2024~2025 学年第一学期高二年级七校期中联考试题

数学试卷

考生注意：

1.本试卷分选择题和非选择题两部分.满分 150 分，考试时间 120 分钟.

2.答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚.

3.考生作答时，请将答案答在答题卡上.选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效.

4.本卷命题范围：人教 A 版选择性必修第一册第一章~第二章.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 $x+\sqrt{3}y+2=0$ 的倾斜角为（　　）

A. 150°　　B. 120°　　C. 60°　　D. 30°

【答案】A

【解析】

【分析】直线倾斜角和斜率的关键即可得解.

【详解】由题意直线 $x+\sqrt{3}y+2=0$，可得斜率为 $k=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

设直线 $x+\sqrt{3}y+2=0$ 的倾斜角为 α，其中 $0\le\alpha<180^\circ$，

可得 $\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\alpha=150^\circ$，即直线 $x+\sqrt{3}y+2=0$ 的倾斜角为 150°.

故选：A.

2. 已知圆 C 的方程是 $x^2+y^2+4x-2y-11=0$，则圆心 C 的坐标是（　　）

A. $(-2,1)$　　B. $(2,-1)$　　C. $(-4,2)$　　D. $(4,-2)$

【答案】A

【解析】

【分析】把圆的一般方程化为标准方程，可得圆心坐标.

【详解】圆C的方程可化为$(x+2)^2+(y-1)^2=16$，圆心C的坐标是$(-2,1)$.

故选：A.

3. 某公司利用无人机进行餐点即时的送，利用空间坐标表示无人机的位置，开始时无人机在点$O(0,0,0)$处起飞，6秒后到达点$A(0,0,90)$处，15秒后到达点B处，若$\overrightarrow{AB}=(120,0,0)$，则$|\overrightarrow{OB}|=$（　　）

A. $30\sqrt{7}$　　B. 120　　C. 150　　D. 210

【答案】C

【解析】

【分析】利用向量加法的坐标运算求得$\overrightarrow{OB}=(120,0,90)$，可求$|\overrightarrow{OB}|$.

【详解】因为$\overrightarrow{OA}=(0,0,90),\overrightarrow{AB}=(120,0,0)$，

所以$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=(120,0,90)$，

所以$|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{120^2+0^2+90^2}=150$.

故选：C.

4. 两平行直线l_1：$x-2y-\sqrt{10}=0$，l_2：$2x-4y+3\sqrt{10}=0$之间的距离为（　　）

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$　　B. 3　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用两平行直线之间的距离公式求解即可.

【详解】由题意得：

Q 直线$l_1:x-2y-\sqrt{10}=0$，$l_2:2x-4y+3\sqrt{10}=0$，

$\therefore k_1=\frac{1}{2}$，$k_2=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，两直线为平行直线，

直线$l_1:x-2y-\sqrt{10}=0\Leftrightarrow l_1:2x-4y-2\sqrt{10}=0$，

两平行直线之间的距离为$d=\frac{\left|3\sqrt{10}-\left(-2\sqrt{10}\right)\right|}{\sqrt{4+16}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

故选：A

5. 已知圆$M:(x+1)^2+(y+2)^2=1$与圆$N:(x-3)^2+(y+4)^2=1$关于直线l对称，则l的方程为（　　）

A. $x+2y+5=0$　　B. $x-2y-5=0$

C. $2x+y+5=0$　　D. $2x-y-5=0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据对称的性质，得到直线过MN的中点且与l垂直，结合垂直的斜率结论可解.

【详解】圆$M:(x+1)^2+(y+2)^2=1$的圆心为$M(-1,-2)$，

圆$N:(x-3)^2+(y+4)^2=1$的圆心为$N(3,-4)$，所以线段MN的中点坐标为$(1,-3)$，

又$k_{MN}=\dfrac{-4+2}{3+1}=-\dfrac{1}{2}$，则$k_l=-\dfrac{1}{k_{MN}}=2$，

所以直线l的方程为$y+3=2(x-1)$，即$2x-y-5=0$.

故选：D.

6. 已知向量$\vec{a}=(2,-3,0)$，$\vec{b}=(0,3,4)$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量的坐标为（　　）

A. $\left(-\dfrac{18}{13},\dfrac{27}{13},0\right)$　　B. $\left(\dfrac{18}{13},-\dfrac{27}{13},0\right)$

C. $\left(0,\dfrac{27}{25},\dfrac{36}{25}\right)$　　D. $\left(0,-\dfrac{27}{25},-\dfrac{36}{25}\right)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据投影向量的定义求解即可.

【详解】因为$\vec{a}=(2,-3,0)$，$\vec{b}=(0,3,4)$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times0-3\times3+0\times4=-9$，$|\vec{b}|=\sqrt{0+9+16}=5$，

则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为：$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}\cdot\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\dfrac{-9}{5}\times\dfrac{\vec{b}}{5}=-\dfrac{9}{25}(0,3,4)=\left(0,-\dfrac{27}{25},-\dfrac{36}{25}\right)$.

故选：D.

7. 已知圆$C:x^2+y^2-8x+12=0$，点P在圆C上，点$A(6,0)$，M为AP的中点，O为坐标原点，则$\tan\angle MOA$的最大值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{12}$　　B. $\dfrac{\sqrt{7}}{12}$　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据中点坐标公式结合相关点法可得 M 的轨迹方程为 $(x-5)^2+y^2=1$，即可根据相切求解最值.

【详解】由题意知圆 C 的方程为 $(x-4)^2+y^2=4$，设 $P(x_0,y_0)$，$M(x,y)$，

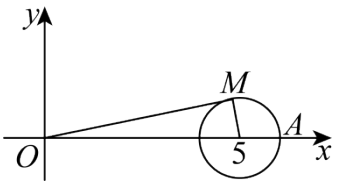
则 $\begin{cases}\dfrac{6+x_0}{2}=x,\\ \dfrac{0+y_0}{2}=y,\end{cases}$,所以 $\begin{cases}x_0=2x-6,\\ y_0=2y,\end{cases}$,又 P 在圆 C 上，所以 $(x_0-4)^2+y_0^2=4$，

即 $(2x-10)^2+(2y)^2=4$，即 M 的轨迹方程为 $(x-5)^2+y^2=1$.如图所示，

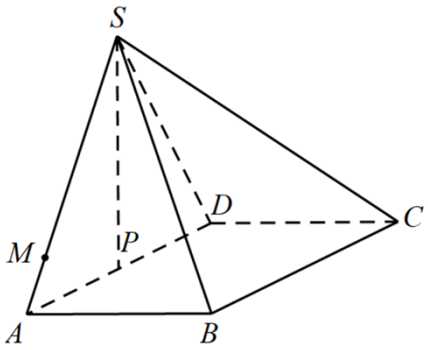
当 OM 与圆 $(x-5)^2+y^2=1$ 相切时，$\tan\angle MOA$ 取得最大值，

此时 $|OM|=\sqrt{25-1}=2\sqrt{6}$，$\tan\angle MOA=\dfrac{1}{2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{12}$，所以 $\tan\angle MOA$ 的最大值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{12}$.

故选:A



8. 如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$AD=SA=SD=2AB=2$，P 为棱 AD 的中点，且 $SP\perp AB$，$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AS}(0\le\lambda\le1)$，若点 M 到平面 SBC 的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则实数 λ 的值为（　　）



A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

【答案】A

【解析】

【分析】先证明 $SP\perp$ 平面 $ABCD$，以点 P 为原点，$\overrightarrow{PA}$，$\overrightarrow{PS}$ 的方向分别为 x，z

轴的正方向，建立的空间直角坐标系，利用点到面的距离可求解.

【详解】解：由题意得：

因为$SA=SD$，P为AD中点

所以$SP\perp AD$

又$SP\perp AB$，AB与AD交于点A，$AB\subset$平面$ABCD$，$AD\subset$平面$ABCD$

所以$SP\perp$平面$ABCD$

以点P为原点，$\overrightarrow{PA}$，$\overrightarrow{PS}$的方向分别为x，z轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系，则

$P(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$B(1,1,0)$，$C(-1,1,0)$，$S\left(0,0,\sqrt{3}\right)$

故$\overrightarrow{BA}=(0,-1,0)$，$\overrightarrow{AS}=\left(-1,0,\sqrt{3}\right)$

所以$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AS}=\left(-\lambda,0,\sqrt{3}\lambda\right)(0\le\lambda\le1)$

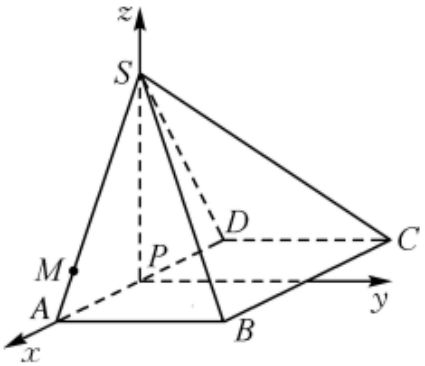
所以$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}=\left(-\lambda,-1,\sqrt{3}\lambda\right)$

又$\overrightarrow{SB}=\left(1,1,-\sqrt{3}\right)$，$\overrightarrow{CB}=(2,0,0)$，设平面$SBC$的法向量$\vec{m}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{SB}=x+y-\sqrt{3}z=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{CB}=2x=0\end{cases}$

令$z=1$，则$x=0$，$y=\sqrt{3}$，所以$\vec{m}=\left(0,\sqrt{3},1\right)$.点$M$到平面$SBC$的距离为

$d=\dfrac{\left|\overrightarrow{BM}\cdot\vec{m}\right|}{\left|\vec{m}\right|}=\dfrac{\left|-\sqrt{3}+\sqrt{3}\lambda\right|}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，解得$\lambda=\dfrac{1}{3}$或$\lambda=\dfrac{5}{3}$（舍）

故选：A.



二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9. 若直线$(a-2)x+4y+a=0$与直线$(a-2)x+\left(a^2+2a+4\right)y-2=0$平行，则$a$的值可以是（　　）

A. 0　　B. 2　　C. -2　　D. 4

【答案】AB

【解析】

【分析】利用两直线平行，得出斜率相等，进而求解.

【详解】因为两直线平行，由斜率相等得$-\frac{a-2}{4}=-\frac{a-2}{a^2+2a+4}$，所以$a-2=0$或$a^2+2a+4=4$，解得$a=2$或0或$-2$，当$a=-2$时两直线重合，舍去.

故选：AB.

10. 已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，若AA_1，BC的中点分别为M，N，则（　　）

A. $MN\perp CC_1$

B. 平面A_1BC_1//平面AD_1C

C. $B_1N\perp D_1M$

D. 点D到平面D_1MN的距离为$\frac{8\sqrt{29}}{29}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据面面平行的判定定理判断B，建立空间直角坐标系，利用向量法判断线线关系判断AC，根据点面距离的向量公式求解距离判断D.

【详解】因为$AA_1\parallel CC_1$，且$AA_1=CC_1$，则AA_1C_1C为平行四边形，

可得$A_1C_1\parallel AC$，且$A_1C_1\not\subset$平面ACD_1，$AC\subset$平面ACD_1，

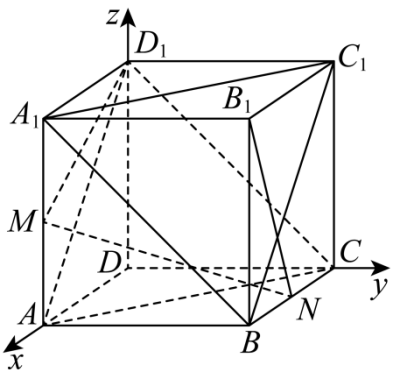
所以A_1C_1//平面ACD_1，因为$AB\parallel C_1D_1$，且$AB=C_1D_1$，则ABC_1D_1为平行四边形，

可得$AD_1\parallel BC_1$，且$BC_1\not\subset$平面ACD_1，$AD_1\subset$平面ACD_1，

所以BC_1//平面ACD_1，又$BC_1\cap A_1C_1=C_1$，$BC_1,A_1C_1\subset$平面A_1C_1B，

所以平面A_1C_1B//平面ACD_1，故B正确；

如图，



分别以 DA, DC, DD_1 为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系，则 $D(0,0,0)$，$A(2,0,0)$，$C(0,2,0)$，

$D_1(0,0,2)$，$B(2,2,0)$，$C_1(0,2,2)$，$B_1(2,2,2)$，$A_1(2,0,2)$，$M(2,0,1)$，$N(1,2,0)$，

$\overrightarrow{MN}=(-1,2,-1), \overrightarrow{CC_1}=(0,0,2)$，$\overrightarrow{B_1N}=(-1,0,-2), \overrightarrow{D_1M}=(2,0,-1)$，

$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{CC_1}=-2\neq 0$，$\overrightarrow{B_1N}\cdot\overrightarrow{D_1M}=-2+0+2=0$，

故 $MN\perp CC_1$ 不成立，$B_1N\perp D_1M$ 成立，故 A 错误，C 正确；

设平面 D_1MN 的法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$，$\overrightarrow{D_1M}=(2,0,-1), \overrightarrow{MN}=(-1,2,-1)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1M}=2x-z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{MN}=-x+2y-z=0\end{cases}$，令 $x=2$，则 $z=4, y=3$，即 $\vec{n}=(2,3,4)$，

又 $\overrightarrow{DD_1}=(0,0,2)$，

所以 $d=\dfrac{\left|\overrightarrow{DD_1}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{8}{\sqrt{29}}=\dfrac{8\sqrt{29}}{29}$，故点 D 到平面 D_1MN 的距离为 $\dfrac{8\sqrt{29}}{29}$，故 D 正确.

故选：BCD

11. 已知点 $P(x_0,y_0)$，直线 $l: x_0x+y_0y=1$ 及圆 $C: x^2+y^2=1$，则下列结论正确的是（　　）

A. 若点 P 在 C 上，则 l 与 C 相切

B. 若点 P 在圆 $x^2+y^2=4$ 上，则 l 被圆 C 截得的弦长为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C. 若点 P 在圆 C 外，过点 P 作圆 C 的切线，则 l 为过两切点的直线

D. 若点 P 在圆 C 内，过点 P 的直线与圆 C 交于点 M, N，则圆 C 在 M, N 处的切线的交点在 l 上

【答案】ACD

【解析】

【分析】A 计算圆 C 的圆心 $(0,0)$ 到 l 的距离可判断选项正误；B 计算圆 C 的圆心 $(0,0)$ 到 l 的距离结合弦长公式可判断选项正误；C 由 A 选项分析可判断选项正误；D 由 C 选项分析可判断选项正误.

【详解】对于 A，点 P 在 C 上，则 $x_0^2+y_0^2=1$，圆 C 的圆心 $(0,0)$ 到 l 的距离 $d=\dfrac{1}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}=1$，

故 l 与 C 相切，A 正确；

对于 B，点 P 在圆 $x^2+y^2=4$ 上，则 $x_0^2+y_0^2=4$，圆 C 的圆心 $(0,0)$ 到 l 的距离：

$d=\dfrac{1}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}=\dfrac{1}{2}$，所以$l$被圆$C$截得的弦长为$2\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{3}$，B 错误；

对于 C，设两切点分别为$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$，由 A 选项分析可知：

圆C在点A,B处的切线方程分别为$x_1x+y_1y=1,x_2x+y_2y=1$，

因为点P在两切线上，所以$x_1x_0+y_1y_0=1,x_2x_0+y_2y_0=1$，

所以点A,B都在直线$x_0x+y_0y=1$上，C 正确；

对于 D，由选项 C 知，设圆C在M,N处的切线的交点为$\left(x_0',y_0'\right)$，

则MN的方程为$x_0'x+y_0'y=1$，由点P在该直线上，所以$x_0x_0'+y_0y_0'=1$，

所以点$\left(x_0',y_0'\right)$在直线$x_0x+y_0y=1$上，D 正确.

故选：ACD.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 设向量$\vec{a}=\left(1,2,m\right),\vec{b}=\left(2,0,-1\right)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$m=$_____.

【答案】2

【解析】

【分析】利用空间向量垂直的坐标表示式列方程解之即得.

【详解】因为$\vec{a}\perp\vec{b}$，所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，即$1\times2-m=0$，故$m=2$.

故答案为：2.

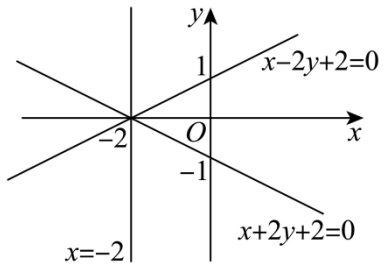
13. 已知圆C与两直线$x-2y+2=0,x+2y+2=0$都相切，且圆C经过点$\left(1,1\right)$，则圆C的半径为

_____.

【答案】$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$或$\sqrt{5}$

【解析】

【分析】结合图象确定圆心在x轴上，再通过半径得到等式求解即可.

【详解】

结合图象，易知直线 $x-2y+2=0$ 与 $x+2y+2=0$ 关于 x 轴对称或关于 $x=-2$ 对称，

又当圆心在 $x=-2$ 上时，圆 C 不可能经过点 $(1,1)$，所以圆 C 的圆心在 x 轴上，

设圆 C 的方程为 $(x-a)^2+y^2=r^2$，

由题意可知，$\dfrac{|a+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\sqrt{(a-1)^2+(0-1)^2}$，整理得 $2a^2-7a+3=0$，解得 $a=\dfrac{1}{2}$ 或 $a=3$，

当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，$r=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，当 $a=3$ 时，$r=\sqrt{5}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ 或 $\sqrt{5}$

14. 已知两点 $A(4,0)$，$B(0,4)$，从点 $P(2,0)$ 射出的光线经直线 AB 反射后射到直线 OB 上，再经直线 OB 反射后射到 P 点，则光线所经过的路程 $|PM|+|MN|+|NP|$ 等于_____.

【答案】$2\sqrt{10}$

【解析】

【分析】作出点 P 关于直线 OB 的对称点 C，作出点 P 关于直线 AB 的对称点 D，则 N，M，D 三点共线，N，M，C 三点共线，即 N，M，D，C 四点共线，得 $|PM|+|NM|+|NP|=|CD|$，运用两点间的距离公式计算即可.

【详解】解：作出点 P 关于直线 OB 的对称点 C，作出点 P 关于直线 AB 的对称点 D，

则 N，M，D 三点共线，N，M，C 三点共线，即 N，M，D，C 四点共线，

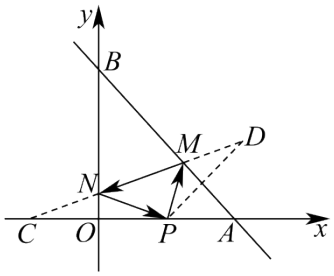
得 $|PM|+|NM|+|NP|=|CD|$，易得 $C(-2,0)$，$P(2,0)$，

直线 AB 的方程是 $x+y-4=0$，

设 $D(m,n)$，则 $\begin{cases}\dfrac{n-0}{m-2}=1\\ \dfrac{m+2}{2}+\dfrac{n+0}{2}-4=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}m=4\\ n=2\end{cases}$，即 $D(4,2)$，

$\therefore |CD| = \sqrt{(4+2)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{10}$.

故答案为：$2\sqrt{10}$



四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知直线$l: x - ay + 2a - 1 = 0$及点$A(-2, 2)$.

（1）若与l垂直的直线$3x - my + 2 = 0$过点 A，求m与a的值；

（2）若点 A 与点$B(1, -1)$到直线l的距离相等，求l的斜截式方程.

【答案】（1）$m = -2$，$a = \dfrac{3}{2}$

（2）$y = x + 1$或$y = -x + 3$

【解析】

【分析】（1）由垂直关系及点在线上列出等式求解即可；

（2）由点到线的距离公式列出等式，求解即可.

【小问 1 详解】

因为直线$3x - my + 2 = 0$过点$A(-2, 2)$，

所以$-6 - 2m + 2 = 0$，解得$m = -2$，

因为$3x + 2y + 2 = 0$与l垂直，

所以$\dfrac{1}{a} = \dfrac{2}{3}, a = \dfrac{3}{2}$.

【小问 2 详解】

因为点 A 与点$B(1, -1)$到直线l的距离相等，

由点到直线的距离公式得$\dfrac{3}{\sqrt{a^2+1}} = \dfrac{|3a|}{\sqrt{a^2+1}}$.

解得$a = \pm 1$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/537044034153010005