

四川南充市高 2023-2024 学年高三下学期期末教学质量检查数学试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，对称轴与准线的交点为 T ， P 为 C 上任意一点，若 $|PT| = 2|PF|$ ，则 $\angle PTF =$ ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

2. 若 $(1+2ai)i = 1-bi$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}$ ，则 $|a+bi| =$ ()。

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 5

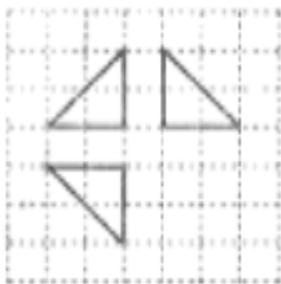
3. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ ， \vec{b} 是单位向量，若 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$ ，则 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

4. 下列函数中，值域为 \mathbb{R} 的偶函数是 ()

- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = e^x - e^{-x}$ C. $y = \lg|x|$ D. $y = \sqrt{x^2}$

5. 如图所示，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某多面体的三视图，则该几何体的各个面中最大面的面积为 ()



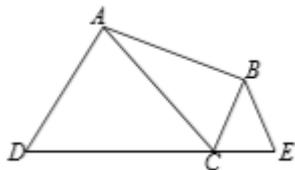
- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 8 D. $8\sqrt{3}$

6. 已知直线 $l: x + m^2y = 0$ 与直线 $n: x + y + m = 0$ 则“ $l \parallel n$ ”是“ $m = 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 如图所示，为了测量 A 、 B 两座岛屿间的距离，小船从初始位置 C 出发，已知 A 在 C 的北偏西 45° 的方向上， B

在 C 的北偏东 15° 的方向上, 现在船往东开 2 百海里到达 E 处, 此时测得 B 在 E 的北偏西 30° 的方向上, 再开回 C 处, 由 C 向西开 $2\sqrt{6}$ 百海里到达 D 处, 测得 A 在 D 的北偏东 22.5° 的方向上, 则 A 、 B 两座岛屿间的距离为 ()



- A. 3 B. $3\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$

8. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$, 直线 $y = k\left(x - \frac{p}{2}\right) (k > 0)$ 与 C 分别相交于点 A , M 与 C 的准线相交于点 N , 若 $|AM| = |MN|$, 则 $k =$ ()

- A. 3 B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项, 2 为公差的等差数列, $\{b_n\}$ 是以 1 为首项, 2 为公比的等比数列, 设 $c_n = a_{b_n}$, $T_n = c_1 + c_2 + \dots + c_n (n \in \mathbb{N}^*)$, 则当 $T_n < 2020$ 时, n 的最大值是 ()

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

10. 已知函数 $f(x) = x - [x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大正整数, 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(x)$ 的值域是 $[0, 1]$ B. $f(x)$ 是奇函数
C. $f(x)$ 是周期函数 D. $f(x)$ 是增函数

11. 复数 $z = \frac{4+3i}{i-2}$ 的虚部为 ()

- A. $2i$ B. $-2i$ C. 2 D. -2

12. “ $\tan \theta = 2$ ”是“ $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = a \ln x - bx^2$ 图象上一点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $y = -3x + 2 \ln 2 + 2$, 则 $a + b =$ _____.

14. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x + y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 2 \leq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$, 则 $z = 3x + y$ 的最小值是 _____.

15. 函数 $f(x) = e^x - x - b$ (e 为自然对数的底数, $b \in \mathbb{R}$), 若函数 $g(x) = f\left(f(x) - \frac{1}{2}\right)$ 恰有 4 个零点, 则实数 b

的取值范围为_____.

16. 已知函数 $f(x)$ 对于 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(4-x) = f(x)$, 且周期为 2, 当 $x \in [-3, -2]$ 时, $f(x) = (x+2)^2$, 则

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - (a+2)x + a \ln x$ (a 为实常数).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的单调性;

(2) 若存在 $x \in [1, e]$, 使得 $f(x) \leq 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 我国在 2018 年社保又出新的好消息, 之前流动就业人员跨地区就业后, 社保转移接续的手续往往比较繁琐, 费时费力. 社保改革后将简化手续, 深得流动就业人员的赞誉. 某市社保局从 2018 年办理社保的人员中抽取 300 人, 得到其办理手续所需时间 (天) 与人数的频数分布表:

| 时间 | $[0,2)$ | $[2,4)$ | $[4,6)$ | $[6,8)$ | $[8,10)$ | $[10,12)$ |
|----|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|
| 人数 | 15 | 60 | 90 | 75 | 45 | 15 |

(1) 若 300 名办理社保的人员中流动人员 210 人, 非流动人员 90 人, 若办理时间超过 4 天的人员里非流动人员有 60 人, 请完成办理社保手续所需时间与是否流动人员的列联表, 并判断是否有 95% 的把握认为“办理社保手续所需时间与是否流动人员”有关.

列联表如下

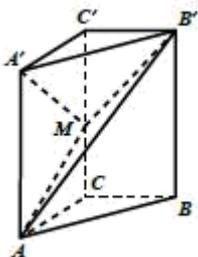
| | 流动人员 | 非流动人员 | 总计 |
|-------------------|------|-------|-----|
| 办理社保手续所需时间不超过 4 天 | | | |
| 办理社保手续所需时间超过 4 天 | | 60 | |
| 总计 | 210 | 90 | 300 |

(2) 为了改进工作作风, 提高效率, 从抽取的 300 人中办理时间为 $[8,12)$ 流动人员中利用分层抽样, 抽取 12 名流动人员召开座谈会, 其中 3 人要求交书面材料, 3 人中办理的时间为 $[10,12)$ 的人数为 ξ , 求出 ξ 分布列及期望值.

附:
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

| | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| $P(K^2 \geq k_0)$ | 0.10 | 0.05 | 0.010 | 0.005 |
| k_0 | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 |

19. (12分) 如图, 三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 的侧棱 AA' 垂直于底面 ABC , 且 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = 1$, $A'A = \sqrt{6}$, M 是棱 CC' 的中点.



- (1) 证明: $AB' \perp A'M$;
(2) 求二面角 $A'-MB'-A$ 的余弦值.

20. (12分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_{n+1} = 2S_n + 1 (n \in N^*)$

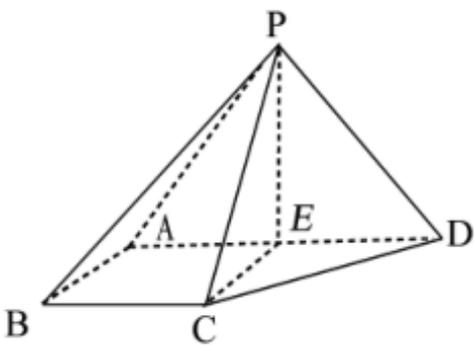
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 在 a_n 和 a_{n+1} 之间插入 n 个实数, 使得这 $n+2$ 个数依次组成公差为 d_n 的等差数列, 设数列 $\{\frac{1}{d_n}\}$ 的前 n 项和为

T_n , 求证: $T_n < 2$.

21. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形,

$AB \perp AD$, $\angle ADC = 45^\circ$, $AD \parallel BC$, $AD = 2AB = 2$, $\triangle ADP$ 为等边三角形, 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, E 为 AD 的中点.



- (1) 求证: 平面 $PBC \perp$ 平面 PCE ;
(2) 点 F 在线段 CD 上, 且 $\frac{CF}{FD} = \frac{3}{2}$, 求平面 PAD 与平面 PBF 所成的锐二面角的余弦值.

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 把曲线 $C_1: \begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数) 上每个点的横坐标变为原来的 $\sqrt{3}$ 倍, 纵坐标

不变, 得到曲线 C_2 . 以坐标原点为极点, 以 x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C_3 的极坐标方程

$$\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 4\sqrt{2}.$$

(1) 写出 C_2 的普通方程和 C_3 的直角坐标方程;

(2) 设点 M 在 C_2 上, 点 N 在 C_3 上, 求 $|MN|$ 的最小值以及此时 M 的直角坐标.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

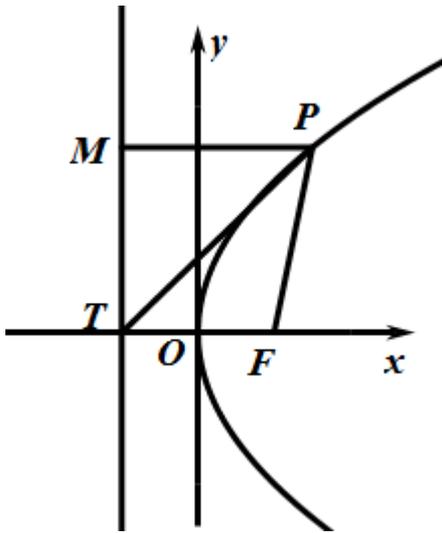
如图所示: 作 PM 垂直于准线交准线于 M , 则 $|PM| = |PF|$, 故 $|PT| = 2|PM|$, 得到答案.

【详解】

如图所示: 作 PM 垂直于准线交准线于 M , 则 $|PM| = |PF|$,

在 $Rt\triangle PTM$ 中, $|PT| = 2|PM|$, 故 $\angle PTM = 30^\circ$, 即 $\angle PTF = 60^\circ$.

故选: C.



【点睛】

本题考查了抛物线中角度的计算，意在考查学生的计算能力和转化能力.

2、C

【解析】

试题分析：由已知， $-2a+i=1-bi$ ，根据复数相等的充要条件，有 $a=-\frac{1}{2}$ ， $b=-1$

所以 $|a+bi| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ，选 C

考点：复数的代数运算，复数相等的充要条件，复数的模

3、C

【解析】

设 $\vec{b} = (x, y)$ ，根据题意求出 x, y 的值，代入向量夹角公式，即可得答案；

【详解】

设 $\vec{b} = (x, y)$ ， $\therefore \vec{a} - \vec{b} = (1-x, \sqrt{3}-y)$ ，

Q \vec{b} 是单位向量， $\therefore x^2 + y^2 = 1$ ，

Q $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$ ， $\therefore (1-x)^2 + (\sqrt{3}-y)^2 = 3$ ，

联立方程解得： $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 0, \end{cases}$

$$\text{当 } \begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}, \end{cases} \text{ 时, } \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{2 \times 1} = \frac{1}{2}; \therefore \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{当 } \begin{cases} x = 1, \\ y = 0, \end{cases} \text{ 时, } \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{1}{2 \times 1} = \frac{1}{2}; \therefore \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$$

综上所述: $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查向量的模、夹角计算, 考查函数与方程思想、转化与化归思想, 考查逻辑推理能力、运算求解能力, 求解时注意 b 的两种情况.

4、C

【解析】

试题分析: A 中, 函数为偶函数, 但 $y \geq 1$, 不满足条件; B 中, 函数为奇函数, 不满足条件; C 中, 函数为偶函数且 $y \in R$, 满足条件; D 中, 函数为偶函数, 但 $y \geq 0$, 不满足条件, 故选 C.

考点: 1、函数的奇偶性; 2、函数的值域.

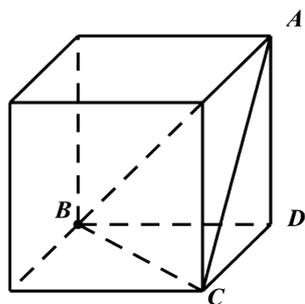
5、B

【解析】

根据三视图可以得到原几何体为三棱锥, 且是有三条棱互相垂直的三棱锥, 根据几何体的各面面积可得最大面的面积.

【详解】

解: 分析题意可知, 如下图所示,



该几何体为一个正方体中的三棱锥 $A-BCD$,

最大面的表面边长为 $2\sqrt{2}$ 的等边三角形 ABC ,

故其面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{3}$ ，

故选 B.

【点睛】

本题考查了几何体的三视图问题，解题的关键是要能由三视图解析出原几何体，从而解决问题.

6、B

【解析】

利用充分必要条件的定义可判断两个条件之间的关系.

【详解】

若 $l//n$ ，则 $1 \times 1 = m^2 \times 1$ ，故 $m = 1$ 或 $m = -1$ ，

当 $m = 1$ 时，直线 $l: x + y = 0$ ，直线 $n: x + y + 1 = 0$ ，此时两条直线平行；

当 $m = -1$ 时，直线 $l: x + y = 0$ ，直线 $n: x + y - 1 = 0$ ，此时两条直线平行.

所以当 $l//n$ 时，推不出 $m = 1$ ，故“ $l//n$ ”是“ $m = 1$ ”的不充分条件，

当 $m = 1$ 时，可以推出 $l//n$ ，故“ $l//n$ ”是“ $m = 1$ ”的必要条件，

故选：B.

【点睛】

本题考查两条直线的位置关系以及必要不充分条件的判断，前者应根据系数关系来考虑，后者依据两个条件之间的推出关系，本题属于中档题.

7、B

【解析】

先根据角度分析出 $\angle CBE, \angle ACB, \angle DAC$ 的大小，然后根据角度关系得到 AC 的长度，再根据正弦定理计算出 BC 的长度，最后利用余弦定理求解出 AB 的长度即可.

【详解】

由题意可知： $\angle ACB = 60^\circ, \angle ADC = 67.5^\circ, \angle ACD = 45^\circ, \angle BCE = 75^\circ, \angle BEC = 60^\circ$ ，

所以 $\angle CBE = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$ ， $\angle DAC = 180^\circ - 67.5^\circ - 45^\circ = 67.5^\circ$ ，

所以 $\angle DAC = \angle ADC$ ，所以 $CA = CD = 2\sqrt{6}$ ，

又因为 $\frac{BC}{\sin \angle BEC} = \frac{CE}{\sin \angle CBE}$ ，所以 $BC = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$ ，

所以 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB} = \sqrt{24 + 6 - 2 \times 2\sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{2}} = 3\sqrt{2}$ 。

故选：B.

【点睛】

本题考查解三角形中的角度问题，难度一般.理解方向角的概念以及活用正、余弦定理是解答问题的关键.

8、C

【解析】

根据抛物线的定义以及三角形的中位线，斜率的定义表示即可求得答案.

【详解】

显然直线 $y = k\left(x - \frac{p}{2}\right)$ ($k > 0$) 过抛物线的焦点 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

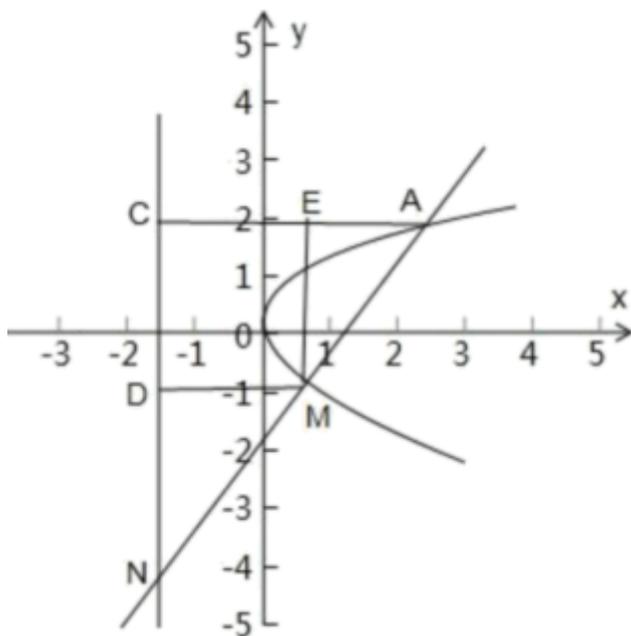
如图，过 A, M 作准线的垂直，垂足分别为 C, D ，过 M 作 AC 的垂线，垂足为 E

根据抛物线的定义可知 $MD=MF$ ， $AC=AF$ ，又 $AM=MN$ ，所以 M 为 AN 的中点，所以 MD 为三角形 NAC 的中位线，

故 $MD=CE=EA=\frac{1}{2}AC$

设 $MF=t$ ，则 $MD=t$ ， $AF=AC=2t$ ，所以 $AM=3t$ ，在直角三角形 AEM 中， $ME=\sqrt{AM^2 - AE^2} = \sqrt{9t^2 - t^2} = 2\sqrt{2}t$

所以 $k = \tan \angle MAE = \frac{ME}{AE} = \frac{2\sqrt{2}t}{t} = 2\sqrt{2}$



故选：C

【点睛】

本题考查求抛物线的焦点弦的斜率，常见于利用抛物线的定义构建关系，属于中档题.

9、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/537100015152010002>