2025 届黑龙江省鹤岗市第一中学高考数学试题命题比赛模拟试卷（25）

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

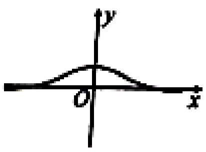
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

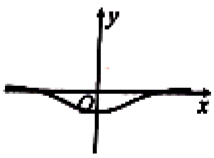
1．在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$c-a\cos B=(2a-b)\cos A$，则$\triangle ABC$的形状为（　　）

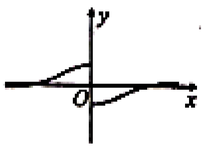
A． 直角三角形　　　　**B．** 等腰非等边三角形

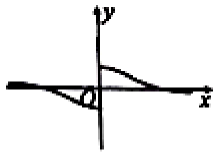
C． 等腰或直角三角形　　　　**D．** 钝角三角形

2．函数$f\left(x\right)=\dfrac{\cos x}{2^{x}+2^{-x}}$的部分图像大致为（　　）

A． 

B． 

C． 

D． 

3．已知集合$U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,3,4\}$，则集合$\complement_U\left(A\cup B\right)=$(　　)

A． $\{1,2,6\}$　　**B．** $\{1,3,6\}$　　**C．** $\{1,6\}$　　**D．** $\{6\}$

4．定义在 ***R*** 上的偶函数$f\left(x\right)$满足$f\left(x+1\right)=-\dfrac{1}{f\left(x\right)}\left(f\left(x\right)\neq 0\right)$，且在区间$\left(2017,2018\right)$上单调递减，已知$\alpha,\beta$是锐角三角形的两个内角，则$f\left(\sin\beta\right),f\left(\cos\alpha\right)$的大小关系是（　　）

A． $f\left(\sin\beta\right)<f\left(\cos\alpha\right)$　　　　**B．** $f\left(\sin\beta\right)>f\left(\cos\alpha\right)$

C． $f\left(\sin\beta\right)=f\left(\cos\alpha\right)$　　　　**D．** 以上情况均有可能

5．已知 i 是虚数单位，则$\frac{1+i}{i}+\frac{i}{1+i}=$（　　）

A． $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$　　**B．** $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　**C．** $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$　　**D．** $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$

6．已知双曲线$C_1:\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{m-10}=1$与双曲线$C_2:x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$有相同的渐近线，则双曲线$C_1$的离心率为（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．5　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

7．若复数$m(m-2)+(m^2-3m+2)i$是纯虚数，则实数m的值为( )

A．0或2　　B．2　　C．0　　D．1或2

8．已知集合$M=\{x\mid -1\le x<5\},N=\{x\mid |x|<2\}$，则$M\cap N=$（　　）

A．$\{x\mid -1\le x<2\}$　　B．$\{x\mid -2<x<5\}$　　C．$\{x\mid -1\le x<5\}$　　D．$\{x\mid 0<x<2\}$

9．《聊斋志异》中有这样一首诗："挑水砍柴不堪苦，请归但求穿墙术.得诀自诩无所阻，额上坟起终不悟."在这里，我们称形如以下形式的等式具有"穿墙术"：$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2\frac{2}{3}}$，$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3\frac{3}{8}}$，$4\sqrt{\frac{4}{15}}=\sqrt{4\frac{4}{15}}$，$5\sqrt{\frac{5}{24}}=\sqrt{5\frac{5}{24}}$，则按照以上规律，若$10\sqrt{\frac{10}{n}}=\sqrt{10\frac{10}{n}}$具有"穿墙术"，则$n=$（　）

A．48　　B．63　　C．99　　D．120

10．已知集合$A=\{y|y=\sqrt{x^2-1}\}$，$B=\{x|y=lg(x-2x^2)\}$，则$\complement_R(A\cap B)=$（　　）

A．$[0,\frac{1}{2})$　　B．$(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

C．$(0,\frac{1}{2})$　　D．$(-\infty,0]\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

11．设复数$z=\frac{2-i}{1+3i}$，则$|z|=$（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

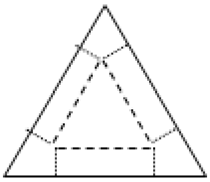
12．已知$\triangle ABC$中，$|\overrightarrow{BC}|=2,\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-2$．点$P$为$BC$边上的动点，则$\overrightarrow{PC}\cdot(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最小值为（　　）

A．2　　B．$-\frac{3}{4}$　　C．-2　　D．$-\frac{25}{12}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．设函数$f(x)=x|x-a|$，若对于任意的x_1，$x_2\in[2,+\infty)$，$x_1\ne x_2$，不等式$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$恒成立，则实数a的取值范围是_______.

14．如图，从一个边长为12的正三角形纸片的三个角上，沿图中虚线剪出三个全等的四边形，余下部分再以虚线为折痕折起，恰好围成一个缺少上底的正三棱柱，而剪出的三个相同的四边形恰好拼成这个正三棱柱的上底，则所得正三棱柱的体积为______.



15．已知函数 $f\left(x\right)=x^2-4x-4$.若 $f\left(x\right)<1$ 在区间 $\left(m-1,-2m\right)$ 上恒成立.则实数 m 的取值范围是__________.

16．（5 分）函数 $f(x)=\ln(1-x)+\sqrt{4+3x-x^2}$ 的定义域是____________.

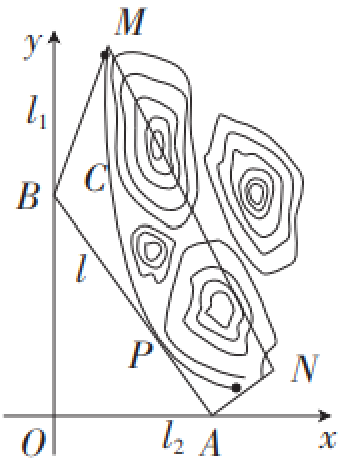
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，椭圆 E 上两动点 P,Q 使得四边形 PF_1QF_2 为平行四边形，且平行四边形 PF_1QF_2 的周长和最大面积分别为 8 和 $2\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）设直线 PF_2 与椭圆 E 的另一交点为 M，当点 F_1 在以线段 PM 为直径的圆上时，求直线 PF_2 的方程.

18．（12 分）某贫困地区几个丘陵的外围有两条相互垂直的直线型公路 l_1,l_2，以及铁路线上的一条应开凿的直线穿山隧道 MN，为进一步改善山区的交通现状，计划修建一条连接两条公路 l_1,l_2 和山区边界的直线型公路 l， 以 l_1,l_2 所在的直线分别为 x 轴，y 轴， 建立平面直角坐标系 xOy， 如图所示， 山区边界曲线为 $C:y=\dfrac{100}{x}(x>0)$，设公路 l 与曲线 C 相切于点 P， P 的横坐标为 t.



（1）当 t 为何值时，公路 l 的长度最短?求出最短长度；

（2）当公路 l 的长度最短时，设公路 l 交 x 轴，y 轴分别为 A， B 两点，并测得四边形 $ABMN$ 中，$\angle BAN=\dfrac{\pi}{3}$，$\angle MBA=\dfrac{2}{3}\pi$， $AN=10\sqrt{2}$ 千米， $BM=15\sqrt{3}$ 千米，求应开凿的隧道 MN 的长度.

19．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$，其前 n 项和为 S_n，满足 $a_1=2$， $S_n=\lambda na_n+\mu a_{n-1}$，其中 $n\ldots 2$， $n\in\mathbf{N}^*$， λ， $\mu\in R$.

⑴若 $\lambda=0$ ， $\mu=4$ ， $b_n=a_{n+1}-2a_n$ （ $n\in\mathbf{N}^*$ ），求证：数列 $\{b_n\}$ 是等比数列；

⑵若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，求 λ ， μ 的值；

⑶若 $a_2=3$ ，且 $\lambda+\mu=\dfrac{3}{2}$ ，求证：数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

20．（12 分）对于很多人来说，提前消费的认识首先是源于信用卡，在那个工资不高的年代，信用卡绝对是神器，稍微大件的东西都是可以选择用信用卡来买，甚至于分期买，然后慢慢还！现在银行贷款也是很风靡的，从房贷到车贷到一般的现金贷．信用卡“忽如一夜春风来”，遍布了各大小城市的大街小巷．为了解信用卡在 A 市的使用情况，某调查机构借助网络进行了问卷调查，并从参与调查的网友中随机抽取了 100 人进行抽样分析，得到如下 2×2 列联表（单位：人）

	经常使用信用卡	偶尔或不用信用卡	合计
40 岁及以下	15	35	50
40 岁以上	20	30	50
合计	35	65	100

（1）根据以上数据，能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为 A 市使用信用卡情况与年龄有关？

（2）①现从所抽取的 40 岁及以下的网民中，按“经常使用”与“偶尔或不用”这两种类型进行分层抽样抽取 10 人，然后，再从这 10 人中随机选出 4 人赠送积分，求选出的 4 人中至少有 3 人偶尔或不用信用卡的概率；

②将频率视为概率，从 A 市所有参与调查的 40 岁以上的网民中随机抽取 3 人赠送礼品，记其中经常使用信用卡的人数为 X ，求随机变量 X 的分布列、数学期望和方差.

参考公式： $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据：

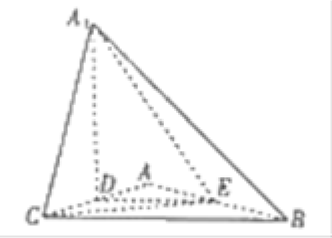
$P\left(K^2\ldots k_0\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

21．（12 分）已知等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_3=7$ ， $a_5+a_7=26$.

（1）求等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}},n\in\mathrm{N}^*$ ，求数列 $\left\{c_n\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

22.（10 分）已知 ΔABC 是等腰直角三角形,$\angle ACB=\dfrac{\pi}{2}, AC=2$． D,E 分别为 AC,AB 的中点,沿 DE 将 ΔADE 折起,得到如图所示的四棱锥 A_1-BCDE .



(Ⅰ)求证：平面 $A_1DC\perp$ 平面 A_1BC .

(Ⅱ)当三棱锥 $C-A_1BE$ 的体积取最大值时,求平面 A_1CD 与平面 A_1BE 所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．C

【解析】

利用正弦定理将边化角，再由$\sin\left(A+B\right)=\sin C$，化简可得$\sin B\cos A=\sin A\cos A$，最后分类讨论可得；

【详解】

解：因为$c-a\cos B=(2a-b)\cos A$

所以$\sin C-\sin A\cos B=\left(2\sin A-\sin B\right)\cos A$

所以$\sin C-\sin A\cos B=2\sin A\cos A-\sin B\cos A$

所以$\sin\left(A+B\right)-\sin A\cos B=2\sin A\cos A-\sin B\cos A$

所以$\sin A\cos B+\sin B\cos A-\sin A\cos B=2\sin A\cos A-\sin B\cos A$

所以$\sin B\cos A=\sin A\cos A$

当$\cos A=0$时$A=\dfrac{\pi}{2}$，ΔABC为直角三角形；

当$\cos A\neq 0$时$\sin A=\sin B$即$A=B$，ΔABC为等腰三角形；

∴ΔABC的形状是等腰三角形或直角三角形

故选：C.

本题考查三角形形状的判断，考查正弦定理的运用，考查学生分析解决问题的能力，属于基础题.

2．A

【解析】

根据函数解析式，可知$f\left(x\right)$的定义域为$x\in\mathbf{R}$，通过定义法判断函数的奇偶性，得出$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，则$f\left(x\right)$为偶函数，可排除$C,D$选项，观察$A,B$选项的图象，可知代入$x=0$，解得$f\left(0\right)>0$，排除$B$选项，即可得出答案.

【详解】

解：因为$f\left(x\right)=\dfrac{\cos x}{2^{x}+2^{-x}}$，

所以$f\left(x\right)$的定义域为$x\in\mathbf{R}$，

则$f\left(-x\right)=\dfrac{\cos\left(-x\right)}{2^{-x}+2^{x}}=\dfrac{\cos x}{2^{x}+2^{-x}}=f\left(x\right)$，

$\therefore f\left(x\right)$为偶函数，图象关于$y$轴对称，排除$C,D$选项，

且当$x=0$时，$f\left(0\right)=\dfrac{1}{2}>0$，排除$B$选项，所以$A$正确.

故选：A.

本题考查由函数解析式识别函数图象，利用函数的奇偶性和特殊值法进行排除.

3．D

【解析】

根据集合的混合运算，即可容易求得结果.

【详解】

$\because A\cup B=\left\{1,2,3,4,5\right\}$，故可得$\complement_U\left(A\cup B\right)=\left\{6\right\}$.

故选：D.

本题考查集合的混合运算，属基础题.

4．B

【解析】

由已知可求得函数的周期，根据周期及偶函数的对称性可求$f(x)$在$(0,1)$上的单调性，结合三角函数的性质即可比较.

【详解】

由$f(x+1)=-\dfrac{1}{f(x)}$可得$f(x+2)=f[(x+1)+1]=-\dfrac{1}{f(x+1)}=f(x)$，即函数的周期$T=2$，

因为在区间$(2017,2018)$上单调递减，故函数在区间$(-1,0)$上单调递减，

根据偶函数的对称性可知，$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，

因为α，β是锐角三角形的两个内角，

所以$\alpha,\beta\in(0,\dfrac{1}{2}\pi)$且$\alpha+\beta>\dfrac{1}{2}\pi$即$\alpha>\dfrac{1}{2}\pi-\beta$，

所以$\cos\alpha<\cos(\dfrac{1}{2}\pi-\beta)$即$0<\cos\alpha<\sin\beta<1$，

$f(\cos\alpha)<f(\sin\beta)$.

故选：B.

本题主要考查函数值的大小比较，根据函数奇偶性和单调性之间的关系是解决本题的关键.

5．D

【解析】

利用复数的运算法则即可化简得出结果

【详解】

$$\frac{1+i}{i}+\frac{i}{1+i}=\frac{-i(1+i)}{-i^2}+\frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=-i-i^2+\frac{i-i^2}{2}$$

$$=-i+1+\frac{i}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$$

故选□

本题考查了复数代数形式的乘除运算，属于基础题。

6．C

【解析】

由双曲线C_1与双曲线C_2有相同的渐近线，列出方程求出m的值，即可求解双曲线的离心率，得到答案.

【详解】

由双曲线$C_1:\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{m-10}=1$与双曲线$C_2:x^2-\frac{y^2}{4}=1$有相同的渐近线，

可得$\sqrt{\frac{10-m}{m}}=2$，解得$m=2$，此时双曲线$C_1:\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$，

则曲线C_1的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2+8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}$，故选 C.

本题主要考查了双曲线的标准方程及其简单的几何性质的应用，其中解答中熟记双曲线的几何性质，准确运算是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于基础题.

7．C

【解析】

试题分析：因为复数$m(m-2)+(m^2-3m+2)i$是纯虚数，所以$m(m-2)=0$且$m^2-3m+2\neq 0$，因此$m=0$.注意不要忽视虚部不为零这一隐含条件.

考点：纯虚数

8．A

【解析】

考虑既属于M又属于N的集合，即得.

【详解】

$\because N=\{x\,|-2<x<2\},\therefore M\cap N=\{x\,|-1\leq x<2\}$.

故选：A

本题考查集合的交运算，属于基础题.

9．C

【解析】

观察规律得根号内分母为分子的平方减 1，从而求出 n.

【详解】

解：观察各式发现规律，根号内分母为分子的平方减 1

所以 $n=10^2-1=99$

故选：C.

本题考查了归纳推理，发现总结各式规律是关键，属于基础题.

10．D

【解析】

求函数的值域得集合 A，求定义域得集合 B，根据交集和补集的定义写出运算结果.

【详解】

集合 $A=\{y|y=\sqrt{x^2-1}\}=\{y|y\geq 0\}=[0,+\infty)$；

$B=\{x|y=lg(x-2x^2)\}=\{x|x-2x^2>0\}=\{x|0<x<\frac{1}{2}\}=(0,\frac{1}{2})$，

$\therefore A\cap B=(0,\frac{1}{2})$，

$\therefore \complement_R(A\cap B)=(-\infty,0]\cup[\frac{1}{2},+\infty)$.

故选：D.

该题考查的是有关集合的问题，涉及到的知识点有函数的定义域，函数的值域，集合的运算，属于基础题目.

11．D

【解析】

先用复数的除法运算将复数 z 化简，然后用模长公式求 z 模长.

【详解】

解：$z=\frac{2-i}{1+3i}=\frac{(2-i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\frac{-1-7i}{10}=-\frac{1}{10}-\frac{7}{10}i$，

则 $|z|=\sqrt{\left(-\frac{1}{10}\right)^2+\left(-\frac{7}{10}\right)^2}=\sqrt{\frac{50}{100}}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：D.

本题考查复数的基本概念和基本运算,属于基础题.

12．D

【解析】

以 BC 的中点为坐标原点，建立直角坐标系，可得 $B\left(-1,0\right),C\left(1,0\right)$，设 $P\left(a,0\right),A\left(x,y\right)$，运用向量的坐标表示，求得点 A 的轨迹，进而得到关于 a 的二次函数，可得最小值．

【详解】

以 BC 的中点为坐标原点，建立如图的直角坐标系，

可得 $B\left(-1,0\right),C\left(1,0\right)$，设 $P\left(a,0\right),A\left(x,y\right)$，

由 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-2$，

可得 $\left(x+1,y\right)\cdot\left(2,0\right)=2x+2=-2$，即 $x=-2$，$y\neq 0$，

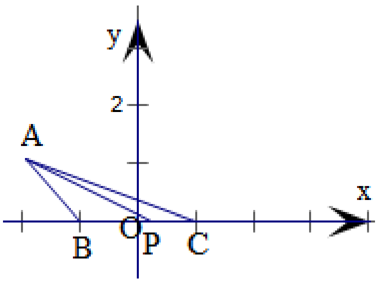
则 $\overrightarrow{PC}\cdot\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)=\left(1-a,0\right)\cdot\left(x-a-1-a+1-a,y+0+0\right)$

$=\left(1-a\right)\left(x-3a\right)=\left(1-a\right)\left(-2-3a\right)=3a^2-a-2$

$=3\left(a-\dfrac{1}{6}\right)^2-\dfrac{25}{12}$，

当 $a=\dfrac{1}{6}$ 时，$\overrightarrow{PC}\cdot\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)$ 的最小值为 $-\dfrac{25}{12}$．

故选 D．



本题考查向量数量积的坐标表示，考查转化思想和二次函数的值域解法，考查运算能力，属于中档题．

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13． $a\leq 2$

【解析】

试题分析：由题意得函数 $f(x)=x\left|x-a\right|$ 在[2，$+\infty$) 上单调递增，当 $a\leq 2$ 时 $f(x)=x(x-a)$ 在[2，$+\infty$) 上单调递增；当 $a>2$ 时 $f(x)=x\left|x-a\right|$ 在 $[a,+\infty)$ 上单调递增；在 $[2,a)$ 上单调递减，因此实数 a 的取值范围是 $a\leq 2$

考点：函数单调性

14．1