

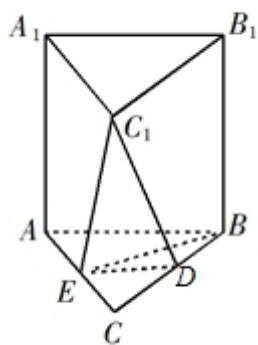
十年（2014—2023）年高考真题分项汇编—立体几何解答题

目录

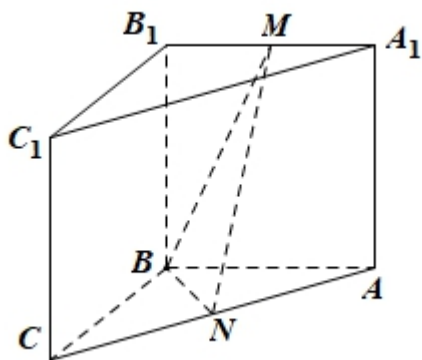
题型一：证明平行问题.....	1
题型二：证明垂直问题.....	2
题型三：求线线角.....	5
题型四：求线面角.....	7
题型五：求二面角.....	16
题型六：求几何题的表面积和体积.....	18
题型七：求距离的问题.....	30
题型八：根据条件确定点的位置.....	31
题型九：立体几何中求最值问题.....	36
题型十：立体几何的综合应用.....	37

题型一：证明平行问题

1. (2019·江苏·第16题)如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， D, E 分别为 BC, AC 的中点， $AB=BC$.
求证：(1) $A_1B_1 \parallel$ 平面 DEC_1 ；(2) $BE \perp C_1E$.



2. (2022 高考北京卷·第17题)如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 BCC_1B_1 为正方形，平面 $BCC_1B_1 \perp$ 平面 ABB_1A_1 ， $AB=BC=2$ ， M, N 分别为 A_1B_1, AC 的中点.



(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知, 求直线 AB 与平面 BMN 所成角的正弦值.

条件①: $AB \perp MN$;

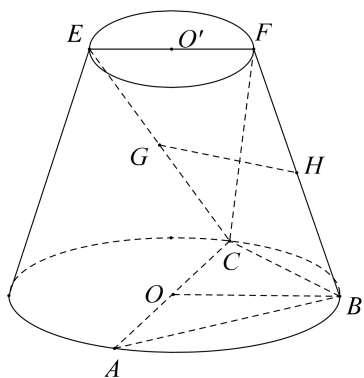
条件②: $BM = MN$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

3. (2016 高考数学山东理科·第 17 题) (本小题满分 12 分) 在如图所示的圆台中, AC 是下底面圆 O 的直径, EF 是上底面圆 O' 的直径, FB 是圆台的一条母线.

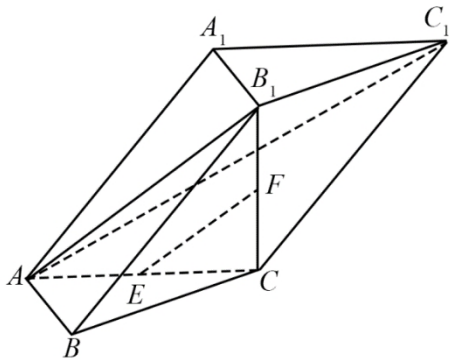
(i) 已知 G, H 分别为 EC, FB 的中点, 求证: $GH \parallel$ 平面 ABC ;

(ii) 已知 $EF = FB = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{3}$, $AB = BC$. 求二面角 $F-BC-A$ 的余弦值.



题型二: 证明垂直问题

1. (2020 江苏高考·第 15 题) 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, $B_1C \perp$ 平面 ABC , E, F 分别是 AC, B_1C 的中点.



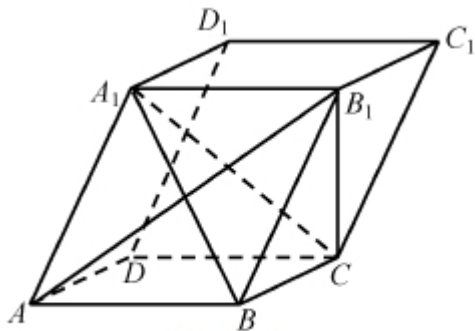
(1) 求证: $EF \parallel$ 平面 AB_1C_1 ;

(2) 求证: 平面 $AB_1C \perp$ 平面 ABB_1 .

2. (2018 年高考数学江苏卷 · 第 15 题) (本小题满分 14 分) 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = AB, AB_1 \perp B_1C_1$.

求证: (1) $AB \parallel$ 平面 A_1B_1C ;

(2) 平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 A_1BC .

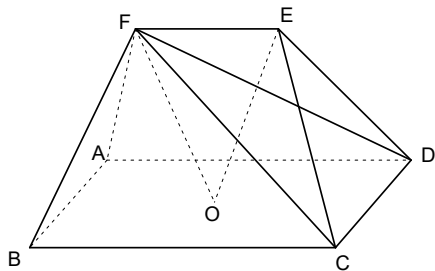


(第 15 题)

3. (本小题满分 12 分) 如图, 在五面体 $ABCDEF$ 中, 点 O 是矩形 $ABCD$ 的对角线的交点, 面 CDE 是等边三角形, 棱 $EF \parallel \frac{1}{2}BC$.

(I) 证明 $FO \parallel$ 平面 CDE ;

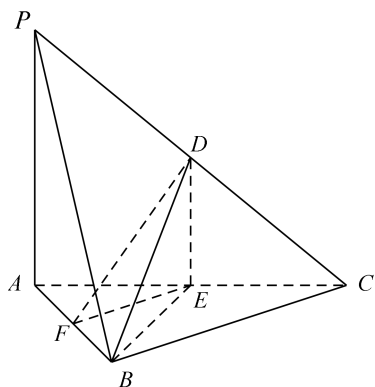
(II) 设 $BC = \sqrt{3}CD$, 证明 $EO \perp$ 平面 CDF .



4. (2014 年高考数学江苏 · 第 16 题) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, D, E, F 分别为棱 PC, AC, AB 的中点. 已知 $PA \perp AC, PA = 6$,

$BC = 8, DF = 5.$

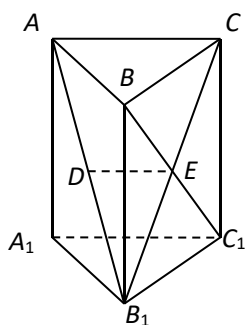
- (1) 求证：直线 $PA \parallel$ 平面 DEF ；
 (2) 求证：平面 $BDE \perp$ 平面 ABC .



(第16题)

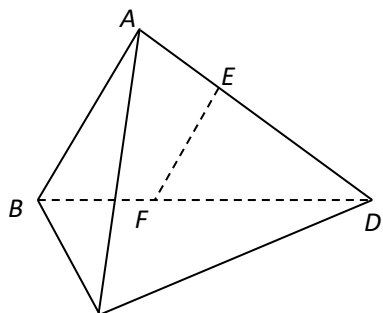
5. (2015 高考数学江苏文理 · 第 16 题) 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，已知 $AC \perp BC$ ， $BC = CC_1$ ，设 AB_1 的中点为 D ， $B_1C \cap BC_1 = E$.

- 求证：(1) $DE \parallel$ 平面 AA_1C_1C ；
 (2) $BC_1 \perp AB_1$.



6. (2017 年高考数学江苏文理科 · 第 15 题) 如图，在三棱锥 $A - BCD$ 中， $AB \perp AD$ ， $BC \perp BD$ ，平面 $ABD \perp$ 平面 BCD ，点 E, F (E 与 A, D 不重合) 分别在棱 AD, BD 上，且 $EF \perp AD$.

- 求证：(1) $EF \parallel$ 平面 ABC ；
 (2) $AD \perp AC$.

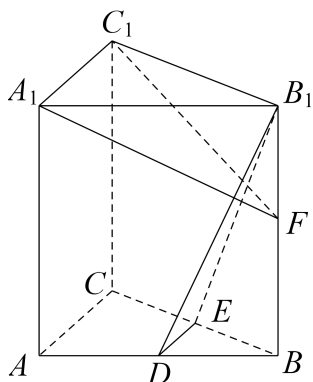


C (第 15 题)

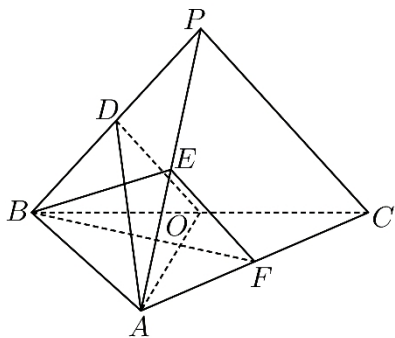
7. (2016 高考数学江苏文理科 · 第 16 题) 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， D, E 分别为 AB, BC 的中

点，点 F 在侧棱 B_1B 上，且 $B_1D \perp A_1F$ ， $A_1C_1 \perp A_1B_1$ 。

求证：(1) 直线 $DE \parallel$ 平面 A_1C_1F ； (2) 平面 $B_1DE \perp$ 平面 A_1C_1F 。



8. (2023 年全国乙卷理科·第 19 题) 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AB \perp BC$ ， $AB=2$ ， $BC=2\sqrt{2}$ ， $PB=PC=\sqrt{6}$ ， BP ， AP ， BC 的中点分别为 D ， E ， O ， $AD=\sqrt{5}DO$ ，点 F 在 AC 上， $BF \perp AO$ 。



- (1) 证明： $EF \parallel$ 平面 ADO ；
- (2) 证明：平面 $ADO \perp$ 平面 BEF ；
- (3) 求二面角 $D-AO-C$ 的正弦值。

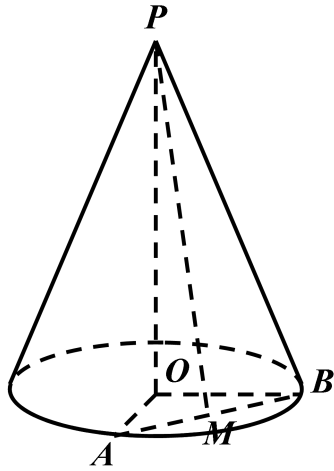
题型三：求线线角

1. (2018 年高考数学上海·第 17 题) (本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分)

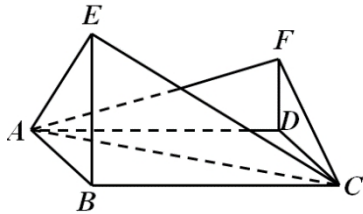
已知圆锥的顶点为 P ，底面圆心为 O ，半径为 2，

(1) 设圆锥的母线长为 4，求圆锥的体积；

(2) 设 $PO=4$ ， OA 、 OB 是底面半径，且 $\angle AOB=90^\circ$ ， M 为线段 AB 的中点，如图，求异面直线 PM 与 OB 所成的角的大小。



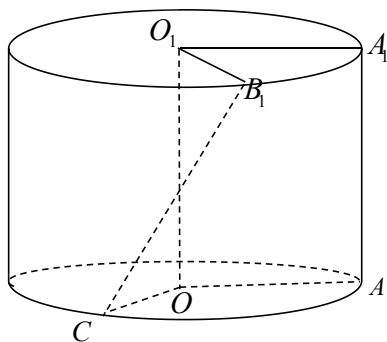
2. (2015 高考数学新课标 1 理科·第 18 题) 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 120^\circ$, E, F 是平面 $ABCD$ 同一侧的两点, $BE \perp$ 平面 $ABCD$, $DF \perp$ 平面 $ABCD$, $BE = 2DF$, $AE \perp EC$.
- (1) 证明: 平面 $AEC \perp$ 平面 AFC ;
- (2) 求直线 AE 与直线 CF 所成角的余弦值.



3. (2016 高考数学上海理科·第 19 题) (本题满分 12 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 6 分.

将边长为 1 的正方形 AA_1O_1O (及其内部) 绕的 OO_1 旋转一周形成圆柱, 如图, \widehat{AC} 长为 $\frac{2}{3}\pi$, $\widehat{A_1B_1}$ 长为 $\frac{\pi}{3}$, 其中 B_1 与 C 在平面 AA_1O_1O 的同侧.

- (1) 求三棱锥 $C - O_1A_1B_1$ 的体积;
- (2) 求异面直线 B_1C 与 AA_1 所成的角的大小.



4. (2015 高考数学广东理科·第 18 题) (本小题满分 14 分)

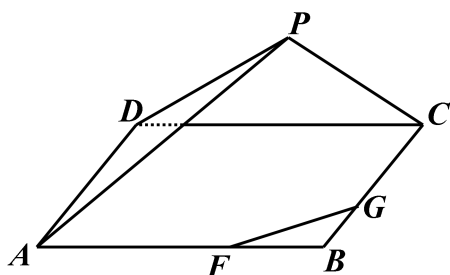
如图 2, 三角形 PDC 所在的平面与长方形 $ABCD$ 所在的平面垂直, $PD=PC=4$, $AB=6$, $BC=3$. 点 E

是 CD 边的中点，点 F, G 分别在线段 AB, BC 上，且 $AF=2FB, CG=2GB$.

(1) 证明: $PE \perp FG$;

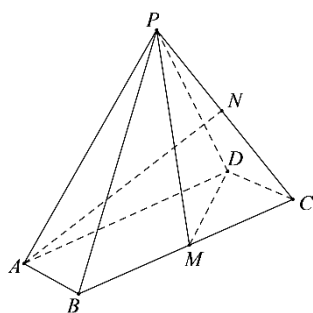
(2) 求二面角 $P-AD-C$ 的正切值;

(3) 求直线 PA 与直线 FG 所成角的余弦值.



题型四：求线面角

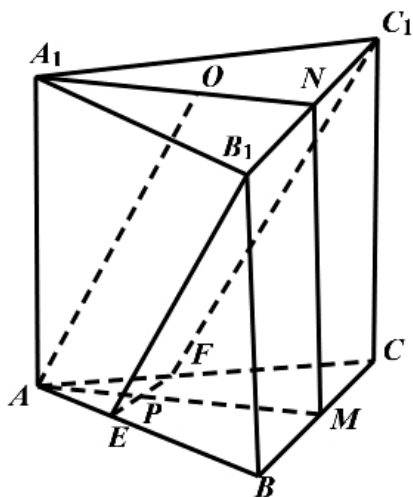
1. (2021 年高考浙江卷 · 第 19 题) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，
 $\angle ABC = 120^\circ, AB = 1, BC = 4, PA = \sqrt{15}$ ， M, N 分别为 BC, PC 的中点， $PD \perp DC, PM \perp MD$.



(1) 证明: $AB \perp PM$;

(2) 求直线 AN 与平面 PDM 所成角的正弦值.

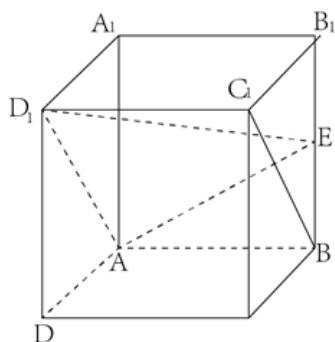
2. (2020 年高考课标 II 卷理科 · 第 20 题) 如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是正三角形，侧面 BB_1C_1C 是矩形， M, N 分别为 BC, B_1C_1 的中点， P 为 AM 上一点，过 B_1C_1 和 P 的平面交 AB 于 E ，交 AC 于 F .



(1) 证明: $AA_1 \parallel MN$, 且平面 $A_1AMN \perp EB_1C_1F$;

(2) 设 O 为 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中心, 若 $AO \parallel$ 平面 EB_1C_1F , 且 $AO=AB$, 求直线 B_1E 与平面 A_1AMN 所成角的正弦值.

3. (2020 北京高考 · 第 16 题) 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 BB_1 的中点.



(I) 求证: $BC_1 \parallel$ 平面 AD_1E ;

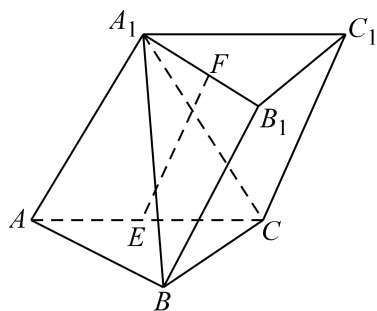
(II) 求直线 AA_1 与平面 AD_1E 所成角的正弦值.

4. (2019 · 浙江 · 第 19 题) 如图, 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$, 平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$,

$A_1A = A_1C = AC$, E, F 分别是 AC, A_1B_1 的中点.

(I) 证明: $EF \perp BC$;

(II) 求直线 EF 与平面 A_1BC 所成角的余弦值.

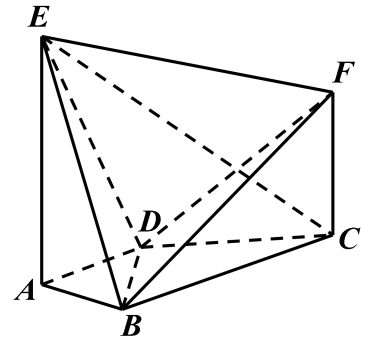


5. (2019 · 天津 · 理 · 第 17 题) 如图, $AE \perp$ 平面 $ABCD$, $CF \parallel AE$, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $AB = AD = 1$, $AE = BC = 2$.

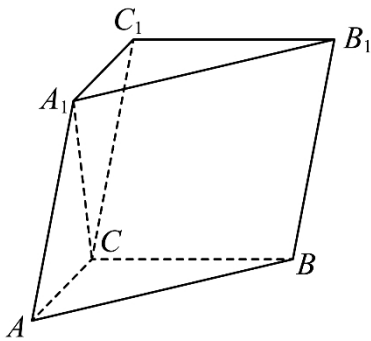
(I) 求证: $BF \parallel$ 平面 ADE ;

(II) 求直线 CE 与平面 BDE 所成角的正弦值;

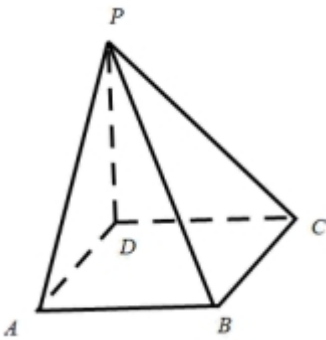
(III) 若二面角 $E - BD - F$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$, 求线段 CF 的长.



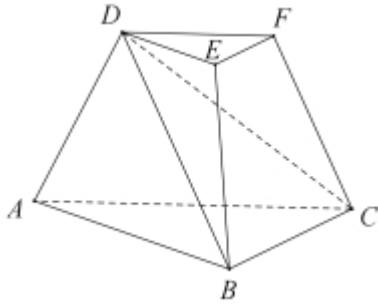
6. (2023 年全国甲卷理科·第 18 题) 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $A_1C \perp$ 底面 ABC , $\angle ACB = 90^\circ$, $AA_1 = 2$, A_1 到平面 BCC_1B_1 的距离为 1.



- (1) 证明: $A_1C = AC$;
- (2) 已知 AA_1 与 BB_1 的距离为 2, 求 AB_1 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值.
7. (2020 年新高考全国卷 II 数学(海南)·第 20 题) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$. 设平面 PAD 与平面 PBC 的交线为 l .



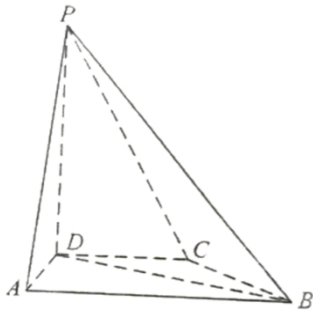
- (1) 证明: $l \perp$ 平面 PDC ;
- (2) 已知 $PD=AD=1$, Q 为 l 上的点, $QB=\sqrt{2}$, 求 PB 与平面 QCD 所成角的正弦值.
8. (2020 年浙江省高考数学试卷·第 19 题) 如图, 三棱台 $DEF-ABC$ 中, 面 $ADFC \perp$ 面 ABC , $\angle ACB = \angle ACD = 45^\circ$, $DC = 2BC$.



(I) 证明: $EF \perp DB$;

(II) 求 DF 与面 DBC 所成角的正弦值.

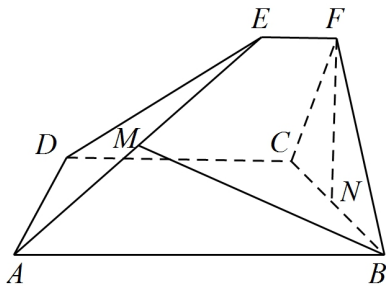
9. (2022 年高考全国甲卷数学(理) · 第 18 题) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD, CD \parallel AB, AD = DC = CB = 1, AB = 2, DP = \sqrt{3}$.



(1) 证明: $BD \perp PA$;

(2) 求 PD 与平面 PAB 所成的角的正弦值.

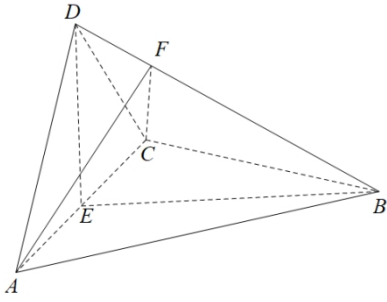
10. (2022 年浙江省高考数学试题 · 第 19 题) 如图, 已知 $ABCD$ 和 $CDEF$ 都是直角梯形, $AB \parallel DC$, $DC \parallel EF$, $AB = 5, DC = 3, EF = 1, \angle BAD = \angle CDE = 60^\circ$, 二面角 $F-DC-B$ 的平面角为 60° . 设 M, N 分别为 AE, BC 的中点.



(1) 证明: $FN \perp AD$;

(2) 求直线 BM 与平面 ADE 所成角的正弦值.

11. (2022 年高考全国乙卷数学(理) · 第 18 题) 如图, 四面体 $ABCD$ 中, $AD \perp CD, AD = CD, \angle ADB = \angle BDC$, E 为 AC 的中点.

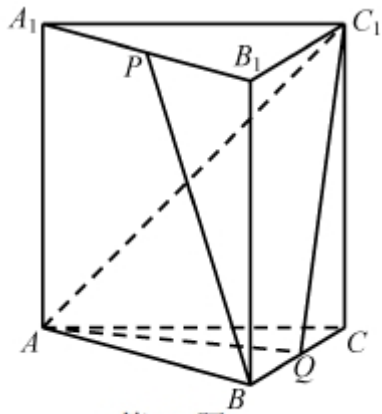


(1) 证明：平面 $BED \perp$ 平面 ACD ；

(2) 设 $AB = BD = 2, \angle ACB = 60^\circ$ ，点 F 在 BD 上，当 $\triangle AFC$ 的面积最小时，求 CF 与平面 ABD 所成的角的正弦值。

12. (2018 年高考数学江苏卷 · 第 25 题) (本小题满分 10 分) 如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AB=AA_1=2$ ，点 P, Q 分别为 A_1B_1, BC 的中点。

- (1) 求异面直线 BP 与 AC_1 所成角的余弦值；
 (2) 求直线 CC_1 与平面 AQC_1 所成角的正弦值。

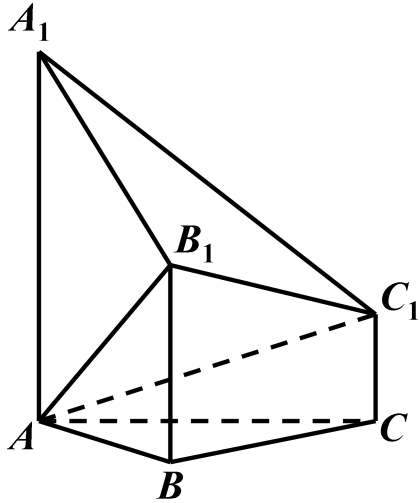


(第 22 题)

13. (2018 年高考数学浙江卷 · 第 19 题) (本题满分 15 分) 如图，已知多面体 $ABCA_1B_1C_1$ ， A_1A, B_1B, C_1C 均垂直于平面 ABC ，

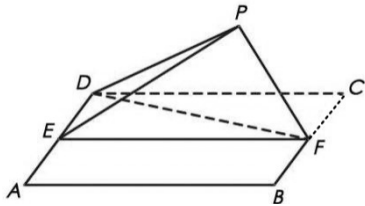
$\angle ABC = 120^\circ$ ， $A_1A = 4$ ， $C_1C = 1$ ， $AB = BC = B_1B = 2$ 。

- (1) 证明： $AB_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$ ；
 (2) 求直线 AC_1 与平面 ABB_1 所成角的正弦值。



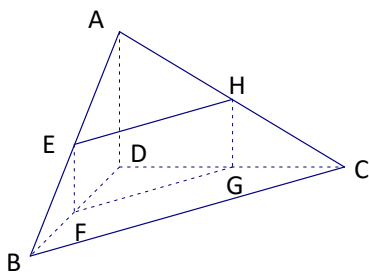
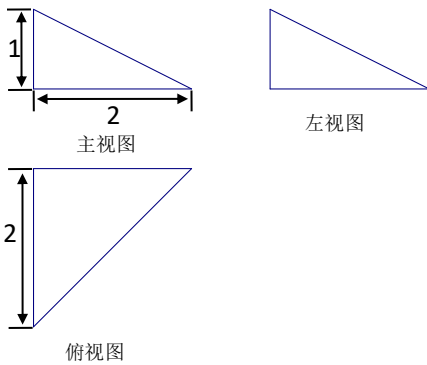
14. (2018 年高考数学课标卷 I (理) · 第 18 题) (12 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, E, F 分别为 AD, BC 的中点, 以 DF 为折痕把 $\triangle DCF$ 折起, 使点 C 到达点 P 的位置, 且 $PF \perp BF$.

- (1) 证明: 平面 $PEF \perp$ 平面 $ABFD$;
 (2) 求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.



15. (2014 年高考数学陕西理科 · 第 19 题) 四面体 $ABCD$ 及其三视图如图所示, 过被 AB 的中点 E 作平行于 AD, BC 的平面分别交四面体的棱 BD, DC, CA 于点 F, G, H .

- (1) 证明: 四边形 $EFGH$ 是矩形; (2) 求直线 AB 与平面 $EFGH$ 夹角 θ 的正弦值.



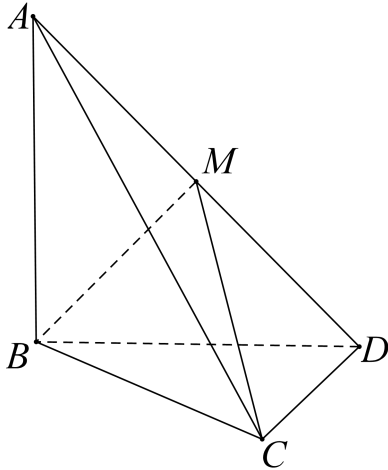
16. (2014 高考数学福建理科 · 第 17 题) (本小题满分 12 分)

在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = BD = CD = 1$, $AB \perp BD, CD \perp BD$.

将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起, 使得平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 如图:

(1) 求证: $AB \perp CD$;

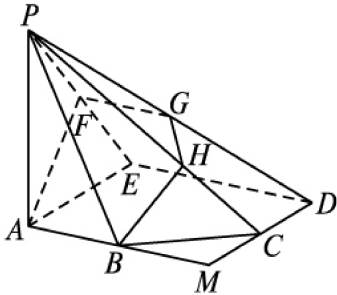
(2) 若 M 为 AD 中点, 求直线 AD 与平面 MBC 所成角的正弦值.



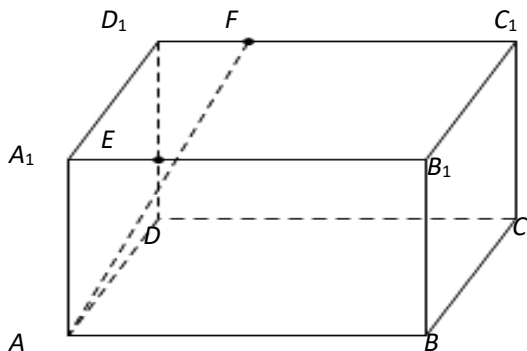
17. (2014 高考数学北京理科 · 第 17 题) 如图, 正方形 $AMDE$ 的边长为 2, B, C 分别为 AM, MD 的中点, 在五棱锥 $P-ABCDE$ 中, F 为棱 PE 的中点, 平面 ABF 与棱 PD, PC 分别交于点 G, H

(1) 求证: $AB \parallel FG$;

(2) 若 $PA \perp$ 平面 $ABCDE$, 且 $PA = AE$, 求直线 BC 与平面 ABF 所成角的大小, 并求线段 PH 的长.

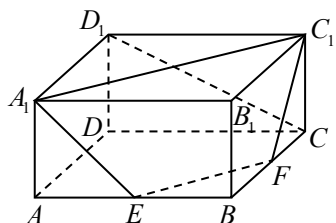


18. (2015 高考数学新课标 2 理科 · 第 19 题) (本题满分 12 分) 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 16$, $BC = 10$, $AA_1 = 8$, 点 E, F 分别在 A_1B_1, C_1D_1 上, $A_1E = D_1F = 4$. 过点 E, F 的平面 α 与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形.

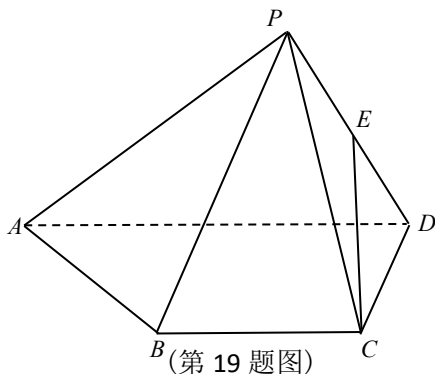


- (I) 在图中画出这个正方形(不必说出画法和理由);
 (II) 求直线 AF 与平面 α 所成角的正弦值.

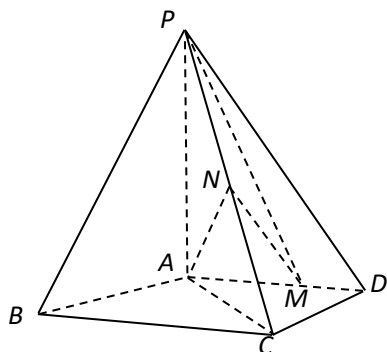
19. (2015 高考数学上海理科·第 19 题)(本题满分 12 分)如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=1$, $AB=AD=2$, E 、 F 分别是棱 AB 、 BC 的中点, 证明 A_1 、 C_1 、 F 、 E 四点共面, 并求直线 CD_1 与平面 A_1C_1FE 所成角的大小.



20. (2017 年高考数学浙江文科·第 19 题)如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$, $\triangle PAD$ 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形, $BC \parallel AD$, $CD \perp AD$, $PC = AD = 2DC = 2CB$, E 为 PD 的中点.
 (I) 证明: $CE \parallel$ 平面 PAB ;
 (II) 求直线 CE 与平面 PBC 所成角的正弦值.



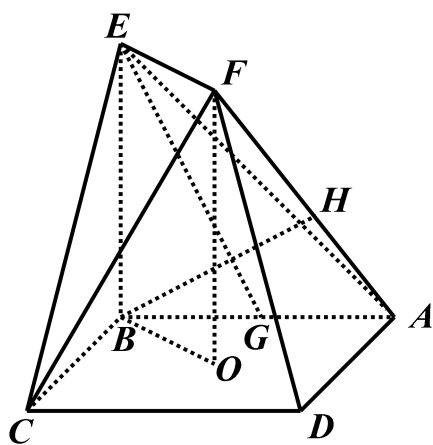
21. (2016 高考数学课标 III 卷理科·第 19 题)如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 地面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB = AD = AC = 3$, $PA = BC = 4$, M 为线段 AD 上一点, $AM = 2MD$, N 为 PC 的中点.
 (I) 证明 $MN \parallel$ 平面 PAB ;
 (II) 求直线 AN 与平面 PMN 所成角的正弦值.



22. (2016 高考数学天津理科·第 17 题)如图, 正方形 $ABCD$ 的中心为 O , 四边形 $OBEF$ 为矩形, 平面 $OBEF \perp$ 平面 $ABCD$, 点 G 为 AB 的中点, $AB = BE = 2$.
 (I) 求证: $EG \parallel$ 平面 ADF ;

(II) 求二面角 $O-EF-C$ 的正弦值;

(III) 设 H 为线段 AF 上的点, 且 $AH = \frac{2}{3}HF$, 求直线 BH 和平面 CEF 所成角的正弦值.

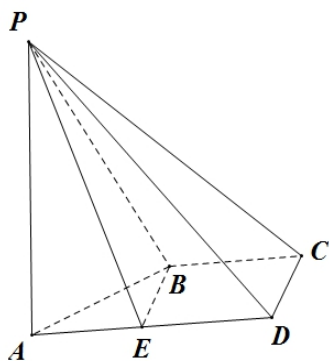


23. (2016 高考数学四川理科·第 18 题) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = \angle PAB = 90^\circ$,

$BC = CD = \frac{1}{2}AD$, E 为棱 AD 的中点, 异面直线 PA 与 CD 所成的角为 90°

(1) 在平面 PAB 内找一点 M , 使得直线 $CM \parallel$ 平面 PBE , 并说明理由;

(2) 若二面角 $P-CD-A$ 的大小为 45° , 求直线 PA 与 PCE 所成的角正弦值.



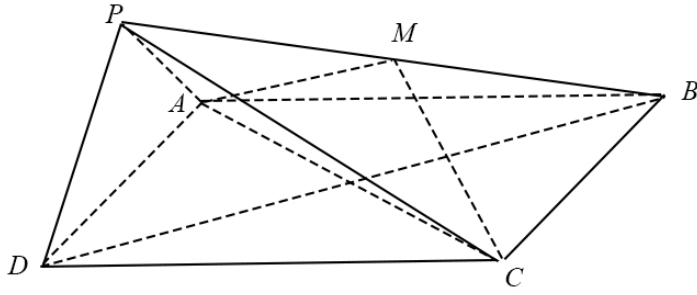
24. (2017 年高考数学北京理科·第 16 题) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, 平面 $PAD \perp$

平面 $ABCD$, 点 M 在线段 PB 上, $PD \parallel$ 平面 MAC , $PA = PD = \sqrt{6}$, $AB = 4$.

(I) 求证: M 为 PB 的中点;

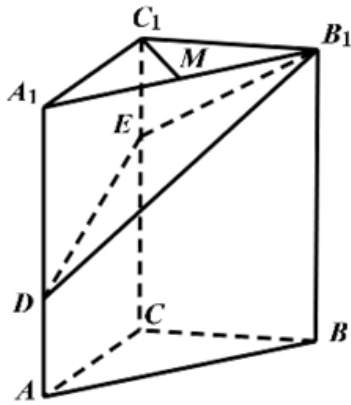
(II) 求二面角 $B-PD-A$ 的大小;

(III) 求直线 MC 与平面 BDP 所成角的正弦值.

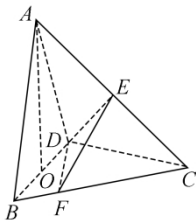


题型五：求二面角

1. (2020 天津高考·第 17 题) 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CC_1 \perp$ 平面 ABC , $AC \perp BC$, $AC = BC = 2$, $CC_1 = 3$, 点 D, E 分别在棱 AA_1 和棱 CC_1 上, 且 $AD = 1$, $CE = 2$, M 为棱 A_1B_1 的中点.

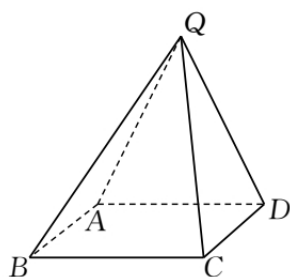


- (I) 求证: $C_1M \perp B_1D$;
 (II) 求二面角 $B-B_1E-D$ 的正弦值;
 (III) 求直线 AB 与平面 DB_1E 所成角的正弦值.
2. (2020 江苏高考·第 24 题) 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 已知 $CB = CD = \sqrt{5}$, $BD = 2$, O 为 BD 的中点, $AO \perp$ 平面 BCD , $AO = 2$, E 为 AC 的中点.



- (1) 求直线 AB 与 DE 所成角的余弦值;
 (2) 若点 F 在 BC 上, 满足 $BF = \frac{1}{4}BC$, 设二面角 $F-DE-C$ 的大小为 θ , 求 $\sin \theta$ 的值.
3. (2021 年新高考全国 II 卷·第 19 题) 在四棱锥 $Q-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 若

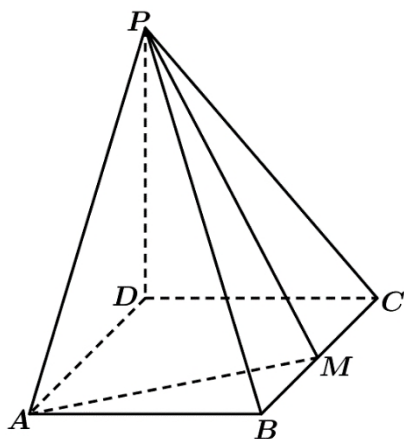
$$AD = 2, QD = QA = \sqrt{5}, QC = 3.$$



(1) 证明：平面 $QAD \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 求二面角 $B-QD-A$ 的平面角的余弦值.

4. (2021 年高考全国乙卷理科 · 第 18 题) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形， $PD \perp$ 底面 $ABCD$ ， $PD = DC = 1$ ， M 为 BC 的中点，且 $PB \perp AM$.

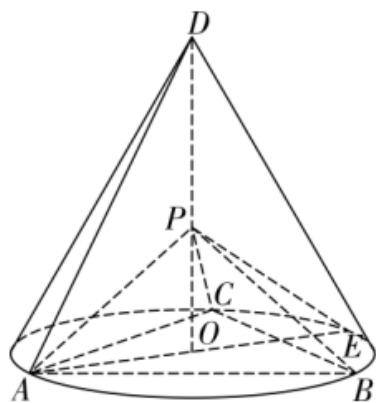


(1) 求 BC ；

(2) 求二面角 $A-PM-B$ 的正弦值.

5. (2020 年高考课标 I 卷理科 · 第 18 题) 如图， D 为圆锥的顶点， O 是圆锥底面的圆心， AE 为底面直径，

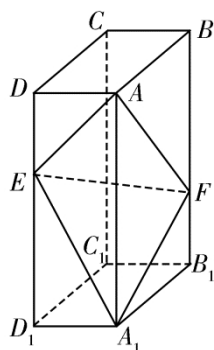
$$AE = AD. \triangle ABC \text{ 是底面的内接正三角形, } P \text{ 为 } DO \text{ 上一点, } PO = \frac{\sqrt{6}}{6} DO.$$



(1) 证明： $PA \perp$ 平面 PBC ；

(2) 求二面角 $B-PC-E$ 的余弦值.

6. (2020 年高考课标 III 卷理科·第 19 题) 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别在棱 DD_1, BB_1 上, 且 $2DE = ED_1, BF = 2FB_1$.



(1) 证明: 点 C_1 在平面 AEF 内;

(2) 若 $AB = 2, AD = 1, AA_1 = 3$, 求二面角 $A-EF-A_1$ 的正弦值.

7. (2019·全国 III·理·第 19 题) 图 1 是由矩形 $ADEB$, $Rt\triangle ABC$ 和菱形 $BFGC$ 组成的一个平面图形, 其中 $AB = 1, BE = BF = 2, \angle FBC = 60^\circ$, 将其沿 AB, BC 折起使得 BE 与 BF 重合, 连结 DG , 如图 2.

(1) 证明: 图 2 中的 A, C, G, D 四点共面, 且平面 $ABC \perp$ 平面 $BCGE$;

(2) 求图 2 中的二面角 $B-CG-A$ 的大小.

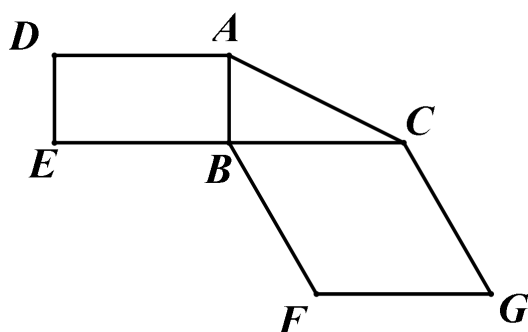


图1

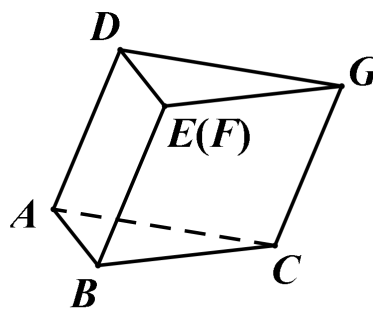
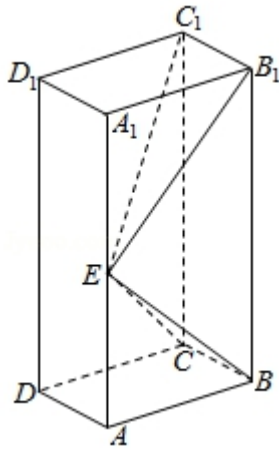


图2

8. (2019·全国 II·理·第 17 题) 如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, 点 E 在棱 AA_1 上, $BE \perp EC_1$.

(1) 证明: $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 ;

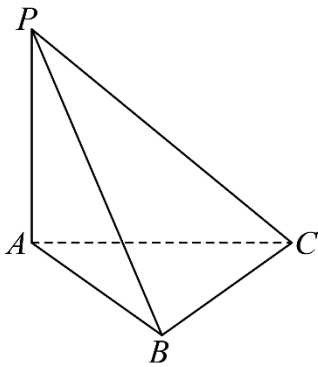
(2) 若 $AE = A_1E$, 求二面角 $B-EC-C_1$ 的正弦值.



9. (2019 · 全国 I · 理 · 第 18 题) 如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形， $AA_1 = 4, AB = 2, \angle BAD = 60^\circ$, E, M, N 分别是 BC, BB_1, A_1D 的中点.

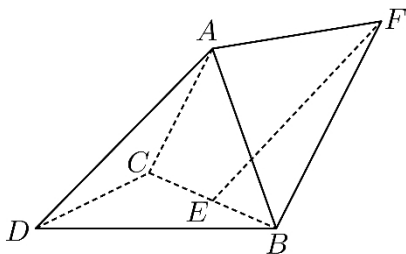
- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE ;
- (2) 求二面角 $A-MA_1-N$ 的正弦值.

10. (2023 年北京卷 · 第 16 题) 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ， $PA = AB = BC = 1, PC = \sqrt{3}$.



- (1) 求证: $BC \perp$ 平面 PAB ;
- (2) 求二面角 $A-PC-B$ 的大小.

11. (2023 年新课标全国 II 卷 · 第 20 题) 如图，三棱锥 $A-BCD$ 中， $DA = DB = DC, BD \perp CD, \angle ADB = \angle ADC = 60^\circ$, E 为 BC 的中点.



- (1) 证明: $BC \perp DA$;
- (2) 点 F 满足 $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DA}$, 求二面角 $D-AB-F$ 的正弦值.

12. (2022 新高考全国 II 卷 · 第 20 题) 如图， PO 是三棱锥 $P-ABC$ 的高， $PA = PB, AB \perp AC, E$ 是 PB

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/535032302221011122>