专题 1.3　勾股定理的实际应用【十二大题型】

【北师大版】

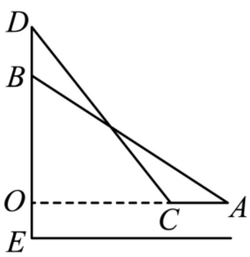
题型梳理

举一反三

【题型 1　求梯子滑落高度】

【例 1】（2023 春·广东惠州·八年级校考期中）某地一楼房发生火灾，消防队员决定用消防车上的云梯救人如图（1），如图（2），已知云梯最多只能伸长到15m（即$AB=CD=15\text{m}$），消防车高3m，救人时云梯伸长至最长，在完成从12m（即$BE=12\text{m}$）高的B处救人后，还要从15m（即$DE=15\text{m}$）高的D处救人，这时消防车从A处向着火的楼房靠近的距离AC为多少米？（延长AC交DE于点O，$AO\perp DE$，点B在DE上，OE的长即为消防车的高3m）

（1）



（2）

【答案】消防车从原处向着火的楼房靠近的距离AC为3m

【分析】在 Rt$\triangle ABO$中，根据勾股定理得到AO和OC，于是得到结论．

【详解】解：在 Rt$\triangle ABO$中，$\because\ \angle AOB=90°$，$AB=15\text{m}$，$OB=12-3=9$（m），

$\therefore AO=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{15^2-9^2}=12$（m），

在 Rt△ABO中，∵ $\angle COD=90°$，$CD=15\text{m}$，$OD=15-3=12$（m），

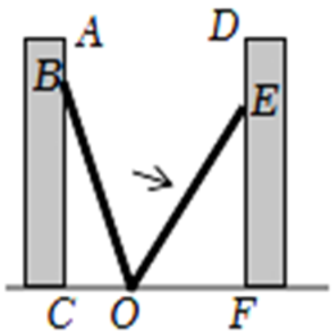
$\therefore OC=\sqrt{CD^2-OD^2}=\sqrt{15^2-12^2}=9$（m），

$\therefore AC=OA-OC=3$（m），

答：消防车从原处向着火的楼房靠近的距离AC为3m.

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

【变式 1-1】（2023 春·山西晋中·八年级统考期中）如图，小巷左右两侧是竖直的高度相等的墙，一根竹竿斜靠在左墙时，竹竿底端 O 到左墙角的距离OC为0.7米，顶端 B 距墙顶的距离AB为0.6米若保持竹竿底端位置不动，将竹竿斜靠在右墙时，竹竿底端到右墙角的距离OF为1.5米，顶端 E 距墙项 D 的距离DE为 1 米，点 A、B、C 在一条直线上，点 D、E、F 在一条直线上，$AC\perp CF$，$DF\perp CF$．求：



(1)墙的高度；

(2)竹竿的长度.

【答案】(1)墙高 3 米

(2)竹竿的长2.5米

【分析】（1）设墙高 x 米，在RtΔBCO，RtΔEFO根据勾股定理即可表示出竹竿长度的平方 ，联立即可得到答案；

（2）把（1）中的 x 代入勾股定理即可得到答案.

【详解】（1）解：设墙高 x 米，

$\because AC\perp CF$，$DF\perp CF$，

$\therefore \angle BCO=\angle EFO=90°$ ，

在$Rt\Delta BCO$，$Rt\Delta EFO$根据勾股定理可得，

$BO^2=(x-0.6)^2+0.7^2$ ，$OE^2=(x-1)^2+1.5^2$，

$\because BO=OE$ ，

$\therefore (x-1)^2+1.5^2=(x-0.6)^2+0.7^2$，

解得：$x=3$ ，

答：墙高 3 米；

（2）由（1 得），

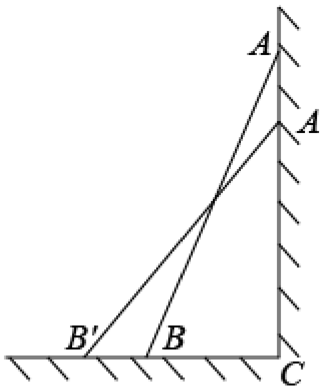
$BO^2=(x-0.6)^2+0.7^2$ ，$x=3$ ，

$\therefore BO=\sqrt{(3-0.6)^2+0.7^2}=2.5$

答：竹竿的长2.5米.

【点睛】本题考查勾股定理实际应用题，解题的关键时根据两种不同状态竹竿长不变列等式及正确计算.

【变式 1-2】（2023 春·浙江宁波·八年级统考期末）如图，一条笔直的竹竿斜靠在一道垂直于地面的墙面上，一端在墙面 A 处，另一端在地面 B 处，墙角记为点 C.



(1)若$AB=6.5$米，$BC=2.5$米.

①竹竿的顶端 A 沿墙下滑 1 米，那么点 B 将向外移动多少米？

②竹竿的顶端从 A 处沿墙AC下滑的距离与点 B 向外移动的距离，有可能相等吗？如果不可能，请说明理由；如果可能，请求出移动的距离（保留根号）.

(2)若$AC=BC$，则顶端 A 下滑的距离与底端 B 外移的距离，有可能相等吗？若能相等，请说明理由；若不等，请比较顶端 A 下滑的距离与底端 B 外移的距离的大小.

【答案】(1)①$\frac{\sqrt{69}-5}{2}$米；②竹竿的顶端从 A 处沿墙AC下滑的距离与点 B 向外移动的距离，有可能相等，理由见解析

(2)不可能相等，顶端 A 下滑的距离大于底端 B 外移的距离.

【分析】（1）先根据勾股定理可得 AC=6 米，①根据题意得：$AA'=1\text{m}$，可得到$A'C=AC-AA'=5$米，由勾股定理可得$B'C$的长，即可求解；②设从 A 处沿墙AC下滑的距离为 x 米，点 B 也向外移动的距离为 x 米，根据勾股定理，列出方程，即可求解；

（2）设 AC=BC=a，从 A 处沿墙AC下滑的距离为 m 米，点 B 向外移动的距离为 n 米，则$AB=A'B'=\sqrt{2}a$，根据勾股定理，列出方程，可得$m-n=\frac{m^2+n^2}{2a}$，即可求解．

【详解】（1）解：$\angle C$=90°，$AB=A'B'=6.5$米，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=6$米，

①根据题意得：$AA'=1\text{m}$，

$\therefore A'C=AC-AA'=5$米，

$\therefore B'C=\sqrt{A'B'^2-A'C^2}=\frac{\sqrt{69}}{2}$米，

$\therefore BB'=B'C-BC=\frac{\sqrt{69}}{2}-2.5=\frac{\sqrt{69}-5}{2}$米，

即点 B 将向外移动$\frac{\sqrt{69}-5}{2}$米；

②竹竿的顶端从 A 处沿墙AC下滑的距离与点 B 向外移动的距离，有可能相等，理由如下：

设从 A 处沿墙AC下滑的距离为 x 米，点 B 也向外移动的距离为 x 米，根据题意得：

$(6-x)^2+(2.5+x)^2=6.5^2$，

解得：$x_1=3.5, x_2=0$（舍去），

$\therefore$从 A 处沿墙AC下滑的距离为 3.5 米时，点 B 也向外移动的距离为 3.5 米，

即竹竿的顶端从 A 处沿墙AC下滑的距离与点 B 向外移动的距离，有可能相等；

（2）解：不可能相等，理由如下：

设 AC=BC=a，从 A 处沿墙AC下滑的距离为 m 米，点 B 向外移动的距离为 n 米，则$AB=A'B'=\sqrt{2}a$，根据题意得：

$(a-m)^2+(a+n)^2=(\sqrt{2}a)^2$，

整理得：$2a(m-n)=m^2+n^2$，

即$m-n=\frac{m^2+n^2}{2a}$，

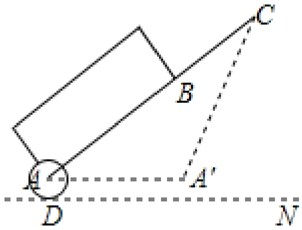
$\because a$、m、n 都为正数，

$\therefore m-n=\frac{m^2+n^2}{2a}>0$，即$m>n$．

$\therefore$顶端 A 下滑的距离大于底端 B 外移的距离．

【点睛】本题主要考查了勾股定理的实际应用，熟练掌握勾股定理是解题的关键．

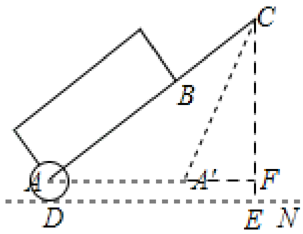
【变式 1-3】（2023 春·辽宁沈阳·八年级统考期中）拉杆箱是人们出行的常用品，采用拉杆箱可以让人们出行更轻松．如图，一直某种拉杆箱箱体长 $AB=65cm$，拉杆最大伸长距离 $BC=35cm$，在箱体底端装有一圆形滚轮，当拉杆拉到最长时，滚轮的圆心在图中的 A 处，点 A 到地面的距离 $AD=3cm$，当拉杆全部缩进箱体时，滚轮圆心水平向右平移 $55cm$ 到 A'处，求拉杆把手 C 离地面的距离（假设 C 点的位置保持不变）．



【答案】拉杆把手 C 离地面的距离为 $63cm$

【分析】过 C 作 CE⊥DN 于 E，延长 AA'交 CE 于 F，根据勾股定理即可得到方程 $65^2-x^2=100^2-(55+x)^2$，求得 A'F 的长，即可利用勾股定理得到 CF 的长，进而得出 CE 的长．

【详解】如图所示，过 C 作 $CE\perp DN$ 于 E，延长 AA'交 CE 于 F，则$\angle AFC=90°$，



设 $A'F=x$，则 $AF=55+x$，

由题可得，$AC=65+35=100$，$A'C=65$，

∵Rt△$A'CF$ 中，$CF^2=65^2-x^2$，

Rt△ACF 中，$CF^2=100^2-(55+x)^2$，

∴$65^2-x^2=100^2-(55+x)^2$，

解得 $x=25$，

∴$A'F=25$，

∴$CF=\sqrt{A'C^2-A'F^2}=60$（cm），

又∵$EF=AD=3$（cm），

∴$CE=60+3=63$（cm），

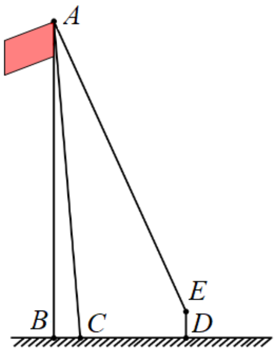
∴拉杆把手 C 离地面的距离为 $63cm$．

【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用，在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决

实际问题常用的方法，关键是从题中抽象出勾股定理这一数学模型，画出准确的示意图．

【题型 2　求旗杆高度】

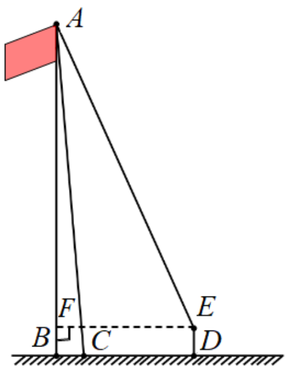
【例 2】（2023 春·山西临汾·八年级统考期末）同学们想利用升旗的绳子、卷尺，测算学校旗杆的高度．爱动脑的小华设计了这样一个方案：如图，将升旗的绳子拉直刚好触底，此时测得绳子末端 C 到旗杆 AB 的底端 B 的距离为 1 米，然后将绳子末端拉直到距离旗杆 5 米的点 E 处，此时测得绳子末端 E 距离地面的高度 DE 为 1 米．请你根据小华的测量方案和测量数据，求出学校旗杆的高度．



【答案】12.5 米

【分析】过点 E 作 $EF\perp AB$，垂足为 F，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle AEF$ 中，根据勾股定理得出 $AC^2=AB^2+BC^2$，$AE^2=AF^2+EF^2$，根据 $AC=AE$，得出 $AB^2+1^2=(AB-1)^2+5^2$，求出 AB 的长即可．

【详解】解：过点 E 作 $EF\perp AB$，垂足为 F，如图所示：



由题意可知：四边形 $BDEF$ 是长方形，$\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 是直角三角形，

$\therefore DE=BF=1$，$BD=EF=5$，$BC=1$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle AEF$ 中，根据勾股定理可得：

$AC^2=AB^2+BC^2$，$AE^2=AF^2+EF^2$，

即 $AC^2=AB^2+1^2$，$AE^2=(AB-1)^2+5^2$，

又 $\because AC=AE$，

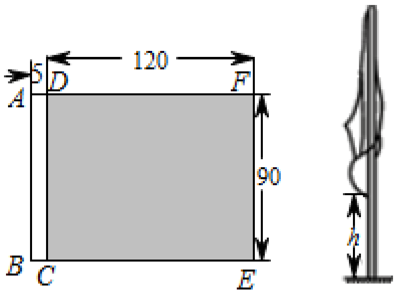
$\therefore AB^2+1^2=(AB-1)^2+5^2$，

解得：$AB=12.5$．

答：学校旗杆的高度为12.5米．

【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用，解题的关键是根据勾股定理列出关于AB方程$AB^2+1^2=(AB-1)^2+5^2$．

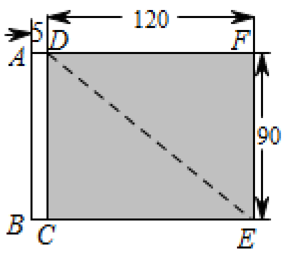
【变式2-1】（2023春·江西景德镇·八年级统考期中）2021年是中国共产党建党100周年，大街小巷挂满了彩旗．如图是一面长方形彩旗完全展平时的尺寸图（单位：cm）．其中长方形$ABCD$是由双层白布缝制的穿旗杆用的旗裤，阴影部分$DCEF$为长方形绸缎旗面，将穿好彩旗的旗杆垂直插在地面上．旗杆从旗顶到地面的高度为240cm，在无风的天气里，彩旗自然下垂．求彩旗下垂时最低处离地面的最小高度h．



【答案】90cm

【分析】首先观察题目，作辅助线构造一个直角三角形，如图，连接DE；已知彩旗为长方形，由题意可知，无风的天气里，彩旗自然下垂时，彩旗最低处到旗杆顶部的长度正好是长方形彩旗完全展开时的对角线的长度，根据勾股定理可求出它的长度；然后用旗杆顶部到地面高度减去这个数值，即可求得答案．

【详解】彩旗自然下垂的长度就是长方形$DCEF$的对角线DE的长度，连接DE，



在Rt△DEF中，根据勾股定理，得

$DE=\sqrt{DF^2+EF^2}=\sqrt{120^2+90^2}=150$．

$h=240-150=90(\text{cm})$．

∴彩旗下垂时的最低处离地面的最小高度h为90 cm．

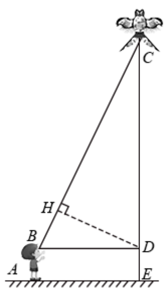
【点睛】本题考查了勾股定理的实际应用，此类题的难点在于正确理解题意，结合实际运用勾股定理．

【变式 2-2】（2023 春·八年级课时练习）太原的五一广场视野开阔，是一处设计别致，造型美丽的广场园林，成为不少市民放风筝的最佳场所，某校八年级（1）班的小明和小亮同学学习了“勾股定理”之后，为了测得图中风筝的高度CE，他们进行了如下操作：

①测得BD的长为 15 米（注：$BD\perp CE$）；

②根据手中剩余线的长度计算出风筝线BC的长为 25 米；

③牵线放风筝的小明身高 1.7 米．



(1)求风筝的高度CE．

(2)过点 D 作$DH\perp BC$，垂足为 H，求BH的长度．

【答案】(1)风筝的高度CE为 21.7 米

(2)BH的长度为 9 米

【分析】（1）在$\mathrm{Rt}\triangle CDB$中由勾股定理求得 CD 的长，再加上 DE 即可；

（2）利用等积法求出 DH 的长，再在$\mathrm{Rt}\triangle BHD$中由勾股定理即可求得 BH 的长．

【详解】（1）在$\mathrm{Rt}\triangle CDB$中，由勾股定理，得：

$CD=\sqrt{C^2-BD^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20$（米），

所以$CE=CD+DE=20+1.7=21.7$（米），

答：风筝的高度CE为 21.7 米．

（2）由等积法知：$\frac{1}{2}BD\times DC=\frac{1}{2}BC\times DH$，

解得：$DH=\frac{15\times 20}{25}=12$（米）．

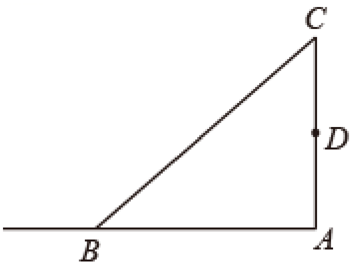
在$\mathrm{Rt}\triangle BHD$中，$BH=\sqrt{BD^2-DH^2}=9$（米），

答：BH的长度为 9 米．

【点睛】本题考查了勾股定理的实际应用，正确运用勾股定理是关键，注意计算准确．

【变式 2-3】（2023 春·山西吕梁·八年级统考期中）如图，一根直立的旗杆高 8 米，一阵大风吹过，旗杆从

点 C 处折断，顶部（B）着地，离旗杆底部（A）4 米，工人在修复的过程中，发现在折断点 C 的下方 1.25 米 D 处，有一明显裂痕，若下次大风将旗杆从 D 处吹断，则距离旗杆底部周围多大范围内有被砸伤的危险？



【答案】6

【分析】先根据勾股定理求得AC，进而求得AD，根据勾股定理即可求得范围．

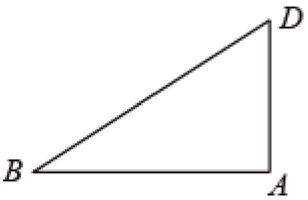
【详解】由题意可知$AC+BC=8, AB=4$，

则$AC^2+AB^2=BC^2$，

即$AC^2+4^2=(8-AC)^2$，

解得$AC=3$，

若下次大风将旗杆从 D 处吹断，如图，



$\therefore AD=AC-1.25=3-1.25=1.75$，

$\therefore BD=AB-AD=8-1.75=6.25$，

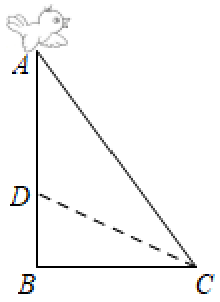
$AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=\sqrt{6.25^2-1.75^2}=6$．

$\therefore$ 则距离旗杆底部周围 6 米范围内有被砸伤的危险．

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，掌握勾股定理是解题的关键．

【题型 3　求小鸟飞行距离】

【例 3】（2023 春·陕西咸阳·八年级统考期中）如图，一只小鸟旋停在空中 A 点，A 点到地面的高度$AB=20$米，A 点到地面 C 点（B、C 两点处于同一水平面）的距离$AC=25$米．若小鸟竖直下降 12 米到达 D 点（D 点在线段 AB 上），求此时小鸟到地面 C 点的距离．



【答案】17 米

【分析】已知 AB 和 AC 的长度，根据勾股定理即可求出 BC 的长度，小鸟下降 12 米，则 BD=AB-12，根据勾股定理即可求出 CD 的长度．

【详解】解：由勾股定理得；$BC^2=AC^2-AB^2=25^2-20^2=225$，

∴$BC=15$（米），

∵$BD=AB-AD=20-12=8$（米），

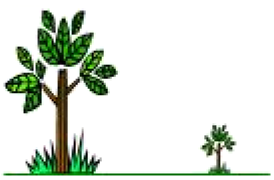
∴在$\mathrm{Rt}\triangle BCD$中，由勾股定理得$CD=\sqrt{DB^2+BC^2}=\sqrt{8^2+15^2}=17$，

∴此时小鸟到地面 C 点的距离 17 米．

答； 此时小鸟到地面 C 点的距离为 17 米．

【点睛】本题主要考查了勾股定理得实际应用，熟练地掌握勾股定理的内容是解题的关键．

【变式 3-1】（2023 春·八年级课时练习）有两棵树，一棵高 6 米，另一棵高 3 米，两树相距 4 米，一只小鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢，至少飞了（　　）米．

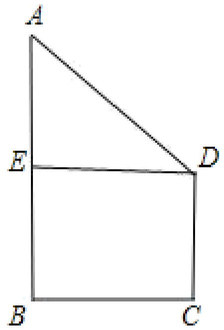


A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【答案】C

【分析】此题可以过低树的一端向高树引垂线．则构造了一个直角三角形：其斜边是小鸟飞的路程，一条直角边是 4，另一条直角边是两树相差的高度 3．根据勾股定理得：小鸟飞了 5 米．

【详解】解：如图所示，



AB＝6m，CD＝3m，BC＝4m，过 D 作 DE⊥AB 于 E，

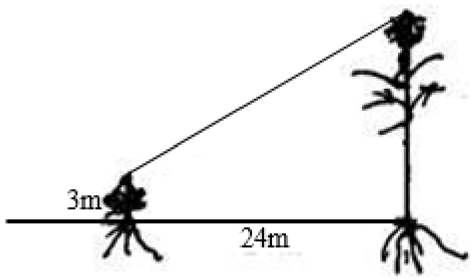
则 DE＝BC＝4m，BE＝CD＝3m，AE＝AB﹣BE＝6﹣3＝3m，

在 Rt△ADE 中，AD＝5m．

故选：C．

【点睛】能够正确理解题意，准确画出图形，熟练运用勾股定理即可．

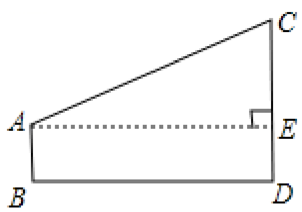
【变式 3-2】（2023 春·山东枣庄·八年级统考期中）有一只喜鹊在一棵 3m 高的小树上觅食，它的巢筑在距离该树 24m 的一棵大树上，大树高 14m，且巢离树顶部 1m．当它听到巢中幼鸟的叫声，立即赶过去，如果它飞行的速度为 5m/s，那它至少需要多少时间才能赶回巢中？



【答案】它至少需要 5.2s 才能赶回巢中．

【分析】根据题意，构建直角三角形，利用勾股定理解答．

【详解】解：如图，由题意知 AB=3，CD=14-1=13，BD=24．



过 A 作 AE⊥CD 于 E．则 CE=13-3=10，AE=24，

∴在 $Rt\triangle AEC$ 中，

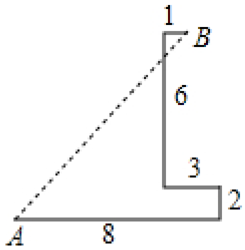
$AC^2=CE^2+AE^2=10^2+24^2$．

∴AC=26，26÷5=5.2（s）．

答：它至少需要 5.2s 才能赶回巢中．

【点睛】本题考查了勾股定理的应用．关键是构造直角三角形，同时注意：时间=路程÷速度．

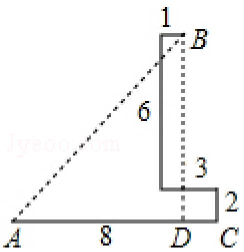
【变式3-3】（2023春·贵州贵阳·八年级校考期中）假期中，小明和同学们到某海岛上去探宝，按照探宝图，他们从A点登陆后先往东走8千米，又往北走2千米，遇到障碍后又往西走了3千米，再折向北走了6千米处往东一拐，仅走了1千米就找到宝藏，问登陆点A到宝藏埋藏点B的直线距离是多少千米？



【答案】10千米

【分析】通过行走的方向和距离得出对应的线段的长度．根据题意构造直角三角形，利用勾股定理求解．

【详解】解：过点B作$BD\perp AC$于点D．



根据题意可知，$AD=8-3+1=6$，$BD=2+6=8$，

在$Rt\triangle ABD$中，

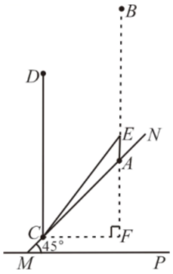
$\therefore AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$．

答：登陆点A到宝藏处B的距离为10千米．

【点睛】本题考查勾股定理的实际应用．读懂题意，根据题意找到需要的等量关系，与勾股定理结合求线段的长度是解题的关键．

【题型4　求大树折断前的高度】

【例4】（2023春·八年级课时练习）如图，在倾斜角为$45°$（即$\angle NMP=45°$）的山坡MN上有一棵树AB，由于大风，该树从点E处折断，其树顶B恰好落在另一棵树CD的根部C处，已知$AE=1$m，$AC=\sqrt{18}$m．



(1)求这两棵树的水平距离CF；

(2)求树AB的高度.

【答案】(1)3m

(2)6m

【分析】（1）根据平行的性质，证得$AF=CF$，根据勾股定理即可求得.

（2）在$Rt\triangle CEF$中，根据勾股定理即可解得.

【详解】（1）由题可知$MP\parallel CF$，$\angle F=90°$

$\therefore\angle ACF=\angle NMP=45°$，

$\therefore AF=CF$

在$Rt\triangle ACF$中，

$CF^2+AF^2=AC^2$，

$\therefore 2CF^2=18$，

$\therefore AF=CF=3$（m）.

即这两棵树的水平距离为3m.

（2）在$Rt\triangle CEF$中，

$CE^2=CF^2+EF^2$

$\therefore CE=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

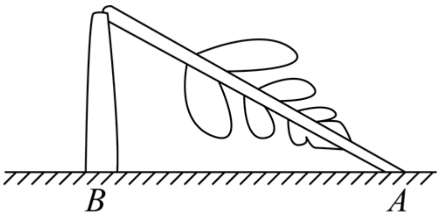
$\therefore AB=AE+CE=5+1=6$（m）.

即树AB的高度为6m.

【点睛】此题考查了勾股定理，解题的关键是熟悉勾股定理的实际应用.

【变式4-1】（2023春·广东云浮·八年级统考期中）海洋热浪对全球生态带来了严重影响，全球变暖导致华南地区汛期更长、降水强度更大，使得登录广东的台风减少，但是北上的台风增多．如图，一棵大树在一次强台风中距地面5m处折断，倒下后树顶端着地点A距树底端B的距离为12m，这棵大树在折断前的高度

为（　）

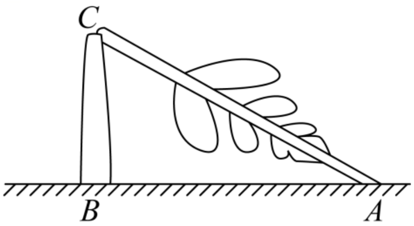


A．10m　　B．15m　　C．18m　　D．20m

【答案】C

【分析】如图，勾股定理求出AC的长，利用$AC+BC$求解即可．

【详解】解：如图，由题意，得：$BC=5,AB=12$，$BC\perp AB$，



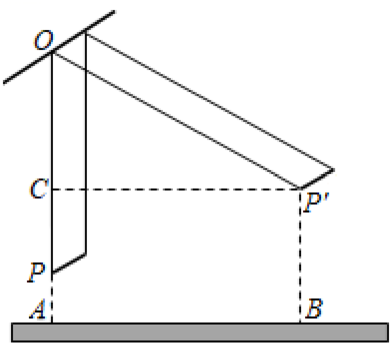
$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=13$，

∴这棵大树在折断前的高度为$13+5=18$m；

故选C．

【点睛】本题考查勾股定理的应用，熟练掌握勾股定理是解题的关键．

【变式4-2】（2023春·山西阳泉·八年级统考期末）我国古代数学名著《算法统宗》有一道“荡秋千”的问题：“平地秋千未起，踏板一尺离地．送行二步与人齐，5尺人高曾记，仕女家人争蹴．良工高士素好奇，算出索长有几？”此问题可理解为：“如图，有一架秋千，当它静止时，踏板离地距离PA的长为1尺，将它向前水平推送10尺时，即$P'C=10$尺，秋千踏板离地的距离$P'B$和身高5尺的人一样高，秋千的绳索始终拉得很直，试问绳索有多长？”，设秋千的绳索长为x尺，根据题意可列方程为________．



【答案】$(x+1-5)^2+10^2=x^2$．

【分析】根据勾股定理列方程即可得出结论.

【详解】解：由题意知：

$OP'=x$，$OC=x+1-5$，$P'C=10$，

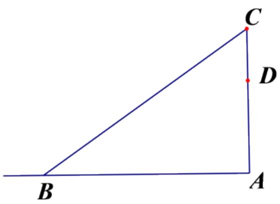
在Rt△OCP'中，由勾股定理得：

$(x+1-5)^2+10^2=x^2$.

故答案为：$(x+1-5)^2+10^2=x^2$.

【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用和列方程，读懂题意是解题的关键.

【变式4-3】（2023春·广东珠海·八年级校考期中）如图，一根直立的旗杆高8m,因刮大风旗杆从点C处折断，顶部B着地且离旗杆底部A4m.



（1）求旗杆距地面多高处折断；

（2）工人在修复的过程中，发现在折断点C的下方1.25m的点D处，有一明显裂痕，若下次大风将旗杆从点D处吹断，则距离旗杆底部周围多大范围内有被砸伤的危险？

【答案】（1）旗杆距地面3m处折断；（2）距离杆脚周围6米大范围内有被砸伤的危险.

【分析】（1）由题意可知：AC+BC=8米，根据勾股定理可得：$AB^2+AC^2=BC^2$，又因为AB=4米，即可求得AC的长；（2）易求D点距地面3-1.25=1.75米，BD=8-1.75=6.25米，再根据勾股定理可以求得AB=6米，所以6米内有危险.

【详解】（1）由题意可知：AC+BC=8米，

∵∠A=90°，

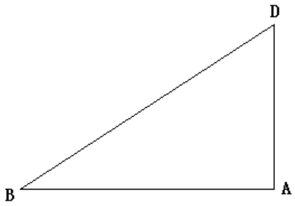
∴$AB^2+AC^2=BC^2$，

又∵AB=4米，

∴AC=3米，BC=5米，

∴旗杆距地面3m处折断；

（2）如图，



∵D 点距地面 AD=3-1.25=1.75 米，

∴BD=8-1.75=6.25 米，

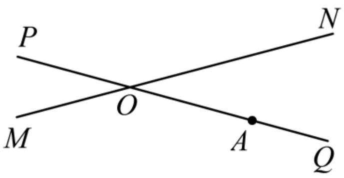
∴AB=$\sqrt{BD^2-AD^2}$=6 米，

∴距离杆脚周围 6 米大范围内有被砸伤的危险．

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决实际问题常用的方法，关键是从题中抽象出勾股定理这一数学模型，画出准确的示意图．领会数形结合的思想的应用．

【题型 5　判断是否受台风影响】

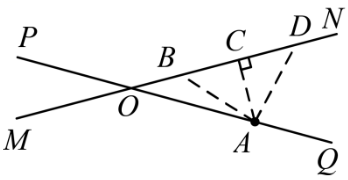
【例 5】（2023 春·湖北武汉·八年级统考期中）如图，铁路MN和公路PQ在点O处交汇，$\angle QON=30°$，公路PQ上A处距离O点 240 米，如果火车行驶时，火车头周围 150 米以内会受到噪音的影响，那么火车在铁路MN上沿MN方向以 72 千米/小时的速度行驶时，A处受到噪音影响的时间为______秒．



【答案】9

【分析】过点A作$AC\perp MN$，求出最短距离AC的长度，然后在MN上取点B，D，使得$AB=AD=150$米，根据勾股定理得出BC，CD的长度，即可求出BD的长度，然后计算出时间即可．

【详解】解：过点A作$AC\perp MN$，



$\because \angle QON=30°$，$OA=240$米，

$\therefore AC=\frac{1}{2}OA=120$米，

在MN上取点B，D，使得$AB=AD=150$米，当火车到B点时对A处产生噪音影响，

$\because AB = 150$米，$AC = 120$米，

$\therefore$ 由勾股定理得：$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{150^2 - 120^2} = 90$米，$CD = \sqrt{AD^2 - AC^2} = \sqrt{150^2 - 120^2} = 90$米，即 $BD = 180$米，

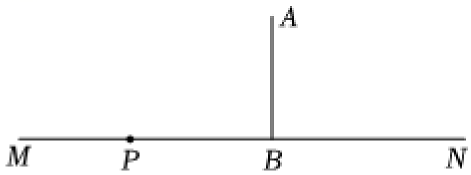
$\because$ 72千米/小时 $= 20$米/秒，

$\therefore$ 影响时间应是：$180 \div 20 = 9$秒.

故答案为：9.

【点睛】本题主要考查了勾股定理，解题的关键在于准确找出受影响的路段，从而利用勾股定理求出其长度.

【变式 5-1】（2023 春·陕西西安·八年级统考期中）为了鼓励大家积极接种新冠疫苗，某区镇政府采用了移动宣讲的形式进行广播宣传．如图，笔直的公路MN的一侧点A处有一村庄，村庄到公路MN的距离为300m，宣讲车P周围500m以内能听到广播宣传，宣讲车P在公路上沿MN方向行驶.



(1)村庄能否听到广播宣传？请说明理由.

(2)已知宣讲车的速度是50m/min，如果村庄能听到广播宣传，那么总共能听多长时间？

【答案】(1)能，理由见解析

(2)16

【分析】（1）根据村庄A到公路MN的距离为300米< 500米，即可得出村庄能听到广播宣传.

（2）根据勾股定理得到$BP = BQ = \sqrt{500^2 - 300^2} = 400$(米)，求得$PQ = 800$米，即可得出结果.

【详解】（1）村庄能听到广播宣传，理由如下：

$\because$ 村庄A到公路MN的距离为300米< 500米，

$\therefore$ 村庄能听到广播宣传.

（2）如图：假设当宣传车行驶到P点开始能听到广播，行驶到Q点不能听到广播，

则$AP = AQ = 500$米，$AB = 300$米，

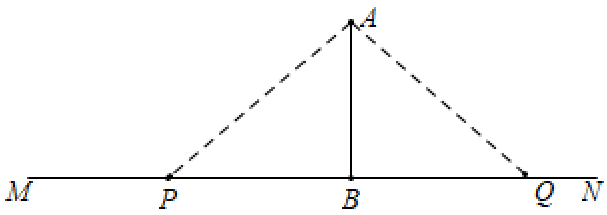
由勾股定理得：

$BP = BQ = \sqrt{500^2 - 300^2} = 400$(米)，

$\therefore PQ = 800$米，

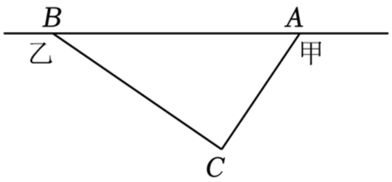
$\therefore$能听到广播的时间为：$800 \div 50 = 16$(分钟)，

$\therefore$村庄总共能听到16分钟的宣传．



【点睛】本题考查了勾股定理的应用，结合生活实际，便于更好地理解题意是解题的关键．

【变式 5-2】（2023 春·山东青岛·八年级校考期末）如图所示，在甲村至乙村的公路AB旁有一块山地正在开发，现需要在C处进行爆破，已知点C与公路上的停靠站A的距离为 300 米，与公路上的另一停靠站B的距离为 400 米，且$CA \perp CB$．为了安全起见，爆破点C周围半径 250 米范围内不得进入，在进行爆破时，公路AB是否有危险而需要封锁？如果需要，请计算需要封锁的路段长度；如果不需要，请说明理由．

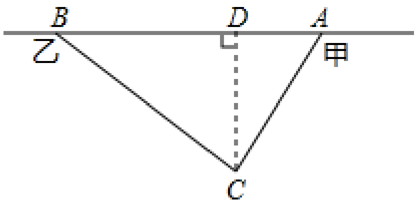


【答案】公路AB有危险需要封锁，需要封锁的路段长度为 140 米

【分析】过C作$CD \perp AB$于D,利用勾股定理算出AB的长度，然后利用三角形的面积公式可求出CD的长，用CD的长和 250 比较大小即可判断是否需要封锁，最后根据勾股定理求出封锁的长度．

【详解】解：公路AB需要暂时封锁，

理由如下：如图，过C作$CD \perp AB$于D，



因为$BC = 400$米，$AC = 300$米，$\angle ACB = 90°$，

所以根据勾股定理有$AB = 500$米，

因为$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2}BC \cdot AC$，

所以$CD = \frac{BC \cdot AC}{AB} = \frac{400 \times 300}{500} = 240$（米），

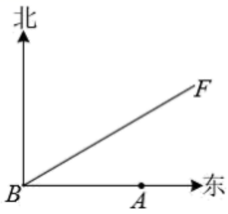
由于240米< 250米,故有危险，

封锁长度为：$2 \times \sqrt{250^2 - 240^2} = 140$米，

因此AB段公路需要暂时封锁，封锁长度为 140 米.

【点睛】本题考查了正确运用勾股定理，善于观察题目的信息是解题的关键.

【变式 5-3】（2023 春·广东广州·八年级校考期中）如图，A 城气象台测得台风中心在 A 城正西方向 320 km 的 B 处，以每小时 40 km 的速度向北偏东 60°的BF方向移动，距离台风中心 200 km 的范围内是受台风影响的区域.



(1)A 城是否受到这次台风的影响？为什么？

(2)若 A 城受到这次台风影响，则 A 城遭受这次台风影响有多长时间？

【答案】(1)要，理由见解析

(2)6h

【分析】（1）由 A 点向BF作垂线，垂足为 C，根据勾股定理求得AC的长，与 200km比较即可得结论；

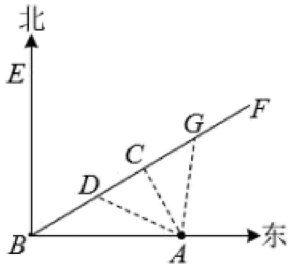
（2）BF上分别取 D、G，则$\triangle ADG$是等腰三角形，由$AC \perp BF$，则 C 是DG的中点，在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中，解出CD的长，则可求DG长，在GD长的范围内都是受台风影响，再根据速度与距离的关系则可求时间.

【详解】（1）解：由 A 点向BF作垂线，垂足为 C，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ABC = 30°$，$AB = 320\ \text{km}$，则$AC = 160\ \text{km}$，

因为$160 < 200$，所以 A 城要受台风影响；

（2）设BF上点 D，$DA = 200\ \text{km}$，则还有一点 G，有$AG = 200\ \text{km}$.



$\because DA = AG$，

$\therefore \triangle ADG$是等腰三角形，

$\because AC \perp BF$，

$\therefore AC$是DG的垂直平分线，$CD=GC$，

在$\text{Rt}\triangle ADC$中，$DA=200$ km，$AC=160$ km，

由勾股定理得，$CD=\sqrt{DA^2-AC^2}=\sqrt{200^2-160^2}=120$ km，

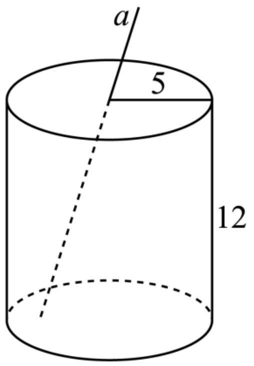
则$DG=2DC=240$ km，

遭受台风影响的时间是：$t=240\div40=6$（h）.

【点睛】此题主要考查了勾股定理的应用以及点到直线的距离，构造出直角三角形是解题关键.

【题型 6　解决水杯中筷子问题】

【例 6】（2023 春·河北唐山·八年级统考期中）如图是一个圆柱形饮料罐，底面半径是5，高是12，上底面中心有一个小圆孔，则一条长16cm的直吸管露在罐外部分a的长度（罐壁的厚度和小圆孔的大小忽略不计）范围是（　）

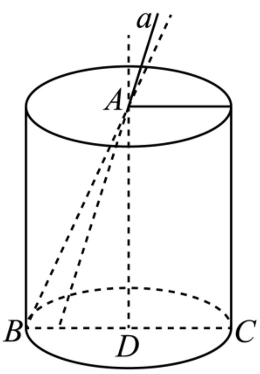


A．$4<a<5$　　B．$3\le a\le4$　　C．$2\le a\le3$　　D．$1\le a\le2$

【答案】B

【分析】如图，当吸管底部在D点时吸管在罐内部分最短，当吸管底部在B点时吸管在罐内部分最长，此时利用勾股定理在$\text{Rt}\triangle ADB$中求出AB即可.

【详解】解：如图，



当吸管底部在底面圆心时吸管在罐内部分最短，

此时吸管的的长度就是圆柱形的高，即12，

$\therefore a=16-12=4$，

当吸管底部在饮料罐的壁底时吸管在罐内部分最长，

吸管长度$=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$，

$\therefore$ 此时$a=16-13=3$，

所以$3\leq a\leq 4$．

故选：B．

【点睛】本题考查勾股定理的应用，善于观察题目的信息，正确理解题意是解题的关键．

【变式 6-1】（2023 春·重庆渝中·八年级重庆市求精中学校校考期中）一根竹竿插到水池中离岸边 1.5m 远的水底，竹竿高出水面 0.5m，若把竹竿的顶端拉向岸边，则竿顶刚好接触到岸边，并且和水面一样高，问水池的深度为（　　）

A．2m　　　B．2.5cm　　　C．2.25m　　　D．3m

【答案】A

【分析】设水池的深度 $BC=xm$，则 $AB=$（$0.5+x$）m，根据勾股定理列出方程，进而即可求解．

【详解】解：在直角△ABC 中，$AC=1.5m$．$AB-BC=0.5m$．

设水池的深度 $BC=xm$，则 $AB=$（$0.5+x$）m．

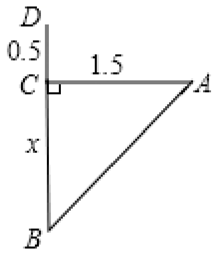
根据勾股定理得出：

$\because AC^2+BC^2=AB^2$，

$\therefore 1.5^2+x^2=(x+0.5)^2$，

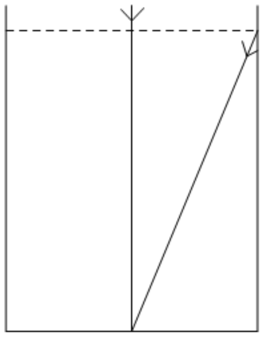
解得：$x=2$．

故选：A．



【点睛】本题主要考查勾股定理的实际应用，根据勾股定理，列出方程，是解题的关键．

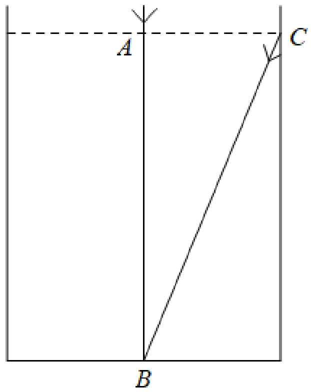
【变式 6-2】（2023 春·山东青岛·八年级校考期中）有一个边长为 10 米的正方形水池，在水池正中央有一根新生的芦苇，它高出水面 1 米．如果把这根芦苇垂直拉向岸边，它的顶端恰好到达岸边的水面，请问：这个水池水的深度和这根芦苇的长度分别是多少？



【答案】水池水深 12 米，芦苇长 13 米

【分析】根据题意，构造直角三角形，根据勾股定理列出方程求解即可.

【详解】解：如图：设芦苇 BC 长为 x 米，则水深 AB 为（x-1）米.



∵芦苇长在水池中央，

∴$AC=\frac{1}{2}\times10=5$（米）

根据勾股定理得：$AC^2+AB^2=BC^2$，

则：$5^2+(x-1)^2=x^2$，

解得：x=13，

∴x-1=13-1=12，

答：水池水深 12 米，芦苇长 13 米.

【点睛】本题主要考查勾股定理的实际应用，熟练掌握勾股定理的内容，勾股题意构造直角三角形，，根据勾股定理列出方程求解是解题的关键.

【变式 6-3】（2023 春·河南漯河·八年级统考期中）如图，湖面上有一朵盛开的红莲，它高出水面 30cm．大风吹过，红莲被吹至一边，花朵下部刚好齐及水面，已知红莲移动的水平距离为 60cm，则水深是_____ cm．