，　$f\left(x\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}$.

（1）求 $f\left(x\right)$ 的最小正周期；

（2）若 ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $a=\sqrt{3},b=1,$ $f\left(A\right)=\sqrt{3}$，求 ΔABC 的面积.

19．（12 分）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AD=2AB$，$\angle A=60°$，现沿对角线 BD 将 ΔABD 折起，使点 *A*

到达点 **P**，点 **M**，**N** 分别在直线 PC，PD 上，且 **A**，**B**，**M**，**N** 四点共面.



（1）求证：$MN \perp BD$；

（2）若平面 $PBD \perp$ 平面 BCD，二面角 $M-AB-D$ 平面角大小为 $30°$，求直线 PC 与平面 BMN 所成角的正弦值.

20.（12 分）若函数 $f(x)=e^{x}-ae^{-x}-mx\left(m \in R\right)$ 为奇函数，且 $x=x_0$ 时 $f(x)$ 有极小值 $f(x_0)$.

（1）求实数 a 的值与实数 m 的取值范围；

（2）若 $f\left(x_0\right) \geq -\frac{2}{e}$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

21.（12 分）2019 年是五四运动 100 周年.五四运动以来的 100 年，是中国青年一代又一代接续奋斗、凯歌前行的 100 年，是中口青年用青春之我创造青春之中国、青春之民族的 100 年.为继承和发扬五四精神在青年节到来之际，学校组织“五四运动 100 周年”知识竞赛，竞赛的一个环节由 10 道题目组成，其中 6 道 *A* 类题、4 道 *B* 类题，参赛者需从 10 道题目中随机抽取 3 道作答，现有甲同学参加该环节的比赛.

（1）求甲同学至少抽到 2 道 *B* 类题的概率；

（2）若甲同学答对每道 *A* 类题的概率都是 $\frac{2}{3}$，答对每道 *B* 类题的概率都是 $\frac{3}{5}$，且各题答对与否相互独立.现已知甲同学恰好抽中 2 道 *A* 类题和 1 道 *B* 类题，用 *X* 表示甲同学答对题目的个数，求随机变量 *X* 的分布列和数学期望.

22.（10 分）中国古建筑中的窗饰是艺术和技术的统一体，给人于美的享受．如图（1）为一花窗；图（2）所示是一扇窗中的一格，呈长方形，长 30 cm，宽 26 cm，其内部窗芯（不含长方形边框）用一种条形木料做成，由两个菱形和六根支条构成，整个窗芯关于长方形边框的两条对称轴成轴对称．设菱形的两条对角线长分别为 x cm 和 y cm，窗芯所需条形木料的长度之和为 L.

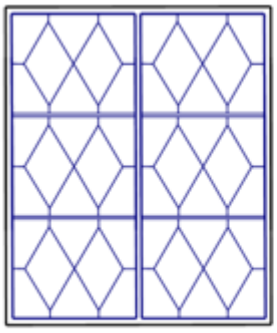


图 1

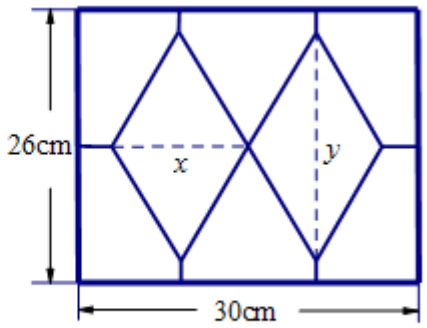


图 2

（1）试用 x，y 表示 L；

（2）如果要求六根支条的长度均不小于 2 cm，每个菱形的面积为 130 cm²，那么做这样一个窗芯至少需要多长的条形木料（不计榫卯及其它损耗）？

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

结合复数的除法运算和模长公式求解即可

【详解】

∵复数 $z=1+i$，∴$|z|=\sqrt{2}$，$z^2=(1+i)^2=2i$，则 $\frac{|z|^2}{z}+z^2=\frac{2}{1+i}+2i=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}+2i=1-i+2i=1+i$，

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的除法、模长、平方运算，属于基础题

2、D

【解析】

利用对数函数的单调性可得 $\log_2 5>\log_3 5>\log_5 3$，再根据 $f(x)$ 的单调性和奇偶性可得正确的选项.

【详解】

因为 $\log_3 5>\log_3 3=1$，$0=\log_5 1<\log_5 3<\log_5 5=1$，

故 $\log_3 5>\log_5 3>0$.

又 $\log_2 5>\log_2 4=2=\log_3 9>\log_3 5>0$，故 $\log_2 5>\log_3 5>\log_5 3$.

因为当 $x\in[0,+\infty)$ 时，函数 $f(x)$ 是单调递减函数，

所以 $f(\log_2 5)<f(\log_3 5)<f(\log_5 3)$.

因为 $f(x)$ 为偶函数，故 $f\left(\log_3\frac{1}{5}\right)=f(-\log_3 5)=f(\log_3 5)$，

所以 $f\left(\log_2 5\right)<f\left(\log_3\frac{1}{5}\right)<f\left(\log_5 3\right)$.

故选：D.

【点睛】

本题考查抽象函数的奇偶性、单调性以及对数函数的单调性在大小比较中的应用，比较大小时注意选择合适的中间数来传递不等关系，本题属于中档题.

3、C

【解析】

先求导得 $f'(x)=\frac{2ax^2-x+1}{x}$（$x>0$），由于函数 $f\left(x\right)$ 有两个不同的极值点 x_1，x_2，转化为方程 $2ax^2-x+1=0$ 有两个不相等的正实数根，根据 Δ，x_1+x_2，$x_1\cdot x_2$，求出 a 的取值范围，而 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>2\left(x_1+x_2\right)+t$ 有解，通过分裂参数法和构造新函数 $h(a)=-\frac{5}{4a}-1-\ln(2a)\left(0<a<\frac{1}{8}\right)$，通过利用导数研究 $h\left(a\right)$ 单调性、最值，即可得出 t 的取值范围.

【详解】

由题可得：$f'(x)=\frac{2ax^2-x+1}{x}$（$x>0$），

因为函数 $f(x)=ax^2-x+\ln x$ 有两个不同的极值点 x_1，x_2，

所以方程 $2ax^2-x+1=0$ 有两个不相等的正实数根，

于是有 $\begin{cases}\Delta=1-8a>0,\\ x_1+x_2=\frac{1}{2a}>0,\\ x_1x_2=\frac{1}{2a}>0,\end{cases}$ 解得 $0<a<\frac{1}{8}$.

若不等式 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>2\left(x_1+x_2\right)+t$ 有解，

所以 $t<\left[f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)-2\left(x_1+x_2\right)\right]_{\max}$

因为 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)-2\left(x_1+x_2\right)=ax_1^2-x_1+\ln x_1+ax_2^2-x_2+\ln x_2-2\left(x_1+x_2\right)$

$=a\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]-3\left(x_1+x_2\right)+\ln\left(x_1x_2\right)=-\frac{5}{4a}-1-\ln(2a)$.

设$h(a)=-\frac{5}{4a}-1-\ln(2a)\left(0<a<\frac{1}{8}\right)$，

$h'(a)=\frac{5-4a}{4a^2}>0$，故$h(a)$在$\left(0,\frac{1}{8}\right)$上单调递增，

故$h(a)<h\left(\frac{1}{8}\right)=-11+2\ln 2$，

所以$t<-11+2\ln 2$，

所以t的取值范围是$(-\infty,-11+2\ln 2)$.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用导数研究函数单调性、最值来求参数取值范围，以及运用分离参数法和构造函数法，还考查分析和计算能力，有一定的难度.

4、B

【解析】

根据随机数表法的抽样方法，确定选出来的第5个个体的编号.

【详解】

随机数表第1行的第4列和第5列数字为4和6，所以从这两个数字开始，由左向右依次选取两个数字如下46，64，42，16，60，65，80，56，26，16，55，43，50，24，23，54，89，63，21，…其中落在编号01，02，…，39，40内的有：16，26，16，24，23，21，…依次不重复的第5个编号为21.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查随机数表法进行抽样，属于基础题.

5、D

【解析】

根据复数z满足$z(1+i)=1-i$，利用复数的除法求得z，再根据复数的概念求解.

【详解】

因为复数z满足$z(1+i)=1-i$，

所以$z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=-i$，

所以z的虚部为-1.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查复数的概念及运算，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

6、B

【解析】

利用向量的数量积运算即可算出.

【详解】

解：Q $\angle AOC = 30^{\circ}$

$$\therefore \cos < \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA} >= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}}{\left|\overrightarrow{OC}\right|\left|\overrightarrow{OA}\right|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{\left(m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}\right) \cdot \overrightarrow{OA}}{\left|m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}\right|\left|\overrightarrow{OA}\right|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{m\left|\overrightarrow{OA}\right|^2 + n\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA}}{\sqrt{m^2\left|\overrightarrow{OA}\right|^2 + 2mn\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + n^2\left|\overrightarrow{OB}\right|^2}\left|\overrightarrow{OA}\right|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Q $\left|\overrightarrow{OA}\right| = 1$，$\left|\overrightarrow{OB}\right| = \sqrt{3}$，$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$

$$\therefore \frac{m}{\sqrt{m^2 + 3n^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore m^2 = 9n^2$$

又Q C 在 AB 上

$\therefore m > 0$，$n > 0$

$$\therefore \frac{m}{n} = 3$$

故选：B

【点睛】

本题主要考查了向量的基本运算的应用，向量的基本定理的应用及向量共线定理等知识的综合应用.

7、D

【解析】

利用列举法，从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，基本事件有 10 种情况，所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的基本事件有 9 种情况，由古典概型概率公式可得结果.

【详解】

《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《缉古算经》，这 5 部专著中有 3 部产生于汉、魏、晋、南北朝时期. 记这 5 部专著分别为 a,b,c,d,e，其中 a,b,c 产生于汉、魏、晋、南北朝时期. 从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，基本事件有 $ab,ac,ad,ae,bc,bd,be,cd,ce,de,$ 共 10 种情况，所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的基本事件有 $ab,ac,ad,ae,bc,bd,be,cd,ce,$，共 9 种情况，所以所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的概率为 $P=\frac{m}{n}=\frac{9}{10}$. 故选 D.

【点睛】

本题主要考查古典概型概率公式的应用，属于基础题，利用古典概型概率公式求概率时，找准基本事件个数是解题的关键，基本事件的探求方法有 (1)枚举法：适合给定的基本事件个数较少且易一一列举出的；(2)树状图法：适合于较为复杂的问题中的基本事件的探求.在找基本事件个数时，一定要按顺序逐个写出：先 (A_1,B_1)，(A_1,B_2)…. (A_1,B_n)，再 (A_2,B_1)，(A_2,B_2)…..(A_2,B_n) 依次 (A_3,B_1) (A_3,B_2)….(A_3,B_n)… 这样才能避免多写、漏写现象的发生.

8、D

【解析】

根据统计数据，求出频率，用以估计概率.

【详解】

$\frac{704}{2212}\approx\frac{1}{\pi}$.

故选:D.

【点睛】

本题以数学文化为背景，考查利用频率估计概率，属于基础题.

9、A

【解析】

首先 $f\left(x\right)$ 的单调性，由此判断出 $\begin{cases}\frac{1}{4}\le a<1\\1<b\le 2\end{cases}$，由 $f(a)=f(b)$ 求得 a,b 的关系式.利用导数求得 $\log_2 ab$ 的最小值，由此求得 ab 的最小值.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/528020074131006116