

2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项:

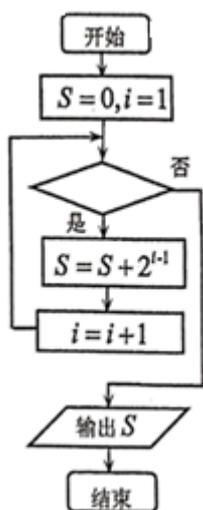
1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 在区间 $[-1, 1]$ 上随机取一个实数 k , 使直线 $y = k(x+3)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相交的概率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

2. 执行下面的程序框图, 若输出的 S 的值为 63, 则判断框中可以填入的关于 i 的判断条件是 ()



- A. $i \leq 5$ B. $i \leq 6$ C. $i \leq 7$ D. $i \leq 8$

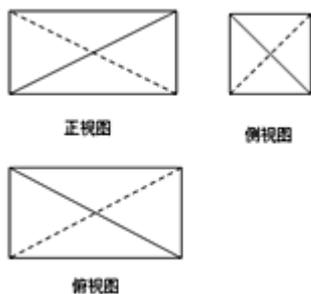
3. 若圆锥轴截面面积为 $2\sqrt{3}$, 母线与底面所成角为 60° , 则体积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

4. 直线 $y = kx + 1$ 与抛物线 $C: x^2 = 4y$ 交于 A, B 两点, 直线 $l \parallel AB$, 且 l 与 C 相切, 切点为 P , 记 $\triangle PAB$ 的面积为 S , 则 $S - |AB|$ 的最小值为 ()

- A. $-\frac{9}{4}$ B. $-\frac{27}{4}$ C. $-\frac{32}{27}$ D. $-\frac{64}{27}$

5. 已知一个三棱锥的三视图如图所示，其中三视图的长、宽、高分别为2， a ， b ，且 $2a+b=\frac{5}{2}(a>0,b>0)$ ，则此三棱锥外接球表面积的最小值为（ ）



- A. $\frac{17}{4}\pi$ B. $\frac{21}{4}\pi$ C. 4π D. 5π

6. 已知 $\cos\alpha = -\frac{1}{3}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\sin(\pi+\alpha) =$ ()

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 已知平面 $ABCD \perp$ 平面 $ADEF, AB \perp AD, CD \perp AD$ ，且 $AB=3, AD=CD=6, ADEF$ 是正方形，在正方形 $ADEF$ 内部有一点 M ，满足 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等，则点 M 的轨迹长度为（ ）

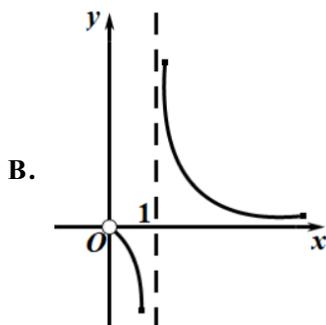
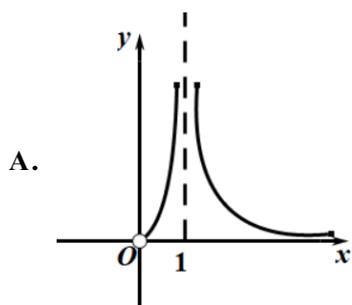
- A. $\frac{4}{3}$ B. 16 C. $\frac{4}{3}\pi$ D. 8π

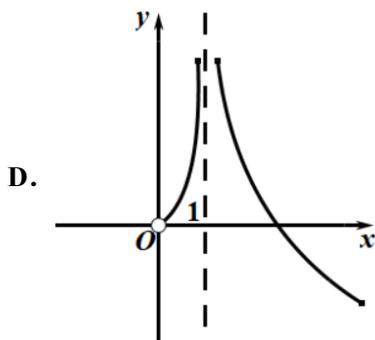
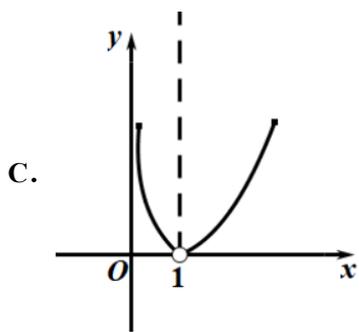
8. 对于正在培育的一颗种子，它可能1天后发芽，也可能2天后发芽，....下表是20颗不同种子发芽前所需培育的天数统计表，则这组种子发芽所需培育的天数的中位数是()

发芽所需天数	1	2	3	4	5	6	7	≥ 8
种子数	4	3	3	5	2	2	1	0

- A. 2 B. 3 C. 3.5 D. 4

9. 已知函数 $f(x) = \frac{-2}{\ln(x+1)-x}$, 则函数 $y = f(x-1)$ 的图象大致为 ()





10. 已知双曲线的中心在原点且一个焦点为 $F(\sqrt{7}, 0)$ ，直线 $y = x - 1$ 与其相交于 M, N 两点，若 MN 中点的横坐标为 $-\frac{2}{3}$ ，则此双曲线的方程是

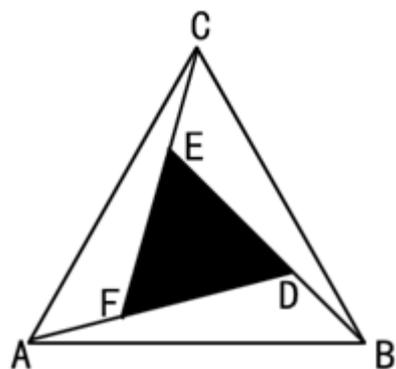
A. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$

B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

C. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{2} = 1$

D. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{5} = 1$

11. 赵爽是我国古代数学家、天文学家，大约在公元 222 年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了“勾股圆方图”，亦称“赵爽弦图”（以弦为边长得到的正方形是由 4 个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成的）。类比“赵爽弦图”，可类似地构造如下图所示的图形，它是由 3 个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成一个大等边三角形。设 $DF = 2AF = 2$ ，若在大等边三角形中随机取一点，则此点取自小等边三角形（阴影部分）的概率是（ ）



A. $\frac{4}{13}$

B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

C. $\frac{9}{26}$

D. $\frac{3\sqrt{13}}{26}$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$ ，则函数 $g(x) = f(2x) + \sqrt{8 - 2^x}$ 的定义域为（ ）

A. $[0, 1]$

B. $[0, 2]$

C. $[1, 2]$

D. $[1, 3]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 学校艺术节对同一类的 A, B, C, D 四件参赛作品，只评一件一等奖，在评奖揭晓前，甲、乙、丙、丁四位同学对这四件参赛作品预测如下：

甲说：“ C 或 D 作品获得一等奖”；

乙说：“ B 作品获得一等奖”；

丙说：“A，D两项作品未获得一等奖”； 丁说：“C作品获得一等奖”。

若这四位同学中有且只有两位说的话是对的，则获得一等奖的作品是_____。

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $l: y = \frac{1}{2}$ 与函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象在 y 轴右侧的公共点从

左到右依次为 A_1, A_2, \dots ，若点 A_1 的横坐标为 1，则点 A_2 的横坐标为_____。

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = 2^{n+1} + m$ ，且 $a_1, a_4, a_5 - 2$ 成等差数列， $b_n = \frac{a_n}{(a_n - 1)(a_{n+1} - 1)}$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前

项和为 T_n ，则满足 $T_n > \frac{2017}{2018}$ 的最小正整数 n 的值为_____。

16. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + kx + 1}{x^2 + x + 1}$ ，若对于任意正实数 x_1, x_2, x_3 ，均存在以 $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ 为三边边长的三角形，

则实数 k 的取值范围是_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+1| - 2|x-a|, a > 0$ 。

(1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) > 1$ 的解集；

(2) 若 $f(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积大于 6，求 a 的取值范围。

18. (12 分) 设函数 $f(x) = \left|\frac{1}{2}x+1\right| + |x-1|$ ($x \in \mathbf{R}$) 的最小值为 m 。

(1) 求 m 的值；

(2) 若 a, b, c 为正实数，且 $\frac{1}{ma} + \frac{1}{2mb} + \frac{1}{3mc} = \frac{2}{3}$ ，证明： $\frac{a}{9} + \frac{2b}{9} + \frac{c}{3} \geq 1$ 。

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 + (t-2)x - t \ln x + 2$ 。

(1) 若 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点，求 $f(x)$ 的极大值；

(2) 求实数 t 的范围，使得 $f(x) \geq 2$ 恒成立。

20. (12 分) 已知 $p: \forall x \in \mathbf{R}, m(4x^2 + 1) > x$ ； $q: \exists x \in [2, 8], m \log_2 x + 1 \leq 0$ 。

(1) 若 p 为真命题，求实数 m 的取值范围；

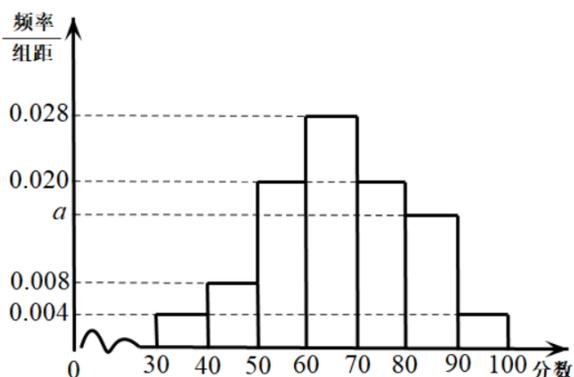
(2) 若 $\neg p \vee q$ 为真命题且 $\neg p \wedge q$ 为假命题，求实数 m 的取值范围。

21. (12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2}{4 \sin A}$ 。

(1) 求 $\sin B \sin C$ ；

(2) 若 $10 \cos B \cos C = -1$ ， $a = \sqrt{2}$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长。

22. (10分) 改革开放40年, 我国经济取得飞速发展, 城市汽车保有量在不断增加, 人们的交通安全意识也需要不断加强. 为了解某城市不同性别驾驶员的交通安全意识, 某小组利用假期进行一次全市驾驶员交通安全意识调查. 随机抽取男女驾驶员各50人, 进行问卷测评, 所得分数的频率分布直方图如图所示在80分以上为交通安全意识强.



(1) 求 a 的值, 并估计该城市驾驶员交通安全意识强的概率;

(2) 已知交通安全意识强的样本中男女比例为4:1, 完成下列 2×2 列联表, 并判断有多大把握认为交通安全意识与性别有关;

	安全意识强	安全意识不强	合计
男性			
女性			
合计			

(3) 用分层抽样的方式从得分在50分以下的样本中抽取6人, 再从6人中随机选取2人对未来一年内的交通违章情况进行跟踪调查, 求至少有1人得分低于40分的概率.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.010	0.005	0.001
k	6.635	7.879	10.828

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

利用直线 $y = k(x+3)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相交求出实数 k 的取值范围，然后利用几何概型的概率公式可求得所求事件的概率。

【详解】

由于直线 $y = k(x+3)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相交，则 $\frac{|3k|}{\sqrt{k^2+1}} < 1$ ，解得 $-\frac{\sqrt{2}}{4} < k < \frac{\sqrt{2}}{4}$ 。

因此，所求概率为 $P = \frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{4}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查几何概型概率的计算，同时也考查了利用直线与圆相交求参数，考查计算能力，属于基础题。

2、B

【解析】

根据程序框图，逐步执行，直到 S 的值为 63，结束循环，即可得出判断条件。

【详解】

执行框图如下：

初始值： $S = 0, i = 1$ ，

第一步： $S = 0 + 1 = 1, i = 1 + 1 = 2$ ，此时不能输出，继续循环；

第二步： $S = 1 + 2 = 3, i = 2 + 1 = 3$ ，此时不能输出，继续循环；

第三步： $S = 3 + 4 = 7, i = 3 + 1 = 4$ ，此时不能输出，继续循环；

第四步： $S = 7 + 8 = 15, i = 4 + 1 = 5$ ，此时不能输出，继续循环；

第五步: $S = 15 + 16 = 31, i = 5 + 1 = 6$, 此时不能输出, 继续循环;

第六步: $S = 31 + 32 = 63, i = 6 + 1 = 7$, 此时要输出, 结束循环;

故, 判断条件为 $i \leq 6$.

故选 B

【点睛】

本题主要考查完善程序框图，只需逐步执行框图，结合输出结果，即可确定判断条件，属于常考题型.

3、D

【解析】

设圆锥底面圆的半径为 r ，由轴截面面积为 $2\sqrt{3}$ 可得半径 r ，再利用圆锥体积公式计算即可.

【详解】

设圆锥底面圆的半径为 r ，由已知， $\frac{1}{2} \times 2r \times \sqrt{3}r = 2\sqrt{3}$ ，解得 $r = \sqrt{2}$ ，

所以圆锥的体积 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times \sqrt{3}r = \frac{2\sqrt{6}}{3} \pi$.

故选：D

【点睛】

本题考查圆锥的体积的计算，涉及到圆锥的定义，是一道容易题.

4、D

【解析】

设出 A, B 坐标，联立直线方程与抛物线方程，利用弦长公式求得 $|AB|$ ，再由点到直线的距离公式求得 P 到 AB 的距离，得到 $\triangle PAB$ 的面积为 S ，作差后利用导数求最值.

【详解】

设 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，联立 $\begin{cases} y = kx + 1 \\ x^2 = 4y \end{cases}$ ，得 $x^2 - 4kx - 4 = 0$

则 $x_1 + x_2 = 4k$ ， $y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) + 2 = 4k^2 + 2$

则 $|AB| = y_1 + y_2 + p = 4k^2 + 4$

由 $x^2 = 4y$ ，得 $y = \frac{x^2}{4} \Rightarrow y' = \frac{1}{2}x$

设 $P(x_0, y_0)$ ，则 $\frac{1}{2}x_0 = k \Rightarrow x_0 = 2k$ ， $y_0 = k^2$

则点 P 到直线 $y = kx + 1$ 的距离 $d = \sqrt{k^2 + 1} \geq 1$

从而 $S = \frac{1}{2}|AB| \cdot d = 2(k^2 + 1) \cdot \sqrt{k^2 + 1}$

$S - |AB| = 2(k^2 + 1) \cdot \sqrt{k^2 + 1} - 4(k^2 + 1) = 2d^3 - 4d^2 (d \geq 1)$.

$$\text{令 } f(x) = 2x^3 - 4x^2 \quad \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 8x (x \geq 1)$$

当 $1 \leq x \leq \frac{4}{3}$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > \frac{4}{3}$ 时, $f'(x) > 0$

$$\text{故 } f(x)_{\min} = f\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{64}{27}, \text{ 即 } S - |AB| \text{ 的最小值为 } -\frac{64}{27}$$

本题正确选项: D

【点睛】

本题考查直线与抛物线位置关系的应用, 考查利用导数求最值的问题. 解决圆锥曲线中的面积类最值问题, 通常采用构造函数关系的方式, 然后结合导数或者利用函数值域的方法来求解最值.

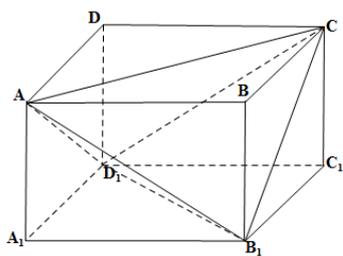
5、 B

【解析】

根据三视图得到几何体为一三棱锥, 并以该三棱锥构造长方体, 于是得到三棱锥的外接球即为长方体的外接球, 进而得到外接球的半径, 求得外接球的面积后可求出最小值.

【详解】

由已知条件及三视图得, 此三棱锥的四个顶点位于长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的四个顶点, 即为三棱锥 $A - CB_1D_1$, 且长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的长、宽、高分别为 $2, a, b$,



\therefore 此三棱锥的外接球即为长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的外接球,

$$\text{且球半径为 } R = \frac{\sqrt{2^2 + a^2 + b^2}}{2} = \frac{\sqrt{4 + a^2 + b^2}}{2},$$

$$\therefore \text{三棱锥外接球表面积为 } 4\pi \left(\frac{\sqrt{4 + a^2 + b^2}}{2} \right)^2 = \pi(4 + a^2 + b^2) = 5\pi(a-1)^2 + \frac{21\pi}{4},$$

\therefore 当且仅当 $a=1, b=\frac{1}{2}$ 时, 三棱锥外接球的表面积取得最小值为 $\frac{21}{4}\pi$.

故选 B .

【点睛】

(1) 解决关于外接球的问题的关键是抓住外接的特点, 即球心到多面体的顶点的距离都等于球的半径, 同时要作一圆面起衬托作用.

(2) 长方体的外接球的直径即为长方体的体对角线, 对于一些比较特殊的三棱锥, 在研究其外接球的问题时可考虑通过构造长方体, 通过长方体的外球球来研究三棱锥的外接球的问题.

6、B

【解析】

利用诱导公式以及同角三角函数基本关系式化简求解即可.

【详解】

$$\text{Q } \cos \alpha = -\frac{1}{3}, \quad \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$$

$$\therefore \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\therefore \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

本题正确选项: B

【点睛】

本题考查诱导公式的应用, 同角三角函数基本关系式的应用, 考查计算能力.

7、C

【解析】

根据 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等, 判断出 $MD = 2AM$, 建立平面直角坐标系, 求得 M 点的轨迹方程, 由此求得点 M 的轨迹长度.

【详解】

由于平面 $ABCD \perp$ 平面 $ADEF$, 且交线为 AD , $AB \perp AD, CD \perp AD$, 所以 $AB \perp$ 平面 $ADEF$, $CD \perp$ 平面 $ADEF$. 所以 $\angle BMA$ 和 $\angle CMD$ 分别是直线 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角, 所以 $\angle BMA = \angle CMD$, 所以

$\tan \angle BMA = \tan \angle CMD$, 即 $\frac{AB}{AM} = \frac{CD}{MD}$, 所以 $MD = 2AM$. 以 A 为原点建立平面直角坐标系如下图所示, 则

$A(0,0)$, $D(6,0)$, 设 $M(x,y)$ (点 M 在第一象限内), 由 $MD = 2AM$ 得 $MD^2 = 4AM^2$, 即

$(x-6)^2 + y^2 = 4(x^2 + y^2)$, 化简得 $(x+2)^2 + y^2 = 4^2$, 由于点 M 在第一象限内, 所以 M 点的轨迹是以 $G(-2,0)$ 为

圆心, 半径为 4 的圆在第一象限的部分. 令 $x=0$ 代入原的方程, 解得 $y = \pm 2\sqrt{3}$, 故 $H(0, 2\sqrt{3})$, 由于 $GA=2$, 所以

$\angle HGA = \frac{\pi}{3}$ ，所以点 M 的轨迹长度为 $\frac{\pi}{3} \times 4 = \frac{4\pi}{3}$ 。

故选：C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/537020103044006110>