第一学期

高二年级期末考试数学试卷

命题人：高二数学备课组　审阅人：高二数学备课组

班级________学号________姓名_________得分__________

注意事项：

1.本试卷共 4 页，包括单选题（第 1 题~第 8 题）、多选题（第 9 题~第 12 题）、填空题（第 13 题~第 16 题）、解答题（第 17 题~第 22 题）四部分. 本试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟.

2.答题前，请务必将自己的姓名、班级、学号写在答题纸的密封线内. 试题的答案写在答题纸上相应题目的答题区域内. 考试结束后，交回答题纸.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 直线 $x+\sqrt{3}y+1=0$ 的倾斜角是（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】先求出直线的斜率，再由斜率与倾斜角的关系可求出倾斜角.

【解析】直线 $x+\sqrt{3}y+1=0$ 的斜率为 $k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，

设直线的倾斜角为 $\alpha,\alpha\in[0,\pi)$，则

$\tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\alpha=\frac{5\pi}{6}$.

故选：D.

2. 若数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是等差数列，且 $a_4=2,a_8=12$，则 $a_{12}=$（　　）

A. 30　　B. $\frac{9}{2}$　　C. 20　　D. $\frac{5}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用等差中项列式求解即可.

【解析】数列$\left\{\dfrac{a_n}{n}\right\}$是等差数列，则$\dfrac{a_8}{8}$是$\dfrac{a_4}{4}$和$\dfrac{a_{12}}{12}$的等差中项，

有$2\times\dfrac{a_8}{8}=\dfrac{a_4}{4}+\dfrac{a_{12}}{12}$，即$2\times\dfrac{12}{8}=\dfrac{2}{4}+\dfrac{a_{12}}{12}$，解得$a_{12}=30$.

故选：A

3. 若函数 $f\left(x\right)=\sin x+2xf'\left(0\right)$，则 $f'\left(0\right)=$（　　）

A. -3　　B. -1　　C. 1　　D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】利用导数的运算法则求得$f'\left(x\right)$，从而求得$f'\left(0\right)$.

【解析】因为$f\left(x\right)=\sin x+2xf'\left(0\right)$，所以$f'\left(x\right)=\cos x+2f'\left(0\right)$，

则$f'\left(0\right)=\cos 0+2f'\left(0\right)=1+2f'\left(0\right)$，所以$f'\left(0\right)=-1$，

故选：B．

4. 若等比数列$\left\{a_n\right\}$的各项均为正数，且$\dfrac{3a_2}{2}$，$\dfrac{a_4}{4}$，a_3成等差数列，则$\dfrac{a_{21}+a_{20}}{a_{18}+a_{17}}=$（　　）

A. -1　　B. 3　　C. 9　　D. 27

【答案】D

【解析】

【分析】由等差中项的性质可得等比数列的公比，即可得解.

【解析】设数列$\left\{a_n\right\}$的公比为$q>0$，

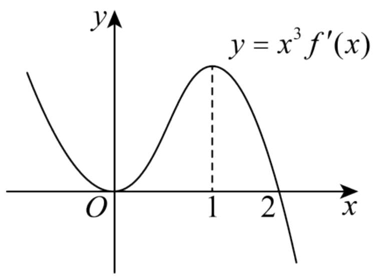
由$\dfrac{3a_2}{2}$，$\dfrac{a_4}{4}$，a_3成等差数列，故$\dfrac{3a_2}{2}+a_3=2\times\dfrac{a_4}{4}=\dfrac{a_4}{2}$，

即有$\dfrac{3a_1q}{2}+a_1q^2=\dfrac{a_1q^3}{2}$，化简得$q^2-2q-3=0$，解得$q=3$或$q=-1$（舍），

故$\dfrac{a_{21}+a_{20}}{a_{18}+a_{17}}=\dfrac{q^3\left(a_{18}+a_{17}\right)}{a_{18}+a_{17}}=q^3=3^3=27$.

故选：D.

5. 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=x^3f'(x)$ 的图象如图所示，则函数 $y=f(x)$ 的增区间为（　　）



A. $[0,1]$　　　　B. $[0,2]$

C. $(-\infty,0]$　　　　D. $(-\infty,2]$

【答案】B

【解析】

【分析】根据图象可得 $f'(x)$ 的正负可判断 $y=f(x)$ 的单调性从而得到答案.

【解析】由图象可得，

当 $0\le x\le 2$ 时，由 $y=x^3f'(x)\ge 0$ 得 $f'(x)\ge 0$， $y=f(x)$ 在 $[0,2]$ 上单调递增，

当 $x>2$ 时，由 $y=x^3f'(x)<0$ 得 $f'(x)<0$， $y=f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递减，

当 $x<0$ 时，由 $y=x^3f'(x)>0$ 得 $f'(x)<0$， $y=f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，

综上，函数 $y=f(x)$ 的增区间为 $[0,2]$.

故选：B.

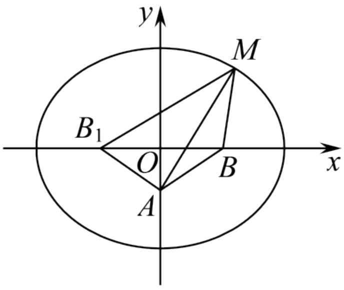
6. 已知点 M 在椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 上，点 $A\left(0,-\dfrac{3}{4}\right)$，$B(1,0)$，则 $|MA|+|MB|$ 的最大值为（　　）

A. $\dfrac{11}{4}$　　　　B. 4　　　　C. $\dfrac{21}{4}$　　　　D. 5

【答案】C

【解析】

【分析】作出椭圆的另一个焦点，转化线段，最后利用三角不等式解决即可.

【解析】

作椭圆的左焦点 $B_1(-1,0)$，则 $|MA|+|MB|=|MA|+4-|MB_1|\le 4+|AB_1|$，

当且仅当点 M 为线段 AB_1 的延长线与椭圆的交点时取得，由两点间距离公式得

$|AB_1|=\sqrt{4+\frac{9}{16}}=\frac{5}{4}$，

故 $|MA|+|MB|=|MA|+4-|MB_1|\le 4+|AB_1|=\frac{21}{4}$，C 正确，

故选：C

7. 设 $a\in\mathrm{R}$，若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+3x+2, x\ge -1\\ \ln(-x), x<-1\end{cases}$，关于 x 的方程 $f(x)=a(x+1)$ 有且仅有 1 个实根，则 a 的取值范围为（　　）

A. $(-\infty,-1]\cup[0,1]$　　　　B. $[-1,0]\cup[1,+\infty)$

C. $[-1,1]$　　　　D. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

【答案】A

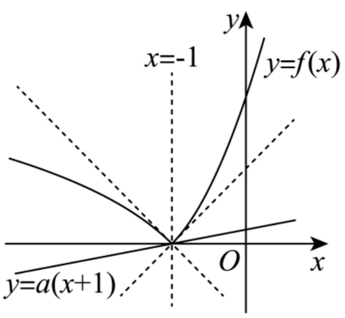
【解析】

【分析】转化为 $y=f(x), y=a(x+1)$ 的图象交点问题，数形结合求解即可.

【解析】问题化为 $y=f(x), y=a(x+1)$ 的图象交点有且仅有一个，

由解析式知：$y=f(x), y=a(x+1)$ 的图象都经过点 $(-1,0)$，

所以，只需在 $x=-1$ 处 $y=a(x+1)$ 与 $f(x)$ 两个分段上的图象都相切为临界情况，如下图，



对于 $y=x^2+3x+2$，有 $y'=2x+3$，故 $y'|_{x=-1}=1$；

对于 $y=\ln(-x)$，有 $y'=\dfrac{1}{x}$，故 $y'|_{x=-1}=-1$；

如上图，$y=a(x+1)$ 中，当 $a\le -1$ 或 $0\le a\le 1$ 时，$y=f(x), y=a(x+1)$ 的图象仅有一个交点.

所以 $a\in(-\infty,-1]\cup[0,1]$.

故选：A

8. 若数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 满足 $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n=\dfrac{\sqrt{5}a_n+b_n}{2}$，且 $a_n\in\mathbf{Z}$，$b_n\in\mathbf{Z}$，则下列结论成立的是（　　）

A. $a_2=3$

B. $\forall n\in\mathbf{N}^*$，满足 $b_{n+2}=b_{n+1}+2b_n$

C. $\forall n\in\mathbf{N}^*$，满足 $\left(a_{n+1}^2-a_na_{n+2}\right)^2=1$

D. $\exists n\in\mathbf{N}^*$，使得 $a_n>b_n$ 成立

【答案】C

【解析】

【分析】由 $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n=\dfrac{\sqrt{5}a_n+b_n}{2}$，可得 $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}=\dfrac{\sqrt{5}a_n+b_n}{2}\times\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{5}a_{n+1}+b_{n+1}}{2}$，化简得 $\dfrac{\sqrt{5}(a_n+b_n)+(5a_n+b_n)}{4}=\dfrac{\sqrt{5}\times 2a_{n+1}+2b_{n+1}}{4}$，即有 $a_n+b_n=2a_{n+1}$、$5a_n+b_n=2b_{n+1}$，可得 $a_{n+2}=a_n+a_{n+1}$、$b_{n+2}=b_n+b_{n+1}$，由 $n=1$、$n=2$ 时可得 $a_1=1$、$b_1=1$、$a_2=1$、$b_2=3$，即可逐项研究判断.

【解析】由 $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n=\dfrac{\sqrt{5}a_n+b_n}{2}$，故

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}=\frac{\sqrt{5}a_n+b_n}{2}\times\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)=\frac{\sqrt{5}a_{n+1}+b_{n+1}}{2},$$

即 $\dfrac{\sqrt{5}(a_n+b_n)+(5a_n+b_n)}{4}=\dfrac{\sqrt{5}a_{n+1}+b_{n+1}}{2}=\dfrac{\sqrt{5}\times 2a_{n+1}+2b_{n+1}}{4}$，

即有 $a_n+b_n=2a_{n+1}$，$5a_n+b_n=2b_{n+1}$，

由 $a_n+b_n=2a_{n+1}$，有 $b_n=2a_{n+1}-a_n$，

即 $5a_n+2a_{n+1}-a_n=2\left(2a_{n+2}-a_{n+1}\right)$，化简得 $a_{n+2}=a_n+a_{n+1}$，

有 $5a_n+b_n=2b_{n+1}$，有 $a_n=\dfrac{2b_{n+1}-b_n}{5}$，

即 $b_n=2\left(\dfrac{2b_{n+2}-b_{n+1}}{5}\right)-\dfrac{2b_{n+1}-b_n}{5}$，化简得 $b_{n+2}=b_n+b_{n+1}$，故 B 错误；

当 $n=1$ 时，$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}=\dfrac{\sqrt{5}a_1+b_1}{2}$，由 $a_n\in\mathbf{Z}$，$b_n\in\mathbf{Z}$，故 $a_1=1$，$b_1=1$，

当 $n=2$ 时，$\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2=\dfrac{\sqrt{5}a_2+b_2}{2}$，即 $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}=\dfrac{\sqrt{5}a_1+b_1}{2}$，故 $a_2=1$，$b_2=3$，

故 A 错误；

由 $a_{n+2}=a_n+a_{n+1}$，$b_{n+2}=b_n+b_{n+1}$，且 $a_1=1$，$b_1=1$，$a_2=1$，$b_2=3$，

故当 $n\geq 2$ 时，$b_n>a_n$ 恒成立，故 D 错误；

$a_{n+1}^2-a_na_{n+2}=a_{n+1}^2-\left(a_{n+2}-a_{n+1}\right)a_{n+2}=a_{n+1}^2-a_{n+2}^2+a_{n+1}a_{n+2}=-a_{n+2}^2+a_{n+1}a_{n+3}$，

又 $a_3=a_1+a_2=1+1=2$，有 $a_2^2-a_1a_3=1^2-1\times 2=-1\neq 0$，

故 $\dfrac{a_{n+2}^2-a_{n+1}a_{n+3}}{a_{n+1}^2-a_na_{n+2}}=-1$，

即数列 $\left\{a_{n+1}^2-a_na_{n+2}\right\}$ 是以 -1 为首项，-1 为公比的等比数列，

即 $a_{n+1}^2-a_na_{n+2}=-\left(-1\right)^{n-1}$，

故 $\left(a_{n+1}^2-a_na_{n+2}\right)^2=1$，故 C 正确.

故选：C.

【小结】关键点小结：本题关键是借助 $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n=\dfrac{\sqrt{5}a_n+b_n}{2}$，得到

$\dfrac{\sqrt{5}\left(a_n+b_n\right)+\left(5a_n+b_n\right)}{4}=\dfrac{\sqrt{5}\times 2a_{n+1}+2b_{n+1}}{4}$，即可得 $a_n+b_n=2a_{n+1}$，

$5a_n+b_n=2b_{n+1}$，从而得到 $a_{n+2}=a_n+a_{n+1}$，$b_{n+2}=b_n+b_{n+1}$.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 设 $k\in\mathrm{R}$，若函数 $f\left(x\right)=x^3-kx^2-k^2x+5$ 有且仅有一个零点，则 k 的值可以为（　　）

A. -3　　　　B. -1　　　　C. 1　　　　D. 2

【答案】BC

【解析】

【分析】求导，根据 k 的分类，可得函数的单调性，结合 $f\left(0\right)=5>0$，即可求解.

【解析】$f'\left(x\right)=3x^2-2kx-k^2=\left(x-k\right)\left(3x+k\right)$，$f\left(0\right)=5$，

当 $k>0$ 时，

当 $x>k$ 或 $x<-\frac{k}{3}$ 时，$f'\left(x\right)>0, f\left(x\right)$ 单调递增，当 $-\frac{k}{3}<x<k$ 时，$f'\left(x\right)<0, f\left(x\right)$ 单调递减，

由于 $f\left(0\right)=5>0$，$x\to+\infty, f\left(x\right)\to+\infty, x\to-\infty, f\left(x\right)\to-\infty$，

要使 $f\left(x\right)=x^3-kx^2-k^2x+5$ 且仅有一个零点，

则只需要 $f\left(k\right)=k^3-k^3-k^3+5>0$，故 $0<k<\sqrt[3]{5}$，此时 C 正确；

当 $k<0$ 时，

当 $x<k$ 或 $x>-\frac{k}{3}$ 时，$f'\left(x\right)>0, f\left(x\right)$ 单调递增，当 $k<x<-\frac{k}{3}$ 时，$f'\left(x\right)<0, f\left(x\right)$ 单调递减，

由于 $f\left(0\right)=5>0$，$x\to+\infty, f\left(x\right)\to+\infty, x\to-\infty, f\left(x\right)\to-\infty$，

要使 $f\left(x\right)=x^3-kx^2-k^2x+5$ 且仅有一个零点，

则只需要 $f\left(-\frac{k}{3}\right)=\left(-\frac{k}{3}\right)^3-k\left(-\frac{k}{3}\right)^2-k^2\left(-\frac{k}{3}\right)+5>0$，故 $-3<k<0$，此时 B 正确，

故选：BC.

10. 在等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，已知 $a_1=\pi$，公差为 π，$b_n=\cos a_n$，$c_n=a_nb_n$，则下列说法正确的是（　　）

A. $b_n=\left(-1\right)^{n+1}$　　　　B.

$b_1+b_2+b_3+\ldots+b_n=\dfrac{-1-(-1)^{n+1}}{2}$

C. $c_1+c_2+c_3+\ldots+c_n=\dfrac{(2n+1)\cdot(-1)^n-1}{4}\pi$　　　　D. $c_1+c_2+c_3+\ldots+c_{2n}=n\pi$

【答案】BCD

【解析】

【分析】对 A：利用等差数列基本量求得 a_n，再求 b_n 即可；

对 B：利用等比数列的前 n 项和公式，即可求得 $\{b_n\}$ 的前 n 项和；

对 C：对 n 分类讨论，当 n 为偶数时，利用分组求和法即可求得结果；当 n 为奇数时，利用前 n 项和与 c_n 的关系即可求得结果；

对 D：对 C 中所求的 T_n，进行赋值，即可求得结果.

【解析】对 A：由题可知：$a_n=\pi n$，故可得 $b_n=\cos(\pi n)$，显然数列 $\{b_n\}$ 是周期为 2 的数列，

又 $b_1=-1, b_2=1$，故 $\{b_n\}$ 是首项 -1，公比 -1 的等比数列，

则 $b_n=(-1)\times(-1)^{n-1}=(-1)^n$，故 A 错误；

对 B：设 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $S_n=\dfrac{-\left[1-(-1)^n\right]}{1-(-1)}=\dfrac{-1+(-1)^n}{2}=\dfrac{-1-(-1)^{n+1}}{2}$，故 B 正确；

对 C：$c_n=a_nb_n=(-1)^n n\pi$，设数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，

当 n 为偶数时，

$$T_n=(-\pi+2\pi)+(-3\pi+4\pi)+\cdots+\left[-(n-1)\pi+n\pi\right]=\frac{n}{2}\pi=\frac{(2n+1)\cdot(-1)^n-1}{4}\pi；$$

当 n 为奇数时，

$$T_n=T_{n+1}-c_{n+1}=\frac{n+1}{2}\pi-(-1)^{n+1}(n+1)\pi=\frac{n+1}{2}\pi-(n+1)\pi=-\frac{n+1}{2}\pi=\frac{(2n+1)\cdot(-1)^n-1}{4}\pi$$

；

综上所述，$T_n=\frac{(2n+1)\cdot(-1)^n-1}{4}\pi$；

对 D：$T_{2n}=\frac{(4n+1)-1}{4}\pi=n\pi$，故 D 正确.

故选：BCD

【小结】关键点小结：本题考察等差数列通项公式和前 n 项和的基本量的运算；对 CD 选项，解决问题的关键是，对 n 分奇数和偶数两种情况进行讨论，当 n 为偶数时，利用分组求和法进行求解；当 n 为奇数时，利用 T_n 与 c_n 的关系进行求解.属综合困难题.

11. 若函数 $f(x)=\frac{2}{1+e^{-x}}$，其导函数为 $f'(x)$，则下列说法正确的是（　　）

A. 函数 $f(x)$ 没有极值点

B. $f'(x)$ 是奇函数

C. 点 $(0,1)$ 是函数 $f(x)$ 的对称中心

D. $\forall x\in R, x[f(x)-1]\geq 0$

【答案】ACD

【解析】

【分析】通过原函数的导函数恒正推得原函数的单调性易得 A 项正确；对导函数运用奇函数的定义构造 $g(-x)+g(x)$，推理出结果恒不为零，故 B 项不成立；运用 $2-f(-x)=f(x)$ 成立即得 C 项；最后 D 项，是通过分类讨论分析，从函数的值域上判断结论成立.

【解析】对于 A 项，由函数 $f(x)=\frac{2}{1+e^{-x}}$ 求导得：$f'(x)=\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$，显然 $f'(x)>0$，

即 $f(x)$ 在 R 上为增函数，故函数 $f(x)$ 没有极值点，即 A 项正确；

对于 B 项，记 $g(x)=\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$，由 $g(-x)+g(x)=\frac{2e^{-x}}{(e^{-x}+1)^2}+\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$

$=\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}+\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}\neq 0$ 可知函数 $f'(x)$ 不是奇函数，故 B 项错误；

对于 C 项，由 $2-f(-x)=2-\frac{2}{1+e^x}=\frac{2e^x}{1+e^x}=\frac{2}{1+e^{-x}}=f(x)$ 可知函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(0,1)$ 成中心对称，故 C 项正确；

对于 D 项，当 $x \ge 0$ 时，因 $0 < e^{-x} \le 1$，则 $1 < 1 + e^{-x} \le 2$，从而，$1 \le \frac{2}{1+e^{-x}} < 2$，即 $f(x) - 1 \ge 0$，此时满足 $x[f(x)-1] \ge 0$；

当 $x < 0$ 时，因 $e^{-x} > 1$，则 $1 + e^{-x} > 2$，从而，$0 < \frac{2}{1+e^{-x}} < 1$，即 $f(x) - 1 < 0$，此时满足 $x[f(x)-1] > 0$.

综上可得：$\forall x \in R, x[f(x)-1] \ge 0$ 恒成立，故 D 项正确.

故选：ACD.

12. 过点 $M(4,0)$ 的直线与圆 $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 25$ 交于 A，B 两点，在线段 AB 上取一点 Q，使得 $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|} = \frac{2}{|MQ|}$，则线段 $|MQ|$ 的长可以为（　　）

A. $\frac{9}{2}$　　B. $\frac{16}{3}$　　C. $\frac{11}{2}$　　D. $\frac{35}{6}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】设圆心为 C，圆与 x 轴相切，设切点为 P，根据 $\triangle MPA \backsim \triangle MBP$，得 $|PM|^2 = |MA||MB|$，设 AB 的中点为 N，设圆心 C 到直线 AB 的距离 d，由 $\frac{2}{|MQ|} = \frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|} = \frac{|MN|}{18}$、$|MN| = \sqrt{61-d^2}$ 根据 d 的取值范围可得答案.

【解析】设圆心为 C，则 $C(-2,-5)$，圆的半径为 5，所以圆与 x 轴相切，

设切点为 P，则 $P(-2,0)$，连接 PA、PB、PC、MC，则 $|PM| = 6$，

因为 $\angle MPA = \angle MBP$，$\angle PMA = \angle BMP$，所以 $\triangle MPA \backsim \triangle MBP$，

所以 $|PM|^2 = |MA||MB| = 36$，

设 AB 的中点为 N，连接 CN，则 $CN \perp AB$，

设圆心 C 到直线 AB 的距离 d，则 $0 \le d < 5$，

$|MC| = \sqrt{(4+2)^2 + 5^2} = \sqrt{61}$，$|MN| = \sqrt{|MC|^2 - d^2} = \sqrt{61-d^2}$，

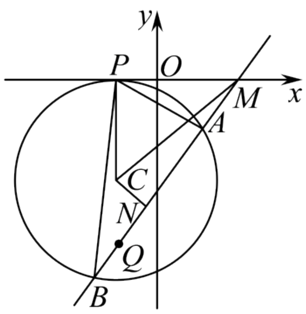
$|MA| + |MB| = 2|MA| + |AB| = 2|MA| + 2|AN| = 2|MN| = 2\sqrt{61-d^2}$，

因为$\frac{2}{|MQ|}=\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}=\frac{|MA|+|MB|}{|MA||MB|}=\frac{|MN|}{18}$，

所以$|MQ|=\frac{36}{|MN|}=\frac{36}{\sqrt{61-d^2}}$，因为$0\le d<5$，

所以$\frac{36}{\sqrt{61}}\le|MQ|<6$.

故选：BCD。



【小结】关键点小结：本题解题的关键点是由$\frac{2}{|MQ|}=\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}=\frac{|MN|}{18}$、$|MN|=\sqrt{61-d^2}$根据$d$的取值范围求解.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_n=3n-23$，则 S_n 的最小值为____________

【答案】-77

【解析】

【分析】利用等差数列的前n项和公式处理即可.

【解析】易知$a_1=-20$，$S_n=\frac{n(-20+3n-23)}{2}=\frac{3}{2}n^2-\frac{43}{2}n$，由二次函数性质得，对称轴为$n=\frac{43}{6}$，结合$n$一定为正整数，故在$n=7$时，$S_n$取得最小值,此时最小值为$-77$.

故答案为: -77

14. 已知点 P 在直线 $x-y=0$ 上，点 $A(1,3),B(3,4)$，则当 $\triangle ABP$ 的周长取得最小值时，点 P 的坐标为________________.

【答案】$(3,3)$

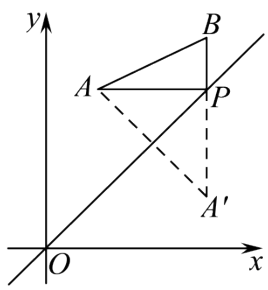
【解析】

【分析】因为$|AB|$为定值，所以当 $\triangle ABP$的周长取得最小值时，即$|PA|+|PB|$取得最小，转化为“将军饮马”问题，即可求解.

【解析】解：因为$|AB|$为定值，所以当 $\triangle ABP$的周长取得最小值时，即$|PA|+|PB|$取得最小，

设点$A(1,3)$关于直线$x-y=0$的对称点为$A'(m,n)$，连接$A'B$交直线$x-y=0$于点P，

此时$|PA|+|PB|$取得最小，如图所示：



则$\begin{cases}\dfrac{1+m}{2}-\dfrac{3+n}{2}=0\\ \dfrac{n-3}{m-1}\times 1=-1\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=3\\ n=1\end{cases}$，得$A'(3,1)$，

因为点$B(3,4)$，故所求点$P(3,3)$.

故答案为：$(3,3)$

15. 设函数 $f(x)=\ln(x^2+1)-\dfrac{1}{|x|}$，则满足$f(x)>f(2x+1)$的$x$的取值范围为____________.

【答案】$\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{3}\right)$

【解析】

【分析】判断$f(x)$的单调性和奇偶性，结合函数定义域，进而求解不等式即可.

【解析】$f(x)=\ln(x^2+1)-\dfrac{1}{|x|}$，则 $f(x)$的定义域为$\{x\,|\,x\neq 0\}$；

又$f(x)=f(-x)$，故$f(x)$为偶函数；