

新疆石河子二中 2023-2024 学年高三数学第一学期期末质量检测模拟试题

注意事项

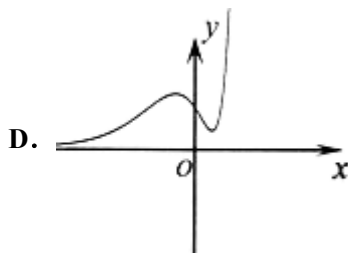
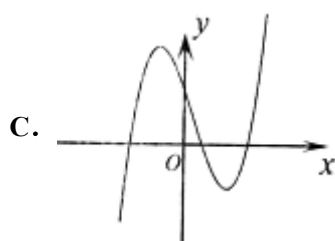
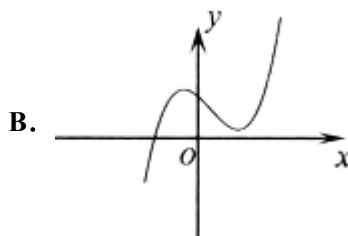
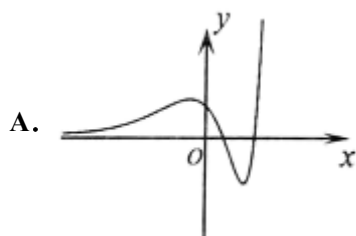
1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在复平面内， $\frac{3+i}{1-i}$ 复数（ i 为虚数单位）的共轭复数对应的点位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 函数 $f(x) = (x^2 - 4x + 1) \cdot e^x$ 的大致图象是（ ）



3. $(2^x - 1)(2 - 2^x)^5$ 的展开式中 8^x 的项的系数为（ ）

- A. 120 B. 80 C. 60 D. 40

4. 设集合 $A = \{x | -2 < x < a\}$ ， $B = \{0, 2, 4\}$ ，若集合 $A \cap B$ 中有且仅有 2 个元素，则实数 a 的取值范围为

- A. $(0, 2)$ B. $(2, 4]$
C. $[4, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

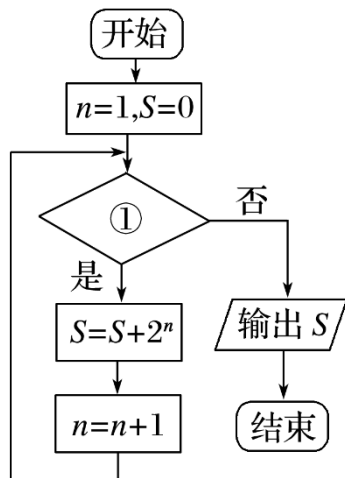
5. 已知 $f(x) = e^{x-1} - e^{1-x} + x$ ，则不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集是（ ）

- A. $[1, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0]$ D. $(-\infty, 1]$

6. 一个正四棱锥形骨架的底边边长为 2，高为 $\sqrt{2}$ ，有一个球的表面与这个正四棱锥的每个边都相切，则该球的表面积为（ ）

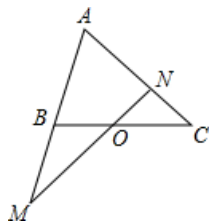
- A. $4\sqrt{3}\pi$ B. 4π C. $4\sqrt{2}\pi$ D. 3π

7. 如图所示的程序框图输出的 S 是 126, 则①应为 ()



- A. $n \leq 5?$ B. $n \leq 6?$ C. $n \leq 7?$ D. $n \leq 8?$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 是 BC 的中点, 过点 O 的直线分别交直线 AB , AC 于不同的两点 M , N , 若 $\vec{AB} = m\vec{AM}$, $\vec{AC} = n\vec{AN}$, 则 $m+n =$ ()



- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3

9. 已知函数 $f(x) = m^x - m$ ($m > 0$, 且 $m \neq 1$) 的图象经过第一、二、四象限, 则 $a = |f(\sqrt{2})|$, $b = \left| f\left(4^{\frac{3}{8}}\right) \right|$, $c = |f(0)|$ 的大小关系为 ()

- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$
C. $a < b < c$ D. $b < a < c$

10. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ ($a > 0$) 的两个焦点, 过点 F_1 且垂直于 x 轴的直线与 C 相交于 A, B 两点, 若 $|AB| = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABF_2$ 的内切圆的半径为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

11. 已知复数 z 满足: $(1+i)(z-1) = 1-i$, 则 z 的共轭复数为 ()

- A. $1-2i$ B. $1+i$ C. $-1+i$ D. $1+2i$

12. 点 O 为 $\triangle ABC$ 的三条中线的交点, 且 $OA \perp OB$, $AB = 2$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为()

- A. 4 B. 8 C. 6 D. 12

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 运行下面的算法伪代码, 输出的结果为 $S =$ _____.

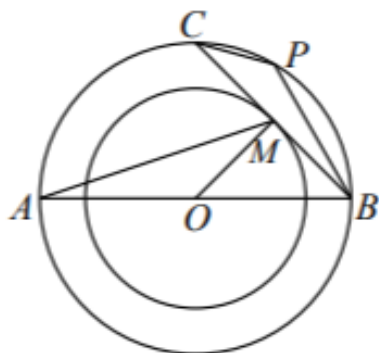
```

S ← 0
For i From 1 To 10 Step 1
    S ← S +  $\frac{1}{i(i+1)}$ 
End For
Print S

```

14. 在 $(2-x)^5$ 的展开式中, x^3 项的系数是_____ (用数字作答).

15. 如图, 两个同心圆 O 的半径分别为 2 和 $\sqrt{2}$, AB 为大圆 O 的一条直径, 过点 B 作小圆 O 的切线交大圆于另一点 C , 切点为 M , 点 P 为劣弧 $\widehat{BC}$ 上的任一点 (不包括 B, C 两点), 则 $\overrightarrow{AM} \cdot (\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP})$ 的最大值是_____.



16. 若 $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - a\sqrt{x_0^2 + 1} + 5 < 0$ 为假, 则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+2| + |x-3|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq 3x - 2$;

(2) 若函数 $f(x)$ 最小值为 M , 且 $2a + 3b = M (a > 0, b > 0)$, 求 $\frac{1}{2a+1} + \frac{3}{b+1}$ 的最小值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x-1| + |x-a|$

(I) 当 $a = 2$ 时, 解不等式 $f(x) \geq 4$.

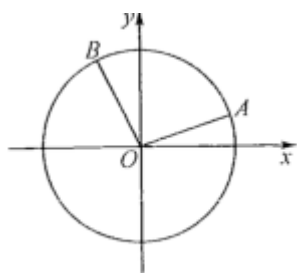
(II) 若不等式 $f(x) \geq 2a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围

19. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{ae^x} - 1 (a \in \mathbb{R}, a \neq 0)$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 没有零点, 求实数 a 的取值范围.

20. (12分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 以 x 轴正半轴为始边的锐角 α 的终边与单位圆 O 交于点 A , 且点 A 的纵坐标是 $\frac{\sqrt{10}}{10}$.



(1) 求 $\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{4}\right)$ 的值;

(2) 若以 x 轴正半轴为始边的钝角 β 的终边与单位圆 O 交于点 B , 且点 B 的横坐标为 $-\frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 $\alpha + \beta$ 的值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln(2x+a) (x > 0, a > 0)$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线在 y 轴上的截距为 $\ln 3 - \frac{2}{3}$.

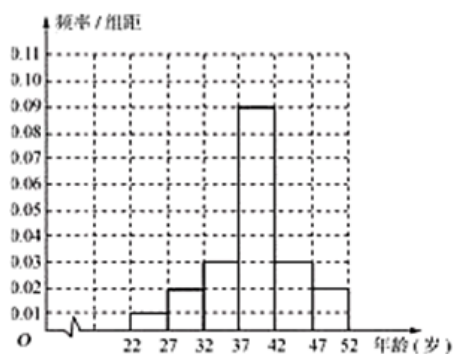
(1) 求 a ;

(2) 讨论函数 $g(x) = f(x) - 2x (x > 0)$ 和 $h(x) = f(x) - \frac{2x}{2x+1} (x > 0)$ 的单调性;

(3) 设 $a_1 = \frac{2}{5}$, $a_{n+1} = f(a_n)$, 求证: $\frac{5-2^{n+1}}{2^n} < \frac{1}{a_n} - 2 < 0 (n \geq 2)$.

22. (10分) 武汉有“九省通衢”之称, 也称为“江城”, 是国家历史文化名城. 其中著名的景点有黄鹤楼、户部巷、东湖风景区等等.

(1) 为了解“五一”劳动节当日江城某旅游景点游客年龄的分布情况, 从年龄在 22 岁到 52 岁的游客中随机抽取了 1000 人, 制成了如图的频率分布直方图:



现从年龄在 $[42, 52]$ 内的游客中，采用分层抽样的方法抽取 10 人，再从抽取的 10 人中随机抽取 4 人，记 4 人中年龄在 $[47, 52]$ 内的人数为 ξ ，求 $P(\xi = 3)$ ；

(2) 为了给游客提供更舒适的旅游体验，该旅游景点游船中心计划在 2020 年劳动节当日投入至少 1 艘至多 3 艘 A 型游船供游客乘坐观光.由 2010 到 2019 这 10 年间的的历史数据资料显示每年劳动节当日客流量 X （单位：万人）都大于 1.将每年劳动节当日客流量数据分成 3 个区间整理得表：

劳动节当日客流量 X	$1 < X < 3$	$3 \leq X \leq 5$	$X > 5$
频数（年）	2	4	4

以这 10 年的数据资料记录的 3 个区间客流量的频率作为每年客流量在该区间段发生的概率，且每年劳动节当日客流量相互独立.

该游船中心希望投入的 A 型游船尽可能被充分利用，但每年劳动节当日 A 型游船最多使用量（单位：艘）要受当日客流量 X （单位：万人）的影响，其关联关系如下表：

劳动节当日客流量 X	$1 < X < 3$	$3 \leq X \leq 5$	$X > 5$
A 型游船最多使用量	1	2	3

若某艘 A 型游船在劳动节当日被投入且被使用，则游船中心当日可获得利润 3 万元；若某艘 A 型游船劳动节当日被投入却不被使用，则游船中心当日亏损 0.5 万元.记 Y （单位：万元）表示该游船中心在劳动节当日获得的总利润， Y 的数学期望越大游船中心在劳动节当日获得的总利润越大，问该游船中心在 2020 年劳动节当日应投入多少艘 A 型游船才能使其当日获得的总利润最大？

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

将复数化简得 $z=1+2i$, $\bar{z}=1-2i$, 即可得到对应的点为 $(1, -2)$, 即可得出结果.

【详解】

$$z = \frac{3+i}{1-i} = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+2i \Rightarrow \bar{z} = 1-2i, \text{ 对应的点位于第四象限.}$$

故选: D.

【点睛】

本题考查复数的四则运算, 考查共轭复数和复数与平面内点的对应, 难度容易.

2、A

【解析】

用 $x < 0$ 排除 B, C ; 用 $x = 2$ 排除 D ; 可得正确答案.

【详解】

解: 当 $x < 0$ 时, $x^2 - 4x + 1 > 0$, $e^x > 0$,

所以 $f(x) > 0$, 故可排除 B, C ;

当 $x = 2$ 时, $f(2) = -3e^2 < 0$, 故可排除 D .

故选: A.

【点睛】

本题考查了函数图象, 属基础题.

3、A

【解析】

化简得到 $(2^x - 1)(2 - 2^x)^5 = 2^x \cdot (2 - 2^x)^5 - (2 - 2^x)^5$, 再利用二项式定理展开得到答案.

【详解】

$$(2^x - 1)(2 - 2^x)^5 = 2^x \cdot (2 - 2^x)^5 - (2 - 2^x)^5$$

展开式中 8^x 的项为 $2^x C_5^2 2^3 (-2^x)^2 - C_5^3 2^2 (-2^x)^3 = 120 \times 8^x$.

故选: A

【点睛】

本题考查了二项式定理,意在考查学生的计算能力.

4、B

【解析】

由题意知 $\{0,2\} \subseteq A$ 且 $4 \notin A$, 结合数轴即可求得 a 的取值范围.

【详解】

由题意知, $A \cap B = \{0,2\}$, 则 $\{0,2\} \subseteq A$, 故 $a > 2$,

又 $4 \notin A$, 则 $a \leq 4$, 所以 $2 < a \leq 4$,

所以本题答案为 B.

【点睛】

本题主要考查了集合的关系及运算, 以及借助数轴解决有关问题, 其中确定 $A \cap B$ 中的元素是解题的关键, 属于基础题.

5、A

【解析】

构造函数 $g(x) = f(x) - 1$, 通过分析 $g(x)$ 的单调性和对称性, 求得不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集.

【详解】

构造函数 $g(x) = f(x) - 1 = e^{x-1} - \frac{1}{e^{x-1}} + (x-1)$,

$g(x)$ 是单调递增函数, 且向左移动一个单位得到 $h(x) = g(x+1) = e^x - \frac{1}{e^x} + x$,

$h(x)$ 的定义域为 R , 且 $h(-x) = \frac{1}{e^x} - e^x - x = -h(x)$,

所以 $h(x)$ 为奇函数, 图像关于原点对称, 所以 $g(x)$ 图像关于 $(1,0)$ 对称.

不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 等价于 $f(x) - 1 + f(3-2x) - 1 \leq 0$,

等价于 $g(x) + g(3-2x) \leq 0$, 注意到 $g(1) = 0$,

结合 $g(x)$ 图像关于 $(1,0)$ 对称和 $g(x)$ 单调递增可知 $x+3-2x \leq 2 \Rightarrow x \geq 1$.

所以不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集是 $[1, +\infty)$.

故选: A

【点睛】

本小题主要考查根据函数的单调性和对称性解不等式，属于中档题.

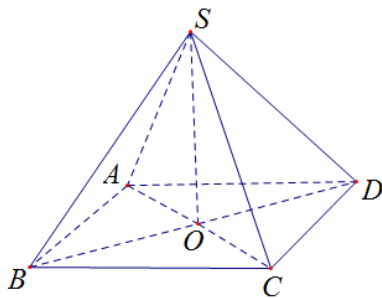
6、B

【解析】

根据正四棱锥底边边长为2，高为 $\sqrt{2}$ ，得到底面的中心到各棱的距离都是1，从而底面的中心即为球心.

【详解】

如图所示：



因为正四棱锥底边边长为2，高为 $\sqrt{2}$ ，

所以 $OB = \sqrt{2}$, $SB = 2$ ，

O 到 SB 的距离为 $d = \frac{SO \times OB}{SB} = 1$,

同理 O 到 SC , SD , SA 的距离为1，

所以 O 为球的球心，

所以球的半径为：1，

所以球的表面积为 4π .

故选：B

【点睛】

本题主要考查组合体的表面积，还考查了空间想象的能力，属于中档题.

7、B

【解析】

试题分析：分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是累加 $S=2+2^2+\dots+2^n$ 的值，并输出满足循环的条件.

解：分析程序中各变量、各语句的作用，

再根据流程图所示的顺序，可知：

该程序的作用是累加 $S=2+2^2+\dots+2^n$ 的值，

并输出满足循环的条件．

$$\because S=2+2^2+\dots+2^1=121,$$

故①中应填 $n \leq 1$ ．

故选 B

点评：算法是新课程中的新增加的内容，也必然是新高考中的一个热点，应高度重视．程序填空也是重要的考试题型，这种题考试的重点有：①分支的条件②循环的条件③变量的赋值④变量的输出．其中前两点考试的概率更大．此种题型的易忽略点是：不能准确理解流程图的含义而导致错误．

8、C

【解析】

连接 AO ，因为 O 为 BC 中点，可由平行四边形法则得 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ，再将其用 $\overrightarrow{AM}$ ， $\overrightarrow{AN}$ 表示．由 M 、 O 、 N

三点共线可知，其表达式中的系数和 $\frac{m}{2} + \frac{n}{2} = 1$ ，即可求出 $m+n$ 的值．

【详解】

连接 AO ，由 O 为 BC 中点可得，

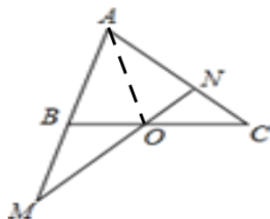
$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{m}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{n}{2}\overrightarrow{AN},$$

∵ M 、 O 、 N 三点共线，

$$\therefore \frac{m}{2} + \frac{n}{2} = 1,$$

$$\therefore m+n=2.$$

故选：C.



【点睛】

本题考查了向量的线性运算，由三点共线求参数的问题，熟记向量的共线定理是关键．属于基础题．

9、C

【解析】

根据题意，得 $0 < m < 1$ ， $f(1) = 0$ ，则 $f(x)$ 为减函数，从而得出函数 $|f(x)|$ 的单调性，可比较 a 和 b ，而

$c = |f(0)| = 1 - m$ ，比较 $f(0), f(2)$ ，即可比较 a, b, c 。

【详解】

因为 $f(x) = m^x - m (m > 0, \text{ 且 } m \neq 1)$ 的图象经过第一、二、四象限，

所以 $0 < m < 1$ ， $f(1) = 0$ ，

所以函数 $f(x)$ 为减函数，函数 $|f(x)|$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递减，在 $(1, +\infty)$ 上单调递增，

又因为 $1 < \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} < 4^{\frac{3}{8}} = 2^{\frac{3}{4}} < 2$ ，

所以 $a < b$ ，

又 $c = |f(0)| = 1 - m$ ， $|f(2)| = m^2 - m$ ，

则 $|f(2)| - |f(0)| = m^2 - 1 < 0$ ，

即 $|f(2)| < |f(0)|$ ，

所以 $a < b < c$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查利用函数的单调性比较大小，还考查化简能力和转化思想。

10、B

【解析】

设左焦点 F_1 的坐标，由 AB 的弦长可得 a 的值，进而可得双曲线的方程，及左右焦点的坐标，进而求出三角形 ABF_2 的面积，再由三角形被内切圆的圆心分割 3 个三角形的面积之和可得内切圆的半径。

【详解】

由双曲线的方程可设左焦点 $F_1(-c, 0)$ ，由题意可得 $AB = \frac{2b^2}{a} = \sqrt{2}$ ，

由 $b = 1$ ，可得 $a = \sqrt{2}$ ，

所以双曲线的方程为： $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

所以 $F_1(-\sqrt{3}, 0), F_2(\sqrt{3}, 0)$ ，

所以 $S_{\triangle ABF_2} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot F_1F_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{6}$

三角形 ABF_2 的周长为 $C = AB + AF_2 + BF_2 = AB + (2a + AF_1) + (2a + BF_1) = 4a + 2AB = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/536134010011010105>