第 03 讲 数列求通项

目录

题型一：重点考查累加法

典型例题

例题 1．（2024 上·江苏无锡·高三江苏省江阴长泾中学校考阶段练习）数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时，发现有这样一个数列$\{a_n\}:1$，2，3，5，8，$\cdots$ 其中从第 3 项起，每一项都等于它前面两项之和，即$a_1=a_2=1$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$，这样的数列称为“斐波那契数列”若$a_m=2\left(a_3+a_6+a_9+\cdots+a_{126}\right)+1$，则$m=$（　）

A．126　　B．127　　C．128　　D．129

例题 2．（2024·全国·高三专题练习）对于一个给定的数列$\{a_n\}$，把它的连续两项a_{n+1}与a_n的差$a_{n+1}-a_n$记为b_n，得到一个新数列$\{b_n\}$，把数列$\{b_n\}$称为原数列$\{a_n\}$的一阶差数列.若数列$\{b_n\}$为原数列$\{a_n\}$的一阶差数列，数列$\{c_n\}$为原数列$\{b_n\}$的一阶差数列，则称数列$\{c_n\}$为原数列$\{a_n\}$的二阶差数列.已知数列$\{a_n\}$的二阶差数列是等比数列，且$a_1=2,a_2=3,a_3=6,a_4=13$，则数列$\{b_n\}$的通项公式$b_n=$________；数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=$________.

例题 3．（2024 上·吉林长春·高二长春吉大附中实验学校校考期末）南宋数学家杨辉在《详解九章算法》和《算法通变本末》中，提出了一些新的垛积公式，所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同，前后两项之差不相等，但是逐项差数的差或者高次差成等差数列．如数列 1，3，6，10，前后两项之差得到新数列 2，3，4，新数列 2，3，4 为等差数列，这样的数列称为二阶等差数列，对这类高阶等差数列的研究，后人一般称为“垛积术”，现有高阶等差数列$\{a_n\}$，其前 7 项分别为 3，4，6，9，13，18，24，则该数列的通项公式为$a_n=$_____

精练核心考点

1．（2024上·吉林白山·高二统考期末）南宋数学家在《详解九章算法》和《算法通变本末》中讨论了一些高阶等差数列的求和方法，高阶等差数列中后一项与前一项之差并不相等，但是后一项与前一项之差或者高阶差成等差数列，如数列$2,4,7,11$，后一项与前一项之差得到新数列$2,3,4$，新数列$2.3,4$为等差数列，这样的数列称为二阶等差数列.对这类高阶等差数列的研究，一般称为“垛积术”.现有一个高阶等差数列，其前5项分别为$2,6,12,22,38$，则该数列的第10项为（　　）

A．96　　　　B．142　　　　C．202　　　　D．278

2．（2024·全国·高二假期作业）已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_n=a_{n-1}+3n-2(n\geq 2)$，则$\{a_n\}$的通项公式为（　　）

A．$a_n=3n^2$　　　　B．$a_n=3n^2+n$　　　　C．$a_n=\dfrac{3n^2-n}{2}$　　　　D．$a_n=\dfrac{3n^2+n}{4}$

3．（2024·广东广州·广东实验中学校考一模）若数列$\{a_n\}$满足$a_1=12$，$a_{n+1}=a_n+2n$（$n\geq 1$，$n\in \mathrm{N}$），则$\dfrac{a_n}{n}$的最小值是_____.

题型二：重点考查累乘法

典型例题

例题1．（2024·全国·高二假期作业）已知数列$\{a_n\}$的项满足$a_{n+1}=\dfrac{n}{n+2}a_n$，而$a_1=1$，则$a_n=$（　　）

A．$\dfrac{2}{(n+1)^2}$　　　　B．$\dfrac{2}{n(n+1)}$　　　　C．$\dfrac{1}{2^n-1}$　　　　D．$\dfrac{1}{2n-1}$

例题2．（2024·全国·高三专题练习）数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{2(n+2)}{n+1}a_n\left(n\in \mathbf{N}^*\right)$，则$\dfrac{a_{2022}}{a_1+a_2+\cdots+a_{2021}}=$（　　）

A．$\dfrac{2022}{2021}$　　　　B．$\dfrac{2023}{2021}$　　　　C．$\dfrac{2021}{2022}$　　　　D．$\dfrac{2022}{2023}$

例题3．（2024·全国·高三专题练习）已知正项数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且$na_{n+1}^2-(n+1)a_n^2=a_n\cdot a_{n+1}, n\in N^*$，求$\{a_n\}$的通项公式