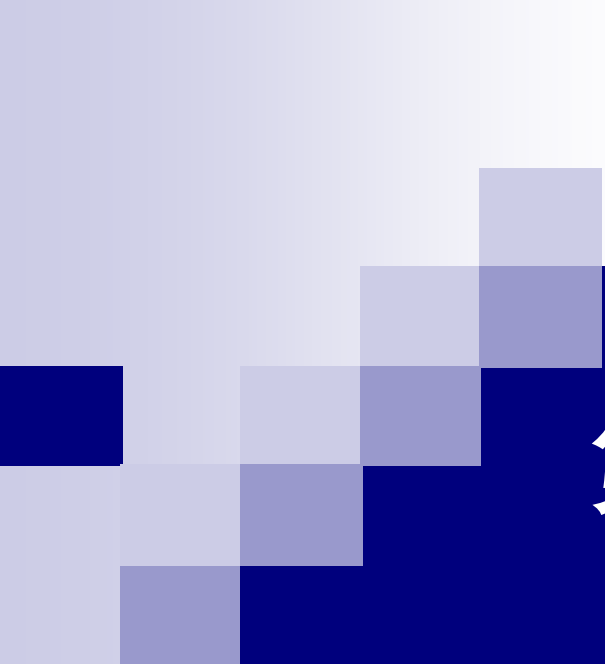
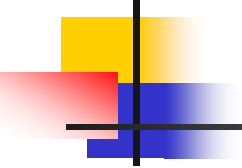




第一章 行列式



第一章 知识要点和解题方法

- 知识总结
- 重要公式
- 计算行列式的常用方法
- 基本要求与重点、难点

一、知识总结

(一) 概念

1. 全排列及其逆序数

2. n 阶行列式的定义

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{p_1 p_2 \cdots p_n} (-1)^{t(p_1 p_2 \cdots p_n)} a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$$

(二) 行列式的性质

1. 行列式与它的转置行列式相等,即 $D = D^T$.
2. 互换行列式的两行(列),行列式变号.
3. 如果行列式有两行(列)完全相同, 则此行列式等于零.
4. 行列式中如果有两行(列)元素成比例,则此行列式为零.

(二) 行列式的性质

5. 行列式的某一行(列)中所有的元素都乘同一个数 k , 等于用数 k 乘此行列式.

6. 行列式中某一行(列)的所有元素的公因子可以提到行列式符号的外面.

7. 若行列式的某一行(列)的元素都是两数之和, 则该行(列)可拆成两个行列式之和.

8. 把行列式的某一行(列)的各元素乘同一个数, 然后加到另一行(列)对应的元素上去, 行列式的值不变.

(二) 行列式的性质

5. 行列式的某一行(列)中所有的元素都乘同一个数 k , 等于用数 k 乘此行列式.

6. 行列式中某一行(列)的所有元素的公因子可以提到行列式符号的外面.

7. 若行列式的某一行(列)的元素都是两数之和, 则该行(列)可拆成两个行列式之和.

8. 把行列式的某一行(列)的各元素乘同一个数, 然后加到另一行(列)对应的元素上去, 行列式的值不变.

(三) 行列式按行(列)展开法则

定理 行列式等于它的任一行(列)的各元素与其对应的代数余子式乘积之和,即

$$D = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in} \quad (i = 1, 2, \cdots, n),$$

或 $D = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} \quad (j = 1, 2, \cdots, n).$

(三) 行列式按行(列)展开法则

推论 行列式某一行(列)的元素与另一行(列)的对应元素的代数余子式乘积之和等于零.

$$a_{i1}A_{j1} + a_{i2}A_{j2} + \cdots + a_{in}A_{jn} = 0, \quad i \neq j,$$

或
$$a_{1i}A_{1j} + a_{2i}A_{2j} + \cdots + a_{ni}A_{nj} = 0, \quad i \neq j.$$

(四) 克拉默法则

如果线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

的系数行列式 $D \neq 0$ ，则方程组有惟一解。

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, x_2 = \frac{D_2}{D}, \dots, x_n = \frac{D_n}{D}$$

克拉默法则只有在方程组中方程的个数等于未知量的个数,且 $D \neq 0$ 时才能使用!

(四) 克拉默法则

齐次线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = 0, \end{cases}$$

的系数行列式 $D \neq 0$ ，则齐次线性方程组只有惟一零解，即没有非零解。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/536204220110010143>