

## 六年级奥数上册：第一讲 工程问题

六年级奥数上册：第一讲 工程问题

### 第一讲 工程问题

工程问题是应用题中的一种类型。在工程问题中，一般要出现三个量：工作总量、工作时间（完成工作总量所需的时间）和工作效率（单位时间内完成的工作量）。

这三个量之间有下列一些关系式：

工作效率 $\times$ 工作时间=工作总量，

工作总量 $\div$ 工作时间=工作效率，

工作总量 $\div$ 工作效率=工作时间。

为叙述方便，把这三个量简称工量、工时和工效。

**例1** 一项工程，甲乙两队合作需12天完成，乙丙两队合作需15天完成，甲丙两队合作需20天完成，如果由甲乙丙三队合作需几天完成？

**分析** 设这项工程为1个单位，则甲、乙合作的工效为 $\frac{1}{20}$ ，乙、丙合作的工效为 $\frac{1}{15}$ ，甲、丙合作的工效为 $\frac{1}{12}$ 。因此甲、乙、丙三队合作的工效的两倍为 $\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$ ，所以甲、乙、丙三队合作的工效为 $(\frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}) \div 2 = \frac{1}{10}$ 。因此三队合作完成这项工程的时间为 $1 \div \frac{1}{10} = 10$ （天）。

**解：**  $1 \div [(\frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}) \div 2]$   
 $= 1 \div [\frac{1}{5} \div 2] = 1 \div \frac{1}{10} = 10$ （天）

答：甲、乙、丙三队合作需10天完成。

说明：我们通常把工量“一项工程”看成一个单位。这样，工效就用工时的倒数来表示。如例1中甲乙两队合作的工时为12天，那么工效就为 $\frac{1}{12}$ ，它表示甲乙两队一天完成全部工程的 $\frac{1}{12}$ 。

**例2** 师徒二人合作生产一批零件，6天可以完成任务。师傅先做5天后，因事外出，由徒弟接着做3天，共完成任务的 $\frac{7}{10}$ 。如果每人单独做这批零件各需几天？

**分析** 设一批零件为单位“1”。其中6天完成任务，用 $\frac{1}{6}$ 表示师徒的工效和。要求每人单独做各需几天，首先要求出各自的工效，关键在于把师傅先做5天，接着徒弟做3天转化为师徒二人合作3天，师傅再做2天。

**解：**师傅工效： $(\frac{7}{10} - \frac{1}{6} \times 3) \div 2 = \frac{1}{10}$ ；

徒弟工效： $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$ ；

师傅单独做需几天： $1 \div \frac{1}{10} = 10$ （天）；

徒弟单独做需几天： $1 \div \frac{1}{15} = 15$ （天）。

答：如果单独做，师傅需10天，徒弟需15天。

**例3** 一项工程，甲单独完成需12天，乙单独完成需9天。若甲先做若干天后乙接着做，共用10天完成，问甲做了几天？

**分析** 解答工程问题时，除了用一般的算术方法解答外，还可以根据题目的条件，找到等量关系，列方程解题。

**解：**设甲做了x天。那么，

甲完成工作量 $\frac{1}{12}x$ ，乙做的天数 $10-x$ ，

乙完成工作量  $(10-x) \times \frac{1}{9}$ ,

因此  $\frac{1}{12}x + (10-x) \times \frac{1}{9} = 1$ ,

$$\frac{1}{12}x + \frac{10-x}{9} = 1$$

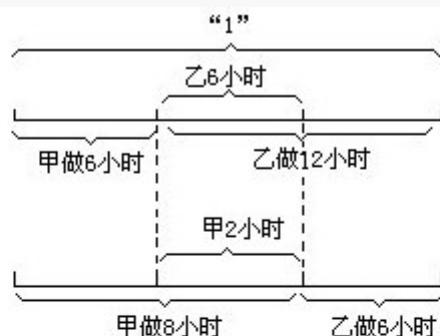
两边同乘36, 得到:  $3x + 40 - 4x = 36$ ,

$$x = 4.$$

答: 甲做了4天.

**例4** 一件工作甲先做6小时, 乙接着做12小时可以完成. 甲先做8小时, 乙接着做6小时也可以完成. 如果甲做3小时后由乙接着做, 还需要多少小时完成?

**分析** 设一件工作为单位“1”. 甲做6小时, 乙再做12小时完成或者甲先做8小时, 乙再做6小时都可完成, 用图表示它们的关系如下:



由图不难看出甲2小时工作量 = 乙6小时工作量,  $\therefore$  甲1小时工作量 = 乙3小时工作量. 可用代换方法求解问题.

**解:** 若由乙单独做共需几小时:

$$6 \times 3 + 12 = 30 \text{ (小时)}.$$

若由甲单独做需几小时:

$$8 + 6 \div 3 = 10 \text{ (小时)}.$$

甲先做3小时后乙接着做还需几小时:

$$(10-3) \times 3 = 21 \text{ (小时)} .$$

答: 乙还需21小时完成.

**例5** 筑路队预计30天修一条公路. 先由18人修12天只完成全部工程的 $\frac{1}{3}$ . 如果想提前6天完工, 还需增加多少人?

**分析** 由18人修12天完成了全部工程的 $\frac{1}{3}$ , 可通过 $18 \times 12$ 求出用一天完成 $\frac{1}{3}$ 工作量共需要的总人数, 也可通过 $18 \times 12$ 求出用一人完成 $\frac{1}{3}$ 工作量共需要的总天数. 所以由 $\frac{1}{3} \div (18 \times 12)$ 求出1人1天完成全部工程的几分之几(即一人的工效).

**解:** ①1人1天完成全部工程的几分之几(即一人的工效):

$$\frac{1}{3} \div (18 \times 12) = \frac{1}{648}$$

②剩余工作量若要提前6天完成共需多少人:

$$\begin{aligned} & (1 - \frac{1}{3}) \div [\frac{1}{648} \times (30 - 12 - 6)] \\ &= \frac{2}{3} \div \frac{12}{648} \\ &= 36 \text{ (人)} . \end{aligned}$$

③需增加几人:

$$36 - 18 = 18 \text{ (人)} .$$

答: 还要增加18人.

**例6** 蓄水池有一条进水管和一条排水管. 要灌满一池水, 单开进水管需5小时. 排光一池水, 单开排水管需3小时. 现在池内有半池水, 如果按进水, 排水, 进水, 排水…的顺序轮流各开1小时. 问: 多长时间后水池的水刚好排完? (精确到分钟)

**分析与解答** ①在解答“水管注水”问题时, 会出现一个进水管, 一个出水管的情况. 若进水管、出水管同时开放, 则积满水的时间 =  $1 \div (\text{进水管工效} - \text{出水管工效})$ ,

排空水的时间 =  $1 \div (\text{出水管工效} - \text{进水管工效})$ .

②这道应用题是分析推理与计算相结合的题目. 根据已知条件推出水池

中的水每2小时减少  $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ . 水池中有半池水即  $\frac{1}{2}$ , 经过6小时后还剩

$\frac{1}{2} - \frac{2}{15} \times (6 \div 2) = \frac{1}{10}$ . 如果按进水, 排水的顺序进行, 则又应进水1小时,

这时水池内共有水  $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ . 如果按每小时  $\frac{1}{3}$  的流速排出需要经过  $\frac{3}{10} \div$

$\frac{1}{3} = \frac{9}{10}$  (小时), 共用的时间为  $6 + 1 + \frac{9}{10} = 7.9$  (小时) = 7小时54分刚

好排完.

**例7** 一件工作, 甲5小时先完成了  $\frac{1}{4}$ , 乙6小时又完成了剩下任务的一半, 最后余下的部分由甲、乙合作, 还需要多少时间才能完成?

**分析** 这道题是工程问题与分数应用题的复合题. 解题时先要分别求出甲、乙工作效率, 再把余下的工作量转化为占单位“1”(总工作量)的几分之几?

**解:** 甲工作效率:  $\frac{1}{4} \div 5 = \frac{1}{20}$ ,

乙工作效率:  $(1 - \frac{1}{4}) \times \frac{1}{2} \div 6 = \frac{1}{16}$ ,

余下部分甲、乙合作需要几小时:

$(1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{2}) \div (\frac{1}{20} + \frac{1}{16}) = 3\frac{1}{3}$  (小时)

答：还需要 $3\frac{1}{3}$ 小时才能完成任务。

**例8** 甲、乙二人植树。单独植完这批树甲比乙所需要的时间多 $\frac{1}{3}$ ，如果二人一起干，完成任务时乙比甲多植树36棵，这批树一共多少棵？

**分析** 求这批树一共多少棵，必须找出与36棵所对应的甲、乙工效差。已知甲比乙所用的时间多 $\frac{1}{3}$ ，可以求出甲与乙所用的时间比为4：3。当工作总量一定的情况下，工效与工时成反比例，甲与乙的工时比为 $\frac{4}{3}：1=4：3$ ，所以甲与乙的工效比是3：4。这个间接条件一旦揭示出来，问题就得到解决了。

**解：**设乙所用时间为“1”，甲的时间是乙的 $1+\frac{1}{3}=1\frac{1}{3}$ （倍），则甲与乙的时间比是4：3。

工作总量一定，工作效率和工作时间成反比例，所以甲与乙的工效比是时间比的反比，为3：4。

共植树多少棵： $36 \div (\frac{4}{7} - \frac{3}{7}) = 252$ （棵）。

答：这批树一共252棵。

**例9** 加工一批零件，甲、乙合作24天可以完成。现在由甲先做16天，然后乙再做12天，还剩下这批零件的 $\frac{2}{5}$ 没有完成。已知甲每天比乙多加工3个零件，求这批零件共多少个？

**分析** 欲求这批零件共多少个，由题中条件只需知道甲、乙二人每天共做多少个即可，然后这就转化为求甲、乙两人单独做各需多少天，有了这个结论后，只需算出3个零件相当于总数的几分之几即可。由条件知甲做16

天，乙做12天共完成工程的 $\frac{3}{5}$ ，也即相当于甲乙二人合做12天，另外加上甲又做4天共完成这批零件的 $\frac{3}{5}$ ；又知道甲乙二人合做24天可以完成，因此甲单独做所用天数可求出，那么乙单独做所用天数也就迎刃而解。

**解：**甲、乙合作12天，完成了总工程的几分之几？

$$\frac{1}{24} \times 12 = \frac{1}{2}.$$

甲1天能完成全工程的几分之几？

$$\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \div (16 - 12) = \frac{1}{10} \div 4 = \frac{1}{40}.$$

乙1天可完成全工程的几分之几？

$$\frac{1}{24} - \frac{1}{40} = \frac{1}{60}$$

这批零件共多少个？

$$3 \div \left(\frac{1}{40} - \frac{1}{60}\right) = 3 \div \frac{1}{120} = 360 \text{ (个)}.$$

**答：**这批零件共360个。

### 习题一

1. 一项工程，甲单独做12天可以完成。如果甲单独做3天，余下工作由乙去做，乙再用6天可以做完。问若甲单独做6天，余下工作乙要做几天？

2. 一条水渠，甲乙两队合挖30天完工。现在合挖12天后，剩下的由乙队挖，又用24天挖完。这条水渠由乙单独挖，需要多少天？

3. 客车与货车同时从甲、乙两站相对开出，经2小时24分钟相遇，相遇时客车比货车多行9.6千米。已知客车从甲站到乙站行4小时30分钟，求客车与货车的速度各是多少？

4. 水箱上装有甲、乙两个注水管。单开甲管20分钟可以注满全箱。现

在两管同时注水2.5分钟，注满水箱的 $\frac{5}{24}$ 。如果单开乙管需要多少分钟注满水箱？

5. 一项工程，甲、乙单独做分别需要18天和27天。如果甲做若干天后，乙接着做，共用20天完成。求甲乙完成工作量之比。

6. 一项工程，甲、乙两队合作6天能完成 $\frac{5}{6}$ 。已知单独做，甲完成 $\frac{1}{3}$ 与乙完成 $\frac{1}{2}$ 所需时间相等。问单独做甲、乙各需多少天？

7. 做一批儿童玩具。甲组单独做10天完成，乙组单独做12天完成，丙组每天可生产64件。如果让甲、乙两组合作4天，则还有256件没完成。现在决定三个组合做这批玩具，需要多少天完成？



### 习题一解答

1. ①乙工效： $(1 - \frac{1}{12} \times 3) \div 6 = \frac{1}{8}$ .

②余下工作乙几天完成？

$$(1 - \frac{1}{12} \times 6) \div \frac{1}{8} = 4 \text{ (天)} .$$

答：余下工作乙要4天完成.

2. ①乙工效： $(1 - \frac{1}{30} \times 12) \div 24 = \frac{1}{40}$ .

②乙队单独挖需几天： $1 \div \frac{1}{40} = 40 \text{ (天)} .$

答：乙队单独挖需40天完成.

3. 2小时24分 =  $2\frac{2}{5}$ 小时,

4小时30分 =  $4\frac{1}{2}$ 小时,

①客车速度： $9.6 \div [2\frac{2}{5} - (4\frac{1}{2} - 2\frac{2}{5})]$

$$= 32 \text{ (千米/小时)} .$$

②货车速度： $32 \times 4\frac{1}{2} \div 2\frac{2}{5} - 32 = 28 \text{ (千米/小时)} .$

答：客车与货车的速度分别为每小时32千米和28千米.

4. ①工效和： $\frac{5}{24} \div 2.5 = \frac{1}{12}$  (合开每分钟注全箱的 $\frac{1}{12}$ )

②乙工效： $\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{1}{30}$ .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/537001055043006064>

