

2024 年广东省东莞市厚街丰泰外国语学校中考一模数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. $-\frac{2}{7}$ 的倒数是().

A. $\frac{7}{2}$

B. $-\frac{7}{2}$

C. $\frac{2}{7}$

D. $-\frac{2}{7}$

2. 2023 年 2 月 24 日下午, 中国载人航天工程三十年成就展在国家博物馆正式开展, 面向社会公众全面系统展示中国载人航天工程三十年发展历程和建设成就. 下列有关航空航天图标, 其文字上方的图案是中心对称图形的是()



3. 据报道, 2019 年广东省的 GDP 接近 10.8 万亿, 将 10.8 万亿用科学记数法表示为()

A. 10.8×10^{12}

B. 10.8×10^{13}

C. 1.08×10^{12}

D. 1.08×10^{13}

4. 下列运算正确的是

A. $3a^2 - a^2 = 3$

B. $(a^2)^3 = a^5$

C. $a^3 \cdot a^6 = a^9$

D. $(2a^2)^2 = 4a^2$

5. 关于二次函数 $y = (x-1)^2 + 5$, 下列说法正确的是()

A. 函数图象的开口向下

B. 函数图象的顶点坐标是 $(-1, 5)$

C. 该函数有最大值, 最大值是 5

D. 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大

6. 为了保护环境加强环保教育, 某中学组织学生参加义务收集废旧电池的活动, 下面是随机抽取 40 名学生对收集废旧电池的数量进行的统计:

废旧电池数/节	4	5	6	7	8
人数/人	9	11	11	5	4

请根据学生收集到的废旧电池数, 判断下列说法正确的是()

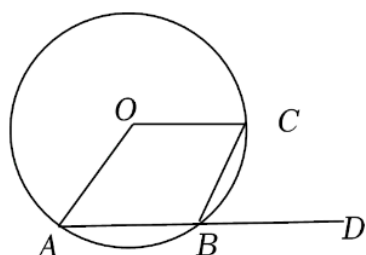
A. 样本为 40 名学生

B. 众数是 11 节

C. 中位数是 6 节

D. 平均数是 5.6 节

7. 如图, AB 、 BC 为 $\odot O$ 的两条弦, 连接 OA 、 OC , 点 D 为 AB 的延长线上一点, 若 $\angle CBD = 62^\circ$, 则 $\angle AOC$ 的度数为 ()



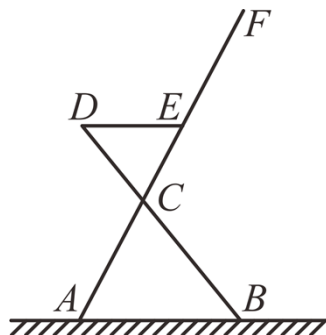
A. 100°

B. 118°

C. 124°

D. 130°

8. 如图, 这是一把折叠椅子及其侧面的示意图, 线段 AE 和 BD 相交于点 C , 点 F 在 AE 的延长线上, 测得 $AC = 30\text{cm}$, $BC = 40\text{cm}$, $CD = 24\text{cm}$, $EC = 18\text{cm}$, 若 $\angle BAC = 60^\circ$, 则 $\angle DEF$ 的度数为 ()



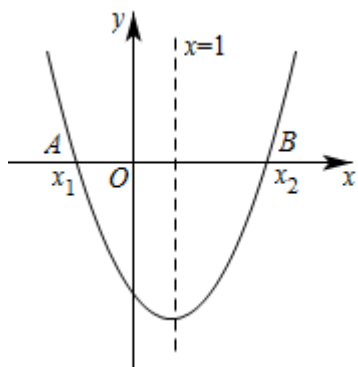
A. 120°

B. 125°

C. 130°

D. 135°

9. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ 两点, 若 $-2 < x_1 < -1$, 则下列四个结论: ① $3 < x_2 < 4$, ② $3a + 2b > 0$, ③ $b^2 > a + c + 4ac$, ④ $a > c > b$.



正确结论的个数为 ()

A. 1 个

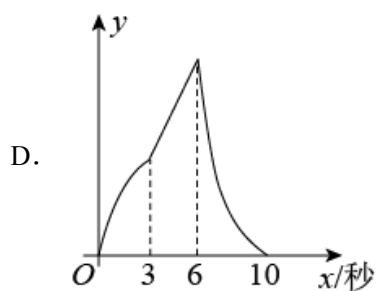
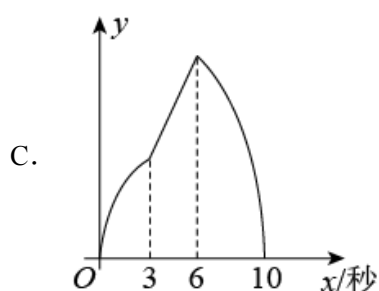
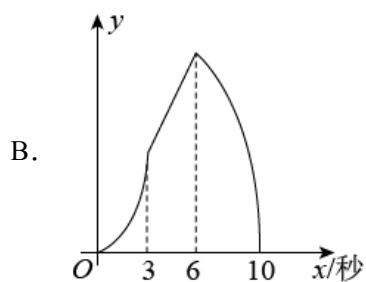
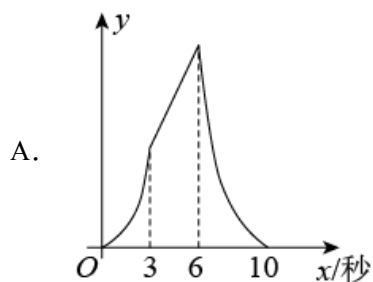
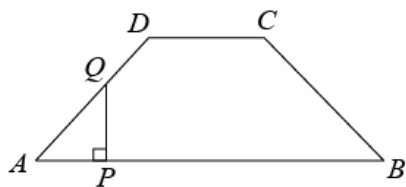
B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

10. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel CD$, AB 与 CD 之间的距离为 4, $AD = 5$, CD

$=3$, $\angle ABC=45^\circ$, 点 P, Q 同时由 A 点出发, 分别沿边 AB , 折线 $ADCB$ 向终点 B 方向移动, 在移动过程中始终保持 $PQ \perp AB$, 已知点 P 的移动速度为每秒 1 个单位长度, 设点 P 的移动时间为 x 秒, $\triangle APQ$ 的面积为 y , 则能反映 y 与 x 之间函数关系的图象是 ()



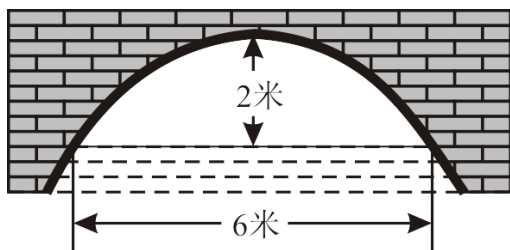
二、填空题

11. 因式分解: $ma^2 - 6ma + 9m = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知正 n 边形的一个外角是 45° , 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$

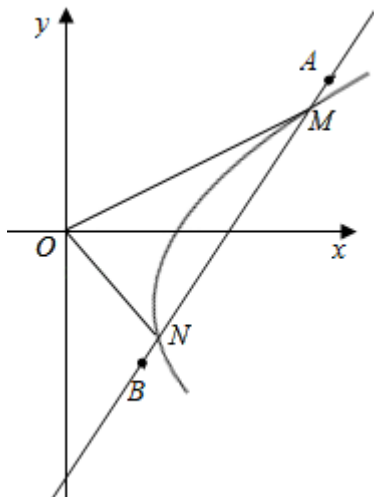
13. 若 m 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的一个根, 则 $-4m^2 + 8m + 2027$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如图是抛物线形拱桥, 当拱顶离水面 2 米时, 水面宽 6 米, 水面下降 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米, 水面宽 8 米.



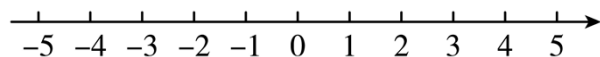
15. 如图, 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 在第一象限内的图象绕坐标原点 O 顺时针旋转 60° 后, 和过点 $A(2\sqrt{3}, 2)$, $B(1, -\sqrt{3})$ 的直线相交于点 M, N , 若 $\triangle OMN$ 的面积是 $2\sqrt{3}$, 则 k 的值

为_.



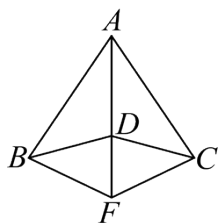
三、解答题

16. 解一元一次不等式组 $\begin{cases} 3x \leq 2x + 3 \\ \frac{x+1}{6} - 1 < \frac{2x+2}{3} \end{cases}$ ，并把解表示在数轴上.



17. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{x+1}{x}\right) \div \frac{x^2-1}{x^2-x}$ ，其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

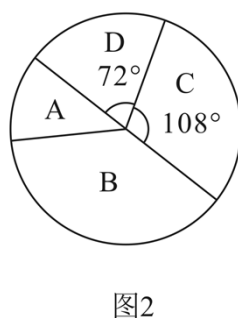
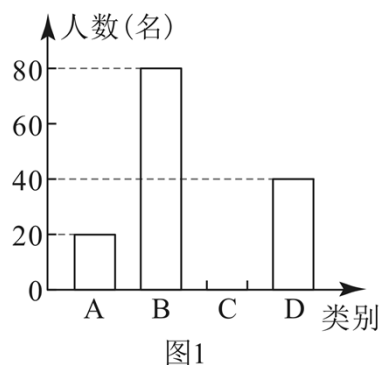
18. 已知：如图， $AB = AC$ ， $DB = DC$ ， F 是 AD 的延长线上一点.



求证：

- (1) $\angle ABD = \angle ACD$ ；
(2) $BF = CF$.

19. 中国共产党的助手和后备军----中国共青团，担负着为中国特色社会主义事业培养合格建设者和可靠接班人的根本任务，成立一百周年之际，各中学持续开展了 A ：青年大学习； B ：青年学党史； C ：中国梦宣传教育； D ：社会主义核心价值观培育践行等一系列活动，学生可以任选一项参加，为了解学生参与情况，进行了一次抽样调查，根据收集的数据绘制了两幅不完整的统计图.



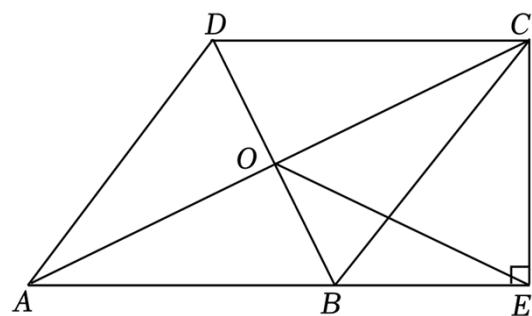
请根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1)补全条形统计图；
- (2)若该校共有学生1180名，请估计参加B项活动的学生数；
- (3)小王和小林参加了上述活动，请用列表或画树状图的方法，求他们参加同一项活动的概率。

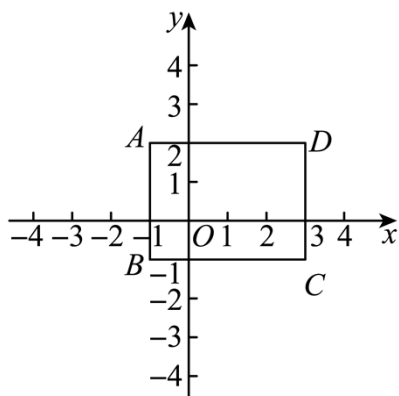
20. 某文具店王老板用240元购进一批笔记本，很快售完；王老板又用600元购进第二批笔记本，所购本数是第一批的2倍，但进价比第一批每本多了2元。

- (1)第一批笔记本每本进价多少元？
- (2)王老板以每本12元的价格销售第二批笔记本，售出60%后，为了尽快售完，决定打折促销，要使第二批笔记本的销售总利润不少于48元，剩余的笔记本每本售价最低打几折？

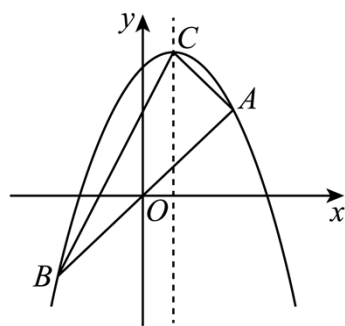
21. 如图，在四边形ABCD中， $AB \parallel DC$, $AB = AD$ ，对角线AC, BD交于点O, AC平分 $\angle BAD$ ，过点C作 $CE \perp AB$ 交AB的延长线于点E，连接OE。



- (1)求证：四边形ABCD是菱形；
 - (2)若 $AB = \sqrt{5}$, $BD = 2$ ，求OE的的长。
22. 定义：在平面直角坐标系xOy中，当点N在图形M的内部，或在图形M上，且点N的横坐标和纵坐标相等时，则称点N为图形M的“梦之点”。



图①



图②

(1)如图①，矩形 $ABCD$ 的顶点坐标分别是 $A(-1, 2)$ ， $B(-1, -1)$ ， $C(3, -1)$ ， $D(3, 2)$ ，

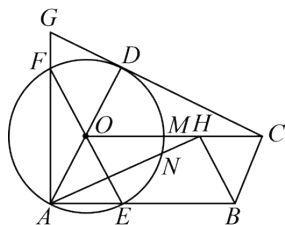
在点 $M_1(1, 1)$ ， $M_2(2, 2)$ ， $M_3(3, 3)$ 中，是矩形 $ABCD$ “梦之点”的是_____；

(2)点 $G(2, 2)$ 是反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 图象上的一个“梦之点”，则该函数图象上的另一个“梦之点” H 的坐标是_____，直线 GH 的解析式是 $y_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ．当 $y_1 > y_2$ 时， x

的取值范围是_____．

(3)如图②，已知点 A ， B 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2}$ 上的“梦之点”，点 C 是抛物线的顶点，连接 AC ， AB ， BC ，判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由．

23. 如图，已知 AD ， EF 是 $\odot O$ 的直径， $AD = 6\sqrt{2}$ ， $\odot O$ 与 $\triangle OABC$ 的边 AB ， OC 分别交于点 E ， M ，连接 CD 并延长，与 AF 的延长线交于点 G ， $\angle AFE = \angle OCD$ ．



(1)求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $GF = 1$ ，求 $\cos \angle AEF$ 的值；

(3)在 (2) 的条件下，若 $\angle ABC$ 的平分线 BH 交 CO 于点 H ，连接 AH 交 $\odot O$ 于点 N ，

求 $\frac{AB}{NH}$ 的值．

24. 如图 1，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴分别交于

$A(-2, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 $C(0, 4)$ ，顶点为点 G ，连接 AC 、 BC ，点 P 为直

线 BC 上方抛物线上一动点，连接 AP 交 BC 于点 M ．

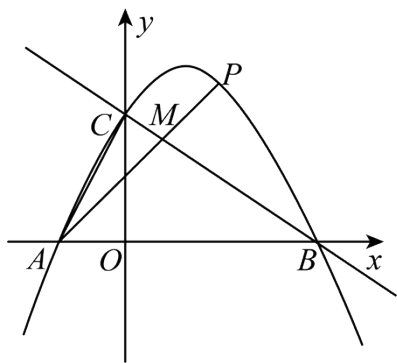


图1

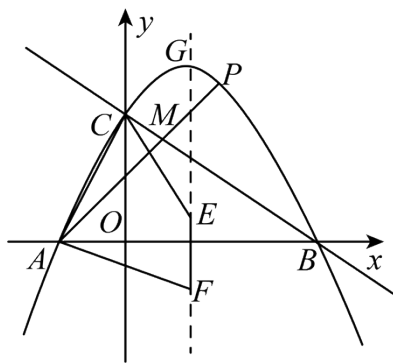


图2

- (1)求抛物线的函数表达式及顶点 G 的坐标；
- (2)当 $\frac{PM}{AM}$ 的值最大时，求点 P 的坐标及 $\frac{PM}{AM}$ 的最大值；
- (3)如图 2，在 (2) 的条件下， EF 是此抛物线对称轴上长为 2 的一条动线段（点 E 在点 F 上方），连接 CE 、 AF ，当四边形 $ACEF$ 周长取最小值时，求点 E 的坐标；在此条件下，以点 G 、 E 、 H 、 P 为顶点的四边形为平行四边形，直接写出点 H 的坐标.

参考答案:

1. B

【分析】根据倒数的性质分析，即可得到答案.

【详解】 $-\frac{2}{7}$ 的倒数是 $-\frac{7}{2}$

故选：B.

【点睛】本题考查了倒数的知识；解题的关键是熟练掌握倒数的性质，从而完成求解.

2. D

【分析】本题考查的是中心对称图形的识别. 根据中心对称图形的概念判断. 把一个图形绕某一点旋转 180 度，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

【详解】解：选项 A、B、C 不都能找到一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形.

选项 D 能找到一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后与原来的图形重合，所以是中心对称图形.

故选：D.

3. D

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【详解】解：10.8 万亿用科学记数法表示为： 1.08×10^{13} .

故选：D.

【点睛】此题主要考查科学记数法的表示方法，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. C

【详解】试题分析：A 正确答案为 $2a^2$ ；B. 正确答案为 a^6 ；C. 正确；D 正确答案为 $4a^4$.

5. D

【分析】由抛物线的表达式和函数的性质逐一求解即可.

【详解】解：对于 $y = (x-1)^2 + 5$,

$\because a=1 > 0$ ，故抛物线开口向上，故 A 错误；

顶点坐标为 $(1, 5)$ ，故 B 错误；

该函数有最小值，最小值是 5，故 C 错误；

当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，故 D 正确，

故选：D.

【点睛】本题考查的是抛物线与 x 轴的交点，主要考查函数图象上点的坐标特征，要求学生非常熟悉函数与坐标轴的交点、顶点等点坐标的求法，及这些点代表的意义及函数特征.

6. D

【分析】根据样本定义可判定 A，利用众数定义可判定 B，利用中位数定义可判定 C，利用加权平均数计算可判定 D 即可.

【详解】解：A. 随机抽取 40 名学生对收集废旧电池的数量是样本，故选项 A 样本为 40 名学生不正确；

B. 根据众数定义重复出现次数最多的数据是 5 节或 6 节，故选项 B 众数是 11 节不正确，

C. 根据中位数定义样本容量为 40，中位数位于 $\frac{40}{2} = 20, 21$ 两个位置数据的平均数，第 20 位、第 21 位两个数据为 5 节与 6 节的平均数 $\frac{6+5}{2} = 5.5$ 节，故选项 C 中位数是 6 节不正确；

D. 根据样本平均数 $\bar{x} = \frac{1}{40}(4 \times 9 + 5 \times 11 + 6 \times 11 + 7 \times 5 + 8 \times 4) = 5.6$ 节

故选项 D 平均数是 5.6 节正确.

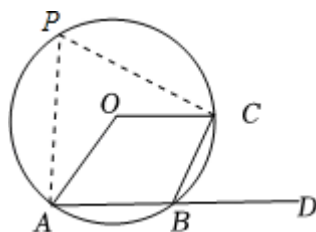
故选择：D.

【点睛】本题考查样本，众数，中位数，平均数，熟练掌握样本，众数，中位数，平均数是解题关键.

7. C

【分析】根据 $\angle CBD$ 的度数可先求出弧 AC 所对应的圆周角的度数，进而可得答案.

【详解】解：如图，在优弧 AC 上取点 P，连接 PA，PC



$$\because \angle CBD = 62^\circ$$

$$\therefore \angle CPA = 62^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 2\angle CPA = 124^\circ$$

故选：C.

【点睛】本题考查圆内接四边形的性质与圆周角定理，熟练掌握圆周角定理是解题关键.

8. A

【分析】本题考查了三角形相似的判定和性质，先根据已知条件得到 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ ，即可求得角度.

【详解】解： $\because AC = 30\text{cm}, BC = 40\text{cm}, CD = 24\text{cm}, EC = 18\text{cm}$,

$$\therefore \frac{24}{40} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}, \text{ 即 } \frac{CD}{BC} = \frac{EC}{AC},$$

又 $\because \angle DCE = \angle BCA$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$,

即 $\angle DEC = \angle BAC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle DEF = 180^\circ - \angle DEC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

故选：A.

9. B

【分析】根据二次函数的对称性，即可判断①；由开口方向和对称轴即可判断②；根据抛物线与 x 轴的交点已经 $x=-1$ 时的函数的取值，即可判断③；根据抛物线的开口方向、对称轴，与 y 轴的交点以及 $a-b+c<0$ ，即可判断④.

【详解】 $\because$ 对称轴为直线 $x=1$ ， $-2<x_1<-1$ ，

$\therefore 3<x_2<4$ ，①正确，

$$\because -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

$$\therefore 3a + 2b = 3a - 4a = -a,$$

$$\because a > 0,$$

$\therefore 3a + 2b < 0$ ，②错误；

$\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点，

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \text{ 根据题意可知 } x=-1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a - b + c < 0,$$

$$\therefore a + c < b,$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore b = -2a < 0,$$

$$\therefore a + c < 0,$$

$$\therefore b^2 - 4ac > a + c,$$

$$\therefore b^2 > a + c + 4ac, \text{ ③正确;}$$

$\therefore$ 抛物线开口向上, 与 y 轴的交点在 x 轴下方,

$$\therefore a > 0, c < 0,$$

$$\therefore a > c,$$

$$\therefore a - b + c < 0, b = -2a,$$

$$\therefore 3a + c < 0,$$

$$\therefore c < -3a,$$

$$\therefore b = -2a,$$

$$\therefore b > c, \text{ 以④错误;}$$

故选 B

【点睛】本题主要考查图象与二次函数系数之间的关系, 解题的关键是掌握数形结合思想的应用, 注意掌握二次函数图象与系数的关系, 掌握二次函数的对称性.

10. B

【分析】依次分析当 $0 \leq x \leq 3$ 、 $3 < x \leq 6$ 、 $6 < x \leq 10$ 三种情况下的三角形面积表达式, 再根据其对应图像进行判断即可确定正确选项.

【详解】解: 如图所示, 分别过点 D 、点 C 向 AB 作垂线, 垂足分别为点 E 、点 F ,

$\therefore$ 已知 $AB \parallel CD$, AB 与 CD 之间的距离为 4,

$$\therefore DE = CF = 4,$$

$\therefore$ 点 P 、 Q 同时由 A 点出发, 分别沿边 AB , 折线 $ADCB$ 向终点 B 方向移动, 在移动过程中始终保持 $PQ \perp AB$,

$$\therefore PQ \parallel DE \parallel CF,$$

$$\therefore AD = 5,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = 3,$$

$\therefore$ 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, P 点在 AE 之间, 此时, $AP = t$,

$$\therefore \frac{AP}{AE} = \frac{PQ}{DE},$$

$$\therefore PQ = \frac{4}{3}x,$$

$$\therefore S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} AP \cdot PQ = \frac{x}{2} \times \frac{4}{3}x = \frac{2}{3}x^2,$$

因此，当 $0 \leq x \leq 3$ 时，其对应的图像为 $y = \frac{2}{3}x^2 (0 \leq x \leq 3)$ ，故排除 C 和 D；

$$\because CD=3,$$

$$\therefore EF=CD=3,$$

$\therefore$ 当 $3 < x \leq 6$ 时，P 点位于 EF 上，此时，Q 点位于 DC 上，其位置如图中的 P_1Q_1 ，则

$$S_{\triangle AP_1Q_1} = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x,$$

因此当 $3 < x \leq 6$ 时，对应图像为 $y = 2x (3 < x \leq 6)$ ，即为一条线段；

$$\because \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore BF=CF=4,$$

$$\therefore AB=3+3+4=10,$$

$\therefore$ 当 $6 < x \leq 10$ 时，P 点位于 FB 上，其位置如图中的 P_2Q_2 ，此时， $P_2B=10-x$ ，

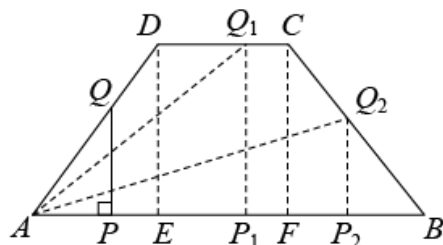
同理可得， $Q_2P_2=P_2B=10-x$ ，

$$S_{\triangle AP_2Q_2} = \frac{1}{2} \times (10-x)x = -\frac{1}{2}x^2 + 5x,$$

因此当 $6 < x \leq 10$ 时，对应图像为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5x (6 < x \leq 10)$ ，其为开口向下的抛物线的一段图像；

$6 < x \leq 10$ 的一段图像；

故选：B.



【点睛】本题考查了平行线分线段成比例的推论、勾股定理、平行线的性质、三角形的面积公式、二次函数的图像等内容，解决本题的关键是牢记相关概念与公式，能分情况讨论等，本题蕴含了数形结合与分类讨论的思想方法等。

$$11. m(a-3)^2$$

【分析】本题考查提公因式法、公式法分解因式，掌握完全平方公式的结构特征是正确应用的前提。先提取公因式 m ，再利用完全平方公式即可。

$$\text{【详解】原式} = m(a^2 - 6a + 9)$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/537040031154006066>