专题 1.3　构造直角三角形解题四大题型

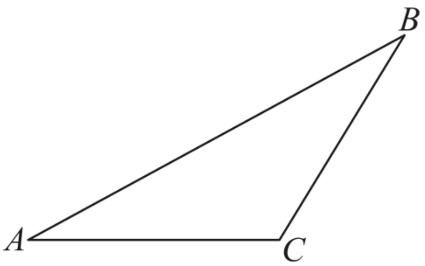
【北师大版】

考卷信息：

本套训练卷共 40 题，题型针对性较高，覆盖面广，选题有深度，可加强学生构造直角三角形解题四大题型的理解！

【题型 1　三角形作高法】

1．（2023 秋·江苏南通·九年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=30°$，$AC=2\sqrt{3}$，$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$AB$的长为（　）

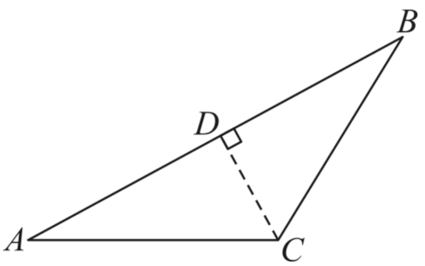


A．$2+2\sqrt{3}$　　B．$3+\sqrt{3}$　　C．4　　D．5

【答案】D

作$CD\perp AB$于D，根据$\angle A=30°$，$AC=2\sqrt{3}$，算出CD和AD，再根据$\tan B=\frac{CD}{BD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，算出$BD$，最后根据$AB=AD+BD$计算即可．

【详解】如下图，作$CD\perp AB$于D，



在$Rt\triangle ACD$中，$\angle A=30°$，$AC=2\sqrt{3}$，

$\therefore CD=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}$，$AD=\sqrt{3}CD=3$，

在$Rt\triangle BCD$中，$\tan B=\frac{CD}{BD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{BD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

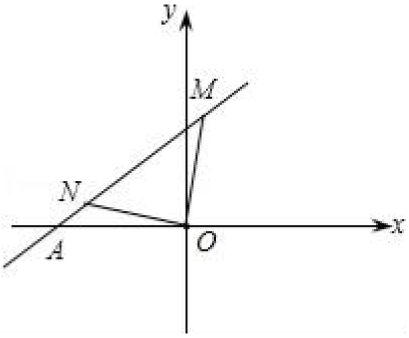
$\therefore BD=2$，

$\therefore AB=AD+BD=3+2=5$，

故选：D．

【点睛】本题考查了用锐角三角函数解非直角三角形，作垂直构造直角三角形是解题的关键．

2．（2023春·江苏·九年级专题练习）如图，直线 $y=\frac{3}{4}x+3$ 交 x 轴于 A 点，将一块等腰直角三角形纸板的直角顶点置于原点 O，另两个顶点 M、N 恰落在直线 $y=\frac{3}{4}x+3$ 上，若 N 点在第二象限内，则 tan∠AON 的值为（　　）

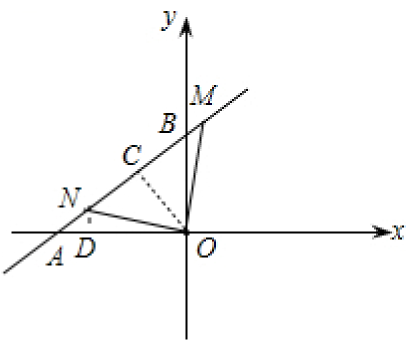


A．$\frac{1}{7}$　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{1}{8}$

【答案】A

过 O 作 OC⊥AB 于 C，过 N 作 ND⊥OA 于 D，设 N 的坐标是（x，$\frac{3}{4}x+3$），得出 DN=$\frac{3}{4}x+3$，OD=-x，求出 OA=4，OB=3，由勾股定理求出 AB=5，由三角形的面积公式得出 AO×OB=AB×OC，代入求出 OC，根据 $\sin 45°=\frac{OC}{ON}$，求出 ON，在 Rt△NDO 中，由勾股定理得出（$\frac{3}{4}x+3$）^{2}+（-x）^{2}=$(\frac{12\sqrt{2}}{5})^2$，求出 N 的坐标，得出 ND、OD，代入 tan∠AON=$\frac{ND}{OD}$求出即可．

【详解】过 O 作 OC⊥AB 于 C，过 N 作 ND⊥OA 于 D，



∵N 在直线 $y=\frac{3}{4}x+3$ 上，

∴设 N 的坐标是（x，$\frac{3}{4}x+3$），

则 DN=$\frac{3}{4}$x+3，OD=-x，

y=$\frac{3}{4}$x+3，

当 x=0 时，y=3，

当 y=0 时，x=-4，

∴A（-4，0），B（0，3），

即 OA=4，OB=3，

在△AOB 中，由勾股定理得：AB=5，

∵在△AOB 中，由三角形的面积公式得：AO×OB=AB×OC，

∴3×4=5OC，

OC=$\frac{12}{5}$，

∵在 Rt△NOM 中，OM=ON，∠MON=90°，

∴∠MNO=45°，

∴sin45°=$\frac{OC}{ON}=\frac{\frac{12}{5}}{ON}$，

∴ON=$\frac{12\sqrt{2}}{5}$，

在 Rt△NDO 中，由勾股定理得：$ND^2+DO^2=ON^2$，

即（$\frac{3}{4}$x+3）^{2}+（-x）^{2}=$(\frac{12\sqrt{2}}{5})^2$，

解得：$x_1=-\frac{84}{25}$，$x_2=\frac{12}{25}$，

∵N 在第二象限，

∴x 只能是$-\frac{84}{25}$，

$\frac{3}{4}$x+3=$\frac{12}{25}$，

即 ND=$\frac{12}{25}$，OD=$\frac{84}{25}$，

tan∠AON=$\frac{ND}{OD}=\frac{1}{7}$.

故选 A.

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，勾股定理，三角形的面积，解直角三角形等知识点的运用，主要考查学生运用这些性质进行计算的能力，题目比较典型，综合性比较强.

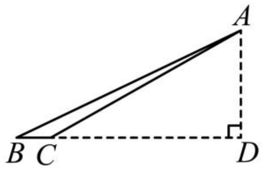
3．（2023秋·黑龙江哈尔滨·九年级哈尔滨市萧红中学校考阶段练习）在$\triangle ABC$中，若$AB=\sqrt{58}$，$\tan B=\frac{3}{7}$，$AC=3\sqrt{5}$，则$BC=$__________.

【答案】1或13

过点A作$AD\perp BC$于点D，分高AD在三角形内部和三角形外部两种情况进行讨论求解.

【详解】解：过点A作$AD\perp BC$于点D，分两种情况讨论：

①当AD在$\triangle ABC$的外部时，如图：



$\because\tan B=\frac{AD}{BD}=\frac{3}{7}$，

$\therefore$设$AD=3x,BD=7x$，则：$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{58}x=\sqrt{58}$，

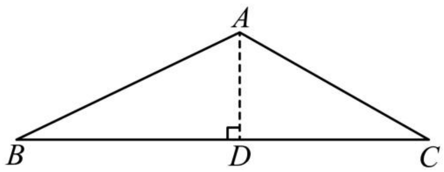
$\therefore x=1$，

$\therefore AD=3,BD=7$，

$\therefore CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=6$，

$\therefore BC=BD-CD=1$；

②当AD在$\triangle ABC$的内部时，如图：



同法可得：$BD=7,CD=6$，

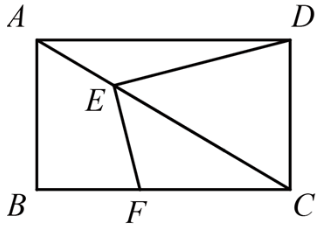
$\therefore BC=BD+CD=13$；

综上：$BC=1$或13；

故答案为：1或13.

【点睛】本题考查解非直角三角形，解题的关键是构造直角三角形，利用数形结合和分类讨论的思想，进行求解.

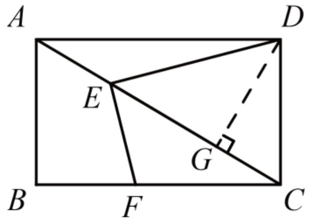
4．（2023·天津河北·统考二模）如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2,BC=2\sqrt{3}$，连接AC，点E在AC上，$\angle DEF=90^\circ,EC$平分$\angle DEF,AE=$____________.



【答案】$3-\sqrt{3}$/$-\sqrt{3}+3$

过点 D 作$DG\perp AC$，由$\angle DEF=90°$,EC平分$\angle DEF$可得$\triangle DEG$是等腰直角三角形，再根据矩形性质和勾股定理易求对角线AC长，进而解三角形求出CG、DG即可解答.

【详解】解：过点 D 作$DG\perp AC$，如图：



$\because\angle DEF=90°$,EC平分$\angle DEF$，

$\therefore\angle DEG=45°$，

$\therefore DG=EG$，

$\because$在矩形$ABCD$中，$AB=2$,$BC=2\sqrt{3}$，

$\therefore CD=2$，$AD=2\sqrt{3}$，$\angle ADC=\angle ABC=90°$，

$\therefore AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=4$，

$\therefore\sin\angle ACD=\frac{AD}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\angle ACD=\frac{CD}{AC}=\frac{1}{2}$，

$\therefore EG=GD=CD\sin\angle ACD=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

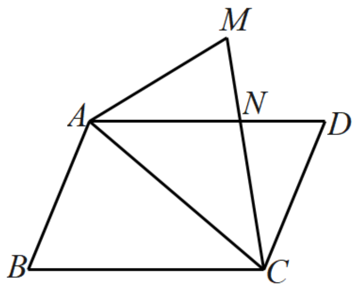
$GC=CD\cos\angle ACD=2\times\frac{1}{2}=1$，

$\therefore AE=AC-EG-GC=4-\sqrt{3}-1=3-\sqrt{3}$，

故答案为：$3-\sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查了矩形性质和解三角形，解题关键是过点 D 作$DG\perp AC$构造$\triangle DEG$是等腰直角三角形，再解三角形.

5．（2023·上海·九年级假期作业）如图，将平行四边形$ABCD$沿着对角线AC翻折，点B的对应点为M，CM交AD于点N，如果$\angle B=76°$，$\angle ACM=\angle DCM+10°$，且$NC=m$，那么平行四边形$ABCD$的周长为_____ ．（参考数据：$\cos76°\approx0.24$,$\tan76°\approx4$）



【答案】$4.96m$

由$\angle B=76^\circ$，四边形$ABCD$为平行四边形，折叠的性质可得$\triangle ANC$是等腰三角形，$AN=NC$，设$\angle DCM=x$，则$\angle ACM=\angle ACB=x+10^\circ$，由三角形的内角和定理解得$\angle DCM=28^\circ$，由外角性质可证明$\triangle DNC$为等腰三角形，继而得到$DN=CN=AN=m$，解得$\angle BCM=2\angle ACM=76^\circ$，分别过点$A$、$N$作$AE\perp BC,NF\perp BC$，利用余弦定理分别解得$BE$、$FC$的长，最后求得平行四边形的周长．

【详解】解：$\because\angle B=76^\circ$，四边形$ABCD$为平行四边形，

$\therefore\angle D=76^\circ$

$\because$翻折

$\therefore\angle ACM=\angle ACB$

$\because AB//CD$

$\therefore\angle DAC=\angle ACB$

$\therefore\angle ACM=\angle DAC$

$\therefore\triangle ANC$是等腰三角形

$\therefore\ AN=NC$

设$\angle DCM=x$，则$\angle ACM=\angle ACB=x+10^\circ$

在$\triangle DAC$中，由三角形内角和定理可得

$x+2(x+10)+76^\circ=180^\circ$

$\therefore x=28^\circ$

$\therefore\angle BCM=2\angle ACM=2(x+10^\circ)=76^\circ$

分别过点A、N作$AE\perp BC,NF\perp BC$

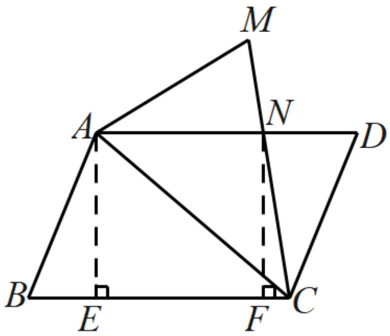
在$Rt\triangle NFC$中，$FC=NC\cos76^\circ=0.24m$

在$Rt\triangle ABE$中，$BE=AB\cos76^\circ=0.24m$

$\therefore BC=BE+EF+FC=0.24m+m+0.24m=1.48m$

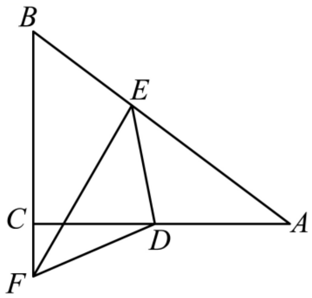
平行四边形$ABCD$的周长为$2(AB+BC)=2(m+1.48m)=4.96m$

故答案为：$4.96m$.



【点睛】本题考查平行四边形的性质、三角形内角和定理、图形的翻折变换等知识，是重要考点，掌握相关知识是解题关键．

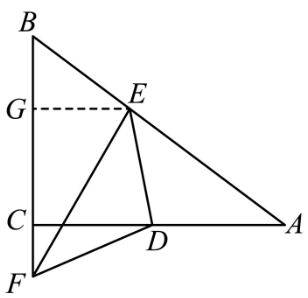
6．（2023春·重庆·九年级重庆实验外国语学校校考期末）如图，在三角形ABC中，$\angle ACB=90°$，$AB=5$，$AC=4$，点D、点E分别为线段AC、AB上的点，连结DE．将$\triangle ADE$沿DE折叠，使点A落在BC的延长线上的点F处，此时恰好有$\angle BFE=30°$，则CF的长度为_____．



【答案】$\frac{20\sqrt{3}-24}{13}$

过点E作$EG\perp BF$于G，根据勾股定理求得BC的长，继而求得$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{3}{4}$，设$GB=3k,GE=4k$，则$BE=5k$，则$AE=EF=2GE=8k$，根据$AB=BE+AE=13k=5$，解得$k=\frac{5}{13}$，在$\mathrm{Rt}\triangle GFE$中，$GF=\sqrt{3}GE=\frac{20\sqrt{3}}{13}$，根据$FC=GF-GC$即可求解．

【详解】过点E作$EG\perp BF$于G，如图，



$\because\angle BFE=30°$，

$\therefore GE=\frac{1}{2}EF$，

$\because \angle ACB=90^\circ$，$AB=5$，$AC=4$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore \tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{3}{4}$,

$\because GE\perp BC,AC\perp BC$，

$\therefore GE\parallel AC$，

$\therefore \tan\angle BEG=\frac{GB}{GE}=\frac{3}{4}$,

$\therefore GE=\frac{4}{3}BG$，

设$GB=3k,GE=4k$，则$BE=5k$，$AE=EF=2GE=8k$，

$\because AB=BE+AE=13k=5$，

解得$k=\frac{5}{13}$,

$\therefore GE=4k=\frac{20}{13}$，$BG=3k=\frac{15}{13}$,

$\therefore GC=BC-BG=3-\frac{15}{13}=\frac{24}{13}$,

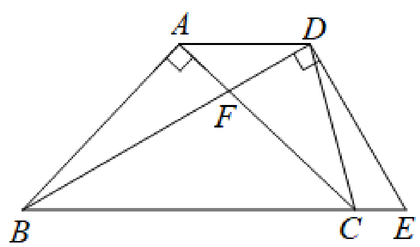
在Rt$\triangle GFE$中，$GF=\sqrt{3}GE=\frac{20\sqrt{3}}{13}$,

$\therefore FC=GF-GC=\frac{20\sqrt{3}-24}{13}$,

故答案为：$\frac{20\sqrt{3}-24}{13}$.

【点睛】本题考查了折叠的性质，解直角三角形，含 30 度角的直角三角形的性质，勾股定理，求得GC的长是解题的关键.

7. （2023·山西·校联考二模）如图，在$Rt\triangle ABC$和$Rt\triangle DBE$中，$\angle BAC=\angle BDE=90^\circ$，$AB=AC$，$\angle DBC=30^\circ$，且点 B，C，E 在同一条直线上，AC与BD交于点 F，连接CD、AD，若$BD=BC$，$DE=8$．则AD的长为________.



【答案】$12-4\sqrt{3}$/$-4\sqrt{3}+12$

先证明$AD \parallel BE$，由此得到$\angle DAC=\angle ACB$，可见$\triangle ADC$的$\angle DAC$、边 AC、$\angle ACD$都是确定的，因此可通过解$\triangle ADC$求出 AD 长.

【详解】解：如图，分别过点 A、D 作$AM\perp BE$，$DN\perp BE$，则$AM \parallel DN$，

在$Rt\triangle ABC$和$Rt\triangle DBE$中，由$\angle BAC=\angle BDE=90°$，$AB=AC$，$\angle DBC=30°$可得：$\angle ABC=\angle ACB=45°$，$\angle E=60°$，

$\because BD=BC$，$\angle DBC=30°$，

$\therefore \angle BCD=\angle BDC=75°$，

$\therefore \angle ACD=30°$，

在$Rt\triangle DBE$中，$BD=DE\cdot \cot\angle DBC=8\cdot\cot 30°=8\sqrt{3}$，

$\therefore BC=8\sqrt{3}$，

在$Rt\triangle ABC$中，$AB=BC\cdot\cos\angle ABC=8\sqrt{3}\cdot\cos 45°=4\sqrt{6}$，

$\therefore AC=4\sqrt{6}$，

分别解$Rt\triangle ABM$和$Rt\triangle DEN$，可得$AM=4\sqrt{3}$，$DN=4\sqrt{3}$，

$\therefore AM=DN$，

又$AM \parallel DN$，

$\therefore$四边形 $AMND$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BE$，

$\therefore \angle DAC=\angle ACB=45°$，

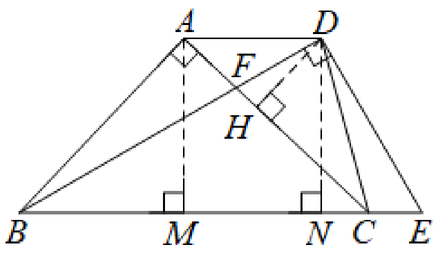
解$\triangle ADC$，

过点 D 作$DH\perp AC$，

由于$\angle DAC=45°$，$\angle ACD=30°$，故可设$DH=k$，则$AH=k$，$AD=\sqrt{2}k$，$HC=\sqrt{3}k$，

由于$AC=4\sqrt{6}$，故得到$\sqrt{3}k+k=4\sqrt{6}$，解得$k=6\sqrt{2}-2\sqrt{6}$，

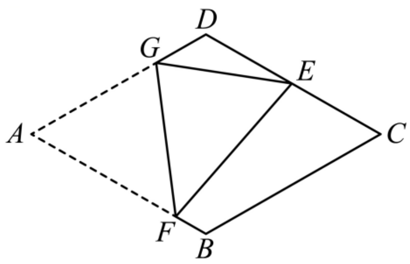
$\therefore AD=\sqrt{2}k=12-4\sqrt{3}$.



【点睛】本题重点考查了解直角三角形的相关知识．在直角三角形中，知道了除直角外的两个元素（至少

有一个元素是边），就可以求出这个直角三角形的其他三个元素．如果没有直角三角形，有时需要构造直角三角形．本题中的$\triangle ADC$的$\angle DAC$、边AC、$\angle ACD$经过分析可知都是确定的，故可“化斜为直”，构造直角三角形是解题的关键．

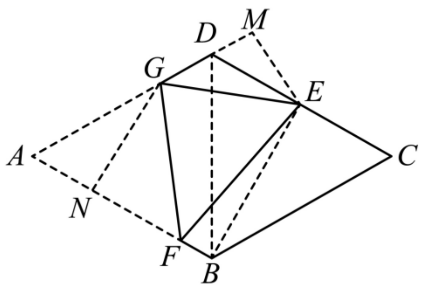
8．（2023春·上海静安·九年级上海市静安区教育学院附属学校校考期中）如图，在菱形纸片$ABCD$中，$AB=2$，$\angle A=60°$，将菱形纸片翻折，使得点A落在CD的中点E处，折痕为FG，点F．G分别在边AB．AD上，则$\sin\angle EFG$=________．



【答案】$\frac{2\sqrt{7}}{7}$

作$GN\perp AB$于N，作$EM\perp AD$交AD延长线于M，连接BE，BD．在$Rt\Delta DME$，$Rt\Delta GME$，$Rt\Delta AGN$，$Rt\Delta EFB$中，根据勾股定理可求DM，ME，AN，EF的长，即可求FN的长，即可得$\sin\angle EFG$值．

【详解】解：如图：作$GN\perp AB$于N，作$EM\perp AD$于M，连接BE，BD



$\because$四边形$ABCD$是菱形，$AB=2$

$\therefore CD=AD=AB=2$，$AB//DC$

$\because AB//CD$

$\therefore \angle A=\angle MDC=60°$

$\because E$是CD中点

$\therefore DE=1$

$\because ME\perp AD$，$\angle MDC=60°$

$\therefore \angle MED=30°$，且$ME\perp AD$

$\therefore DM=\frac{1}{2}$，$ME=\sqrt{3}DM=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\because$ 折叠，

$\therefore AG = GE$，$\angle AFG = \angle EFG$，

在$Rt\Delta GME$中，$GE^2 = GM^2 + ME^2$，

$\therefore GE^2 = (2 - GE + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$，

$\therefore GE = \frac{7}{5}$，

在$Rt\Delta AGN$中，$\angle A = 60°$，$GN \perp AB$，

$\therefore AG = 2AN$

$\therefore AN = \frac{7}{10}$，

$\therefore GN = \frac{7\sqrt{3}}{10}$，

$\because BC = CD = 2$，$\angle C = 60°$，

$\therefore \Delta BCD$是等边三角形，

$\because E$点是CD中点，

$\therefore BE \perp CD$，$DE = 1$，$\angle BDC = 60°$，

$\therefore BE = \sqrt{3}$，

$\because AB // DC$，

$\therefore \angle ABE = 90°$，

在$Rt\Delta EFB$中，$EF^2 = BE^2 + BF^2$，

$\therefore EF^2 = 3 + (2 - EF)^2$，

$\therefore EF = \frac{7}{4}$，

$\therefore AF = \frac{7}{4}$，

$\because NF = AF - AN$，

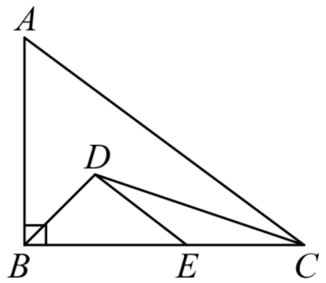
$\therefore NF = \frac{21}{20}$，

在$Rt\Delta GNF$中，$GF = \sqrt{GN^2 + FN^2} = \frac{7\sqrt{21}}{20}$，

$\therefore \sin\angle EFG = \sin\angle GFN = \frac{GN}{FG} = \frac{\frac{7\sqrt{3}}{10}}{\frac{7\sqrt{21}}{20}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$.

【点睛】本题考查了折叠问题，解非直角三角形，菱形的性质，勾股定理，含 30 度角的直角三角形的性质，添加恰当的辅助线构造直角三角形是本题的关键.

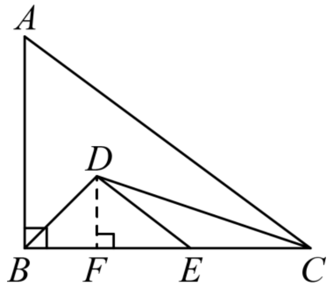
9．（2023·山东潍坊·校考一模）如图，在$Rt\Delta ABC$中，$\angle ABC=90°$，$AB=3$，$AC=5$，$\angle ABC$和$\angle ACB$的平分线相交于点D，过点D作$DE//AC$交BC于点E，那么DE的长为_______.



【答案】$\frac{5}{3}$

过点 D 作 DF⊥BC 于点 F，由题意易得∠DBC=45°，∠ACB=∠DEB，则有$\sin\angle ACB=\sin\angle DEB=\frac{3}{5}$，然后根据三角函数及线段的和差可求解.

【详解】解：过点 D 作 DF⊥BC 于点 F，如图所示：



∵$\angle ABC=90°$，$\angle ABC$和$\angle ACB$的平分线相交于点D，

∴∠DBC=45°，∠DCB=∠ACD，

∴△DFB 是等腰直角三角形，即 DF=BF，

∵DE∥AC，

∴∠ACB=∠DEB，∠ACD=∠CDE，

∴∠CDE=∠DCE，

∴DE=EC，

∵AB=3，AC=5，

∴BC=4，$\sin\angle ACB=\sin\angle DEB=\frac{AB}{AC}=\frac{3}{5}$，

设 DF=BF=3x，则有：EF=4x，DE=EC=5x，

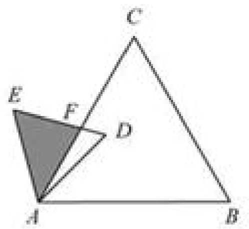
∴$3x+4x+5x=4$，解得$x=\frac{1}{3}$，

$\therefore DE=\frac{5}{3}$；

故答案为$\frac{5}{3}$.

【点睛】本题主要考查解直角三角形，熟练掌握三角函数是解题的关键.

10．（2023春·江苏苏州·九年级苏州市景范中学校校考期末）如图，已知△ABC是面积为$4\sqrt{3}$的等边三角形，△ABC∽△ADE，



AB＝2AD，∠BAD＝45°，AC与DE相交于点F，则△AEF的面积等于___（结果保留根号）.

【答案】3-$\sqrt{3}$

根据相似三角形面积比等于相似比的平方求得三角形ADE的面积，然后求出其边长，过点F作FH⊥AE，过C作CM⊥AB，利用三角函数求出HF的值，即可得出三角形AFE的面积.

【详解】解：作CM⊥AB于M，

∵等边△ABC的面积是$4\sqrt{3}$，

∴设BM=x，∴tan∠BCM=$\frac{BM}{CM}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

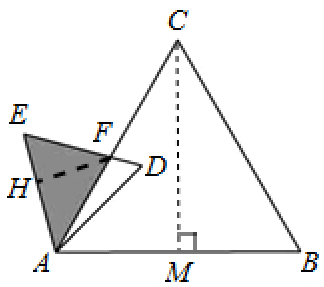
∴BM=$\frac{\sqrt{3}}{3}$CM，

∴$\frac{1}{2}$×CM×AB=$\frac{1}{2}$×2×$\frac{\sqrt{3}}{3}$CM²=$4\sqrt{3}$，

∴CM=$2\sqrt{3}$，BM=2，

∴AB=4，AD=$\frac{1}{2}$AB=2，

在△EAD中，作HF⊥AE交AE于H，



则∠AFH=45°，∠EFH=30°，

∴AH=HF，

设 AH=HF=x，则 EH=xtan30°=$\frac{\sqrt{3}}{3}$x.

又∵AH+EH=AE=AD=2，

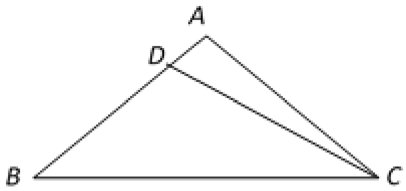
∴x+$\frac{\sqrt{3}}{3}$x=2，

解得 x=3-$\sqrt{3}$.

∴$S_{\triangle AEF}$=$\frac{1}{2}$×2×（3-$\sqrt{3}$）=3-$\sqrt{3}$.

故答案为 3-$\sqrt{3}$

11．（2023 秋·全国·九年级校联考期中）如图，在△ABC 中，AB=AC=5，BC=8，D 是边 AB 上一点，且 tan∠BCD=$\frac{1}{2}$



（1）试求$\sin B$的值；

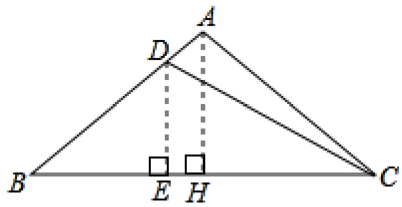
（2）试求△BCD 的面积.

【答案】（1）$\sin B=\frac{3}{5}$；（2）$S_{\Delta BCD}=\frac{48}{5}$.

（1）作 AH⊥BC，则△ABH 中，根据勾股定理即可求得 AH 的长，即可求得 sinB；

（2）作 DE⊥BC，则根据勾股定理可以求得 BE 的长，求得 BC=BE+EC，即 4k+6k=8，求得 k 的值即可求△BCD 的面积.

【详解】



（1）作$AH\perp BC$ ，垂足为H ，

∵$AB=AC=5$ ，

∴$BH=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 8=4$

在$\triangle ABH$ 中，$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore \sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{5}$

（2）作$DE \perp BC$,垂足为E,

在$\triangle BDE$中， $\sin B = \frac{3}{5}$，令$DE = 3k$,$BD = 5k$ ，

则$BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = 4k$ ，

又在$\triangle CDE$中，$\tan\angle BCD = \frac{1}{2}$，

则$CE = \frac{DE}{\tan\angle BCD} = \frac{3k}{\frac{1}{2}} = 6k$ ，

于是$BC = BE + EC$ ，即$4k + 6k = 10k$ ，

解得$k = \frac{4}{5}$ ，

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}BC \times DE = \frac{1}{2} \times \left(10 \times \frac{4}{5}\right) \times \left(3 \times \frac{4}{5}\right) = \frac{48}{5}$.

【点睛】本题考查了勾股定理在直角三角形中的运用，考查了直角三角形中三角函数值的计算，本题中正确求三角函数值是解题的关键.

12．（2023秋·河南驻马店·九年级统考期末）如图1，一副含30°和45°角的三角板ABC和DEF拼合在一个平面上，边AC与EF重合．AC=6，当点E从点A出发沿AC方向滑动时，点F同时从点C出发沿射线BC方向滑动．

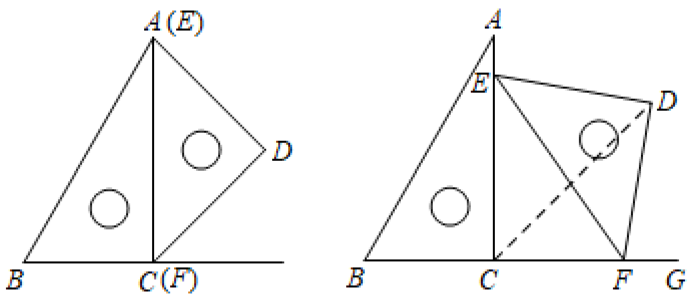


图1　　图2

(1)如图2，点E在边AC上，点F在射线CG上，连接CD，求证：CD平分$\angle ACG$；

(2)若AE=0时，CD=__________；AE=3时，CD=__________；

(3)当点E从点A滑动到点C时，则点D运动的路径长是__________.

【答案】(1)证明见解析

(2)$3\sqrt{2}$，$\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{2}$

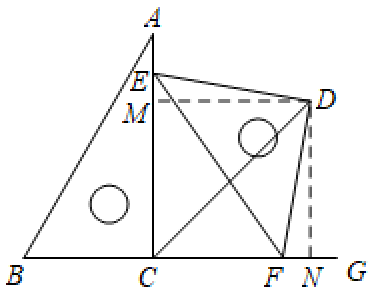
(3)$12-6\sqrt{2}$

（1）过点 D 作 $DM\perp AC$ 于点 M，$DN\perp BG$ 于点 N，利用 AAS 证明△DEM≌△DFN，可得 $DM=DN$，即可得到结论；

（2）当 AE=0 时，由△ACD 是等腰直角三角形，得 $AC=\sqrt{2}CD$=6；从而可得 CD 的长度，当 AE=3 时，作 $EH\perp CD$ 于点 H，解△ECD 即可得到 CD 的长度；

（3）由（1）知，CD 平分∠ACG，从而可确定点 D 在射线 CD 上运动，通过起点和终点可以分析出点 D 是往返型运动，再确定在运动过程中 CD 的最大值和最小值即可求解．

【详解】（1）证明：过 D 点作 $DM\perp AC$ 于点 M，$DN\perp BG$ 于点 N，



∴$\angle DME=\angle DNF=90°$，

∵$\angle ACG=90°$，

∴$\angle MDN=90°$，

∵△DEF 是等腰直角三角形

∴$\angle EDF=90°$，$DE=DF$，

∴$\angle EDM+\angle MDF=\angle MDF+\angle FDN=90°$，

∴$\angle EDM=\angle FDN$，

∴△DEM≌△DFN （AAS）．

∴$DM=DN$

∴点 D 在∠ACG 的角平分线上．

∴CD 是∠ACG 的角平分线．

（2）当 AE=0 时，

∵AC=6， △ACD 是等腰直角三角形，

∴$AC=\sqrt{2}CD$=6，

∴$CD=3\sqrt{2}$．

当 $AE=3$ 时，作 $EH\perp CD$ 交 CD 于点 H，

$CE=6-3=3$，

$\because\angle ACD=45°$，

$\therefore EH=CH=\frac{\sqrt{2}}{2}CE=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

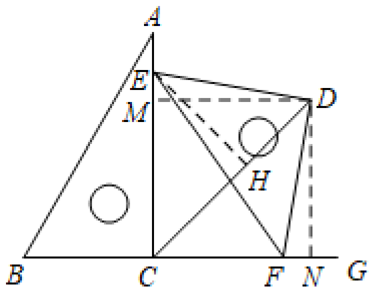
在 $Rt\triangle EDF$ 中，$FE=6$

$\therefore DE=\frac{\sqrt{2}}{2}FE=3\sqrt{2}$，

在 $Rt\triangle EDH$ 中，$EH=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，　$DE=3\sqrt{2}$，

$\therefore DH=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(\frac{3\sqrt{2}}{2})^2}=\sqrt{18-\frac{9}{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$，

$\therefore CD=CH+DH=\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{6}}{2}=\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{2}$.



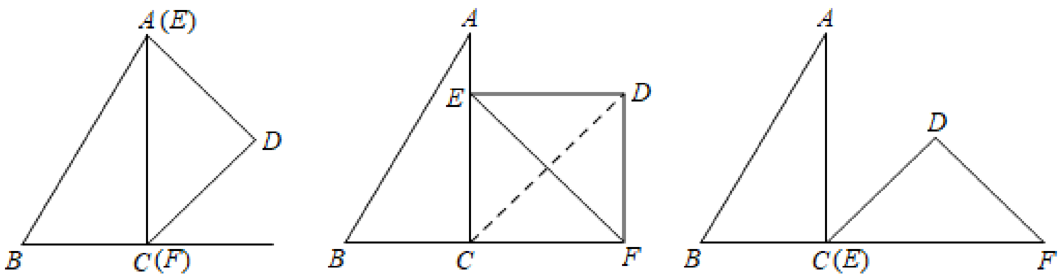
故答案为：$3\sqrt{2}$，$\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{2}$

（3）由（1）知，点 D 在 $\angle ACG$ 的平分线上运动，当点 E 从点 A 滑动到点 C 时，线段 CD 的长度先变长再变短.

当点 E 与点 A 重合时，CD 最短$=3\sqrt{2}$，

当 $DE\perp AC$ 时，CD 最长$=6$，

故点 D 的运动路径$=2(6-3\sqrt{2})$）$=12-6\sqrt{2}$.



故答案为：$12-6\sqrt{2}$

【点睛】本题考查了三角形全等的判定和性质，等腰直角三角形的性质，角平分线的性质和判定，能够熟练全等三角形的判定和性质，以及分析动点的运动轨迹是解决本题的关键.

【题型 2　连接四边形不相邻两顶点法】

1.（2023 秋·河南驻马店·九年级统考期末）如图，矩形$ABCD$中，$BC=4$，将矩形$ABCD$绕点A逆时针旋转90°，点B，D分别落在点B'，D'处，如果点B'，D'，C在同一条直线上，那么$\tan\angle DCD'$的值为(　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C. 4　　D. $\frac{1}{2}$

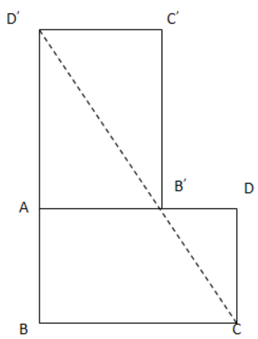
【答案】B

【解析】

本题主要考查矩形的性质、旋转的性质及三角函数的定义，利用旋转的性质和正切函数的定义求得矩形的宽是解题的关键．连接C、B′、D′，由题意可知$\angle DCB'=\angle AD'B'$，可设$AB=x$，则可知$CD=AB'=x$，$B'D=4-x$，利用正切函数的定义可得关于x的方程，可求得x的值，再由正切函数的定义可求得答案.

【解答】

解：如图，



∵四边形ABCD为矩形，

∴$BC=AD=4$，

由旋转的性质可得$AB=AB'$，$AD'=AD=BC=4$，

设$AB=x$，

则$CD=AB'=x$，$B'D=4-x$，

$\because D'$、B'、C在同一条直线上，且$D'B//CD$，

$\therefore \angle DCB' = \angle AD'B'$，

$\therefore \tan\angle CBA' = \tan\angle AD'B'$，

即$\frac{x}{4} = \frac{4-x}{x}$，

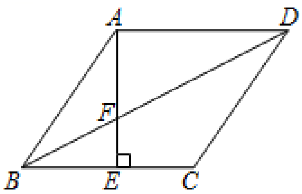
解得$x = -2 + 2\sqrt{5}$或$x = -2-2\sqrt{5}$(小于0，不合题意，舍去)，

$\therefore \tan DCD' = \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

故选 B．

2.（2023 秋·湖南永州·九年级校考期中）菱形$ABCD$中，$AE \perp BC$于E，交BD于F点，下列结论：①BF为$\angle ABE$的角平分线；②$DF = 2BF$；③$2AB^2 = DF \cdot DB$；④$\sin\angle BAE = \frac{EF}{AF}$.其中正确的为

(　)



A. ①③　　　　B. ①②④　　　　C. ①④　　　　D. ①③④

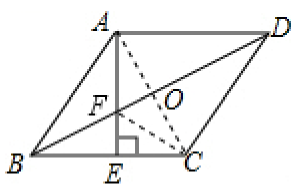
【答案】D

【解析】解：①$\because$四边形ABCD是菱形，

$\therefore BF$为$\angle ABE$的角平分线，

故①正确；

②连接AC交BD于点O，



$\because$四边形ABCD是菱形，

$\therefore AB = BC = AD$，

$\therefore$当$\angle ABC = 60°$时，$\triangle ABC$是等边三角形，

即$AB = AC$，

则$DF = 2BF$，

$\because \angle ABC$的度数不定，

$\therefore DF$不一定等于$2BF$；

故②错误；

③$\because AE\perp BC$，$AD//BC$，

$\therefore AE\perp AD$，

$\therefore \angle FAD=90^{\circ}$，

$\because$ 四边形ABCD是菱形，

$\therefore AC\perp BD$，$OB=OD=\frac{1}{2}DB$，$AD=AB$，

$\therefore \angle AOD=\angle FAD=90^{\circ}$，

$\because \angle ADO=\angle FDO$，

$\therefore \triangle AOD\backsim\triangle FAD$，

$\therefore AD$：$DF=OD$：AD，

$\therefore AD^2=DF\cdot OD$，

$\therefore AB^2=DF\cdot\frac{1}{2}DB$，

即$2AB^2=DF\cdot DB$；

故③正确；

④连接CF，

在$\triangle ABF$和$\triangle CBF$中，$\begin{cases}AB=CB\\ \angle ABF=\angle CBF\\ BF=BF\end{cases}$，

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle CBF(SAS)$，

$\therefore \angle BCF=\angle BAE$，$AF=CF$，

在$Rt\triangle EFC$中，$\sin\angle ECF=\frac{EF}{CF}=\frac{EF}{AF}$，

$\therefore \sin\angle BAE=\frac{EF}{AF}$.

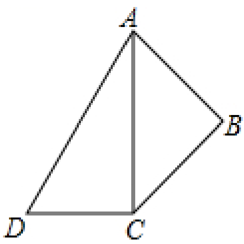
故④正确.

故选：D.

由四边形ABCD是菱形，即可得BF为$\angle ABE$的角平分线；可得①正确；由当$\angle ABC=60^{\circ}$时，$DF=2BF$，可得②错误；连接AC，易证得$\triangle AOD\backsim\triangle FAD$，由相似三角形的对应边成比例，可证得$AD$：$DF=OD$：$AD$，继而可得$2AB^2=DF\cdot DB$，即④正确；连接FC，易证得$\triangle ABF\cong\triangle CBF(SAS)$，可得$\angle BCF=\angle BAE$，$AF=CF$，然后由正弦函数的定义，可求得④正确.

此题考查了相似三角形的判定与性质、菱形的性质、全等三角形的判定与性质以及锐角三角函数的定义．此题难度较大，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用．

3.（2023秋·江苏盐城·九年级校联考期末）如图所示，将一副三角板摆放在一起，组成四边形$ABCD$，$\angle ABC=\angle ACD=90°$，$\angle ADC=60°$，$\angle ACB=45°$，连接$BD$，则$\tan\angle CBD$的值为__________.



【答案】$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

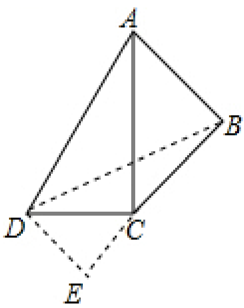
【解析】

本题考查了解直角三角形，同时考查了特殊角的三角函数值，如何作辅助线，是解题的关键．

如图所示，连接BD，过点D作DE垂直于BC的延长线于点E，构造直角三角形，将∠CBD置于直角三角形中，设CE为1，根据特殊直角三角形分别求得线段CD、AC、BC，从而按正切函数的定义可解．

【解答】

解：如图所示，连接BD，过点D作DE垂直于BC的延长线于点E，



$\because$ 在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=45°$，在$Rt\triangle ACD$中，$\angle ACD=90°$

$\therefore \angle DCE=45°$，

$\because DE\perp CE$，

$\therefore \angle CED=90°$，$\angle CDE=45°$

$\therefore$ 设$DE=CE=1$，则$CD=\sqrt{2}$，

在$Rt\triangle ACD$中，

$\because \angle CAD=30°$，

$\therefore \tan\angle CAD = \frac{CD}{AC}$，则$AC = \sqrt{6}$，

在$Rt\triangle ABC$中，$\angle BAC = \angle BCA = 45°$，

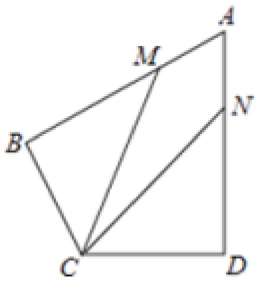
$\therefore BC = \sqrt{3}$，

$\therefore$ 在$Rt\triangle BED$中，

$$\tan\angle CBD = \frac{DE}{BE} = \frac{1}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

故答案为：$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

4.（2023·黑龙江哈尔滨·校考模拟预测）如图，在四边形$ABCD$中，$AB = AD = 6$，$AB \perp BC$，$AD \perp CD$，$\angle BAD = 60°$，点M、N分别在AB、AD边上，若AM：$MB = AN$：$ND = 1$：2.则$\cos\angle MCN =$________.



【答案】$\frac{13}{14}$

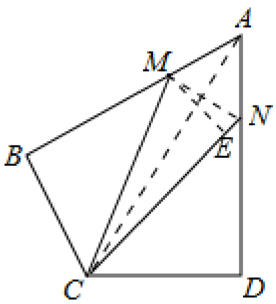
【解析】

此题考查了全等三角形的判定与性质，勾股定理以及解直角三角函数，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解本题的关键．连接AC，通过三角形全等，求得$\angle BAC = 30°$，从而求得BC的长，然后根据勾股定理求得CM的长，连接MN，过M点作$ME \perp CN$于E，则$\triangle MNA$是等边三角形求得$MN = 2$，设$NE = x$，表示出CE，然后求得$\cos\angle MCN$的值即可．

【解答】

解：$\because AB = AD = 6$，AM：$MB = AN$：$ND = 1$：2，

$\therefore AM = AN = 2$，$BM = DN = 4$，连接MN，连接AC，



$\because AB\perp BC$，$AD\perp CD$，$\angle BAD=60°$

在$Rt\triangle ABC$与$Rt\triangle ADC$中，

$AB=AD$，$AC=AC$，

$\therefore Rt\triangle ABC\cong Rt\triangle ADC(HL)$，

$\therefore \angle BAC=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAD=30°$，$MC=NC$，

$\therefore BC=\frac{1}{2}AC$，

$\therefore AC^2=BC^2+AB^2$，即$(2BC)^2=BC^2+AB^2$，$3BC^2=AB^2$，

$\therefore BC=2\sqrt{3}$，

在$Rt\triangle BMC$中，$CM=\sqrt{BM^2+BC^2}=2\sqrt{7}$，

$\because AN=AM$，$\angle MAN=60°$，

$\therefore\triangle MAN$是等边三角形，

$\therefore MN=AM=AN=2$，

过M点作$ME\perp CN$于E，设$NE=x$，则$CE=2\sqrt{7}-x$，

$\therefore MN^2-NE^2=MC^2-EC^2$，即$4-x^2=(2\sqrt{7})^2-(2\sqrt{7}-x)^2$，

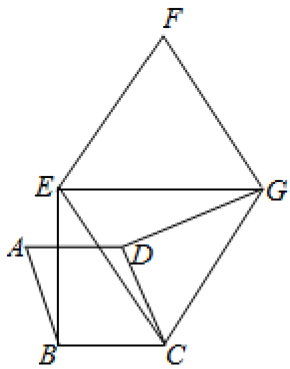
解得：$x=\frac{\sqrt{7}}{7}$，

$\therefore EC=2\sqrt{7}-\frac{\sqrt{7}}{7}=\frac{13\sqrt{7}}{7}$，

$\therefore \cos\angle MCN=\frac{CE}{CM}=\frac{\frac{13}{7}\sqrt{7}}{2\sqrt{7}}=\frac{13}{14}$.

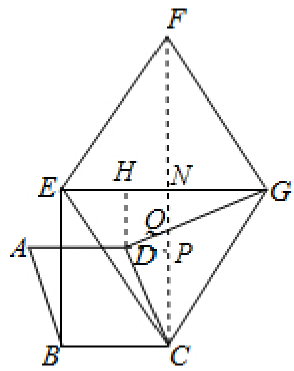
故答案为$\frac{13}{14}$.

5.（2023·河北邯郸·校考三模）如图，四边形$ABCD$，$CEFG$均为菱形，$\angle A=\angle F$，连接BE，EG，$EG//BC$，$EB\perp BC$，若$\sin\angle EGD=\frac{1}{3}$，菱形$ABCD$的周长为12，则菱形$CEFG$的周长为______ .



【答案】$12\sqrt{3}$

【解析】解：∵四边形ABCD，CEFG均为菱形，$\angle A=\angle F$，



∴$\angle BCD=\angle ECG$，

∴$\angle BCE=\angle DCG$，

∵$BC=CD$，$CE=CG$，

∴$\triangle BCE\cong\triangle DCG(SAS)$，

∴$BE=DG$，$\angle EBC=\angle GDC$，

连接CF交EG于N，交DG于Q，延长AD交FC于P，

∴$PC\perp EG$，$EN=GN$，

∵$EG//BC$，$EB\perp BC$，

∴四边形BENC是矩形，

∴$EN=BC$，$BE=CN$，

∵$AD//BC$，

∴$AD//EG$，$\angle CBE=\angle CDG=90°$

∴$AP\perp CF$，

∵$\angle CQD=FQG$，

∴$\angle DCP=\angle EGD$，

∵$\sin\angle EGD=\frac{1}{3}$，

∴$\sin\angle DCP=\frac{PD}{CD}=\frac{1}{3}$，

∵菱形ABCD的周长为12，

∴$CD=3$，

∴$PD=1$，$CP=\sqrt{CD^2-PD^2}=2\sqrt{2}$，

过D作$DH\perp EG$于H，

∴$PN=DH$，$HN=PD=1$，

∴$HG=4$，

∵$\sin\angle EGD=\frac{1}{3}$，

设$DH=x$，$DG=3x$，

∴$HG=\sqrt{DG^2-DH^2}=2\sqrt{2}x=4$，

∴$x=\sqrt{2}$，

$\therefore BE = CN = 3\sqrt{2}$，

$\therefore CE = \sqrt{BE^2 + BC^2} = 3\sqrt{3}$.

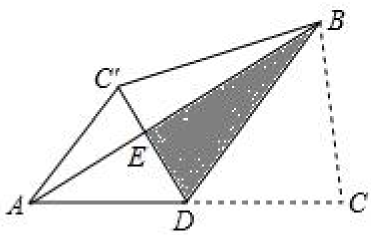
$\therefore$ 菱形CEFG的周长为$12\sqrt{3}$，

故答案为：$12\sqrt{3}$.

根据菱形的性质得到$\angle BCD = \angle ECG$，根据全等三角形的性质得到$BE = DG$，$\angle EBC = \angle GDC$，连接CF交EG于N，交DG于Q，延长AD交FC于P，求得$EN = BC$，$BE = CN$，解直角三角形得到$PD = 1$，$CP = \sqrt{CD^2 - PD^2} = 2\sqrt{2}$，过D作$DH \perp EG$于H，设$DH = x$，$DG = 3x$，由勾股定理得到$x = \sqrt{2}$，求得$BE = CN = 3\sqrt{2}$，于是得到结论.

本题考查了菱形的性质，全等三角形的判定和性质，解直角三角形，矩形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

6.（2023秋·云南普洱·九年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，D是AC边上的中点，连结BD，把$\triangle BDC$沿BD翻折，得到$\triangle BDC'$，DC'与AB交于点E，连结AC'，若$AD = AC' = 2$，$BD = 3$，则点D到BC'的距离为__________



【答案】$\frac{3\sqrt{21}}{7}$

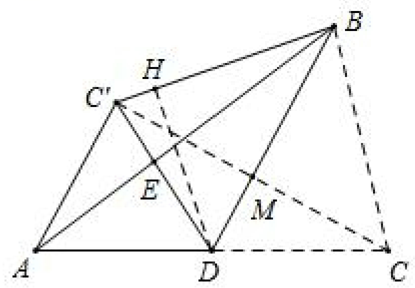
【解析】

本题考查了轴对称的性质，解直角三角形，勾股定理等，解题关键是会通过面积法求线段的长度.

连接CC'，交BD于点M，过点D作$DH \perp BC'$于点H，由翻折知，$\triangle BDC \cong \triangle BDC'$，BD垂直平分$CC'$，证$\triangle ADC'$为等边三角形，利用解直角三角形求出$DM = 1$，$C'M = \sqrt{3}DM = \sqrt{3}$，$BM = 2$，在$Rt\triangle BMC'$中，利用勾股定理求出$BC'$的长，在$\triangle BDC'$中利用面积法求出DH的长.

【解答】

解：如图，连接CC'，交BD于点M，过点D作$DH \perp BC'$于点H，



$\because AD = AC' = 2$，D是AC边上的中点，

$\therefore DC = AD = 2$，

由翻折知，$\triangle BDC \cong \triangle BDC'$，BD垂直平分CC′，

$\therefore DC = DC' = 2$，$BC = BC'$，$CM = C'M$，

$\therefore AD = AC' = DC' = 2$，

$\therefore \triangle ADC'$为等边三角形，

$\therefore \angle ADC' = \angle AC'D = \angle C'AC = 60°$，

$\because DC = DC'$，

$\therefore \angle DCC' = \angle DC'C = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$，

在$Rt\triangle C'DM$中，

$\angle DC'C = 30°$，$DC' = 2$，

$\therefore DM = 1$，$C'M = \sqrt{3}DM = \sqrt{3}$，

$\therefore BM = BD - DM = 3 - 1 = 2$，

在$Rt\triangle BMC'$中，

$BC' = \sqrt{BM^2 + C'M^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$，

$\because S_{\triangle BDC}' = \frac{1}{2}BC' \cdot DH = \frac{1}{2}BD \cdot CM'$，

$\therefore \sqrt{7}DH = 3 \times \sqrt{3}$，

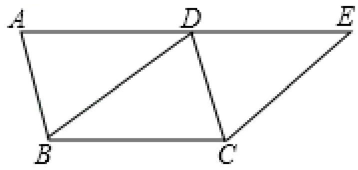
$\therefore DH = \frac{3\sqrt{21}}{7}$，

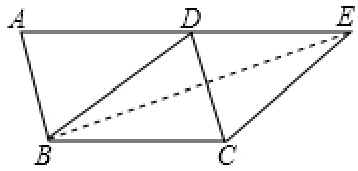
故答案为$\frac{3\sqrt{21}}{7}$.

7.（2023 秋·浙江湖州·九年级统考期中）如图，四边形$ABCD$是平行四边形，延长AD至点E，使$DE = AD$，连接BD、CE.

(1)求证：四边形$BCED$是平行四边形；

(2)若$DA=DB=4$，$cosA=\frac{1}{4}$，求点B到点E的距离．





【答案】(1)证明：∵四边形ABCD是平行四边形，

∴$AD=BC$，$AD//BC$，

∵$DE=AD$，

∴$DE=BC$，$DE//BC$，

∴四边形BCED是平行四边形；

(2)解：连接BE，

∵$DA=DB=4$，$DE=AD$，

∴$AD=BD=DE=4$，

∴$\angle ABE=90°$，$AE=8$，

∵$\cos A=\frac{1}{4}$，

∴$AB=2$，

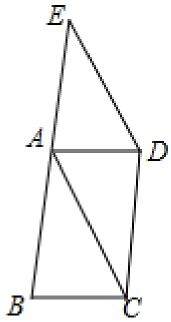
∴$BE=\sqrt{AE^2-AB^2}=2\sqrt{15}$．

【解析】(1)根据平行四边形的性质得到$AD=BC$，$AD//BC$，等量代换得到$DE=BC$，$DE//BC$，于是得到四边形BCED是平行四边形；

(2)连接BE，根据已知条件得到$AD=BD=DE=4$，根据直角三角形的判定定理得到$\angle ABE=90°$，$AE=8$，解直角三角形即可得到结论．

本题考查了平行四边形的判定和性质，直角三角形的判定和性质，三角函数的定义，证得$\angle ABE=90°$是解题的关键．

8.（2023秋·浙江湖州·九年级统考期末）如图，已知四边形$ABCD$是平行四边形，延长BA至点E，使$AE=AB$，连接DE，AC



(1)求证：四边形$ACDE$为平行四边形；

(2)连接CE交AD于点O，若$AC=AB=3$，$cosB=\frac{1}{3}$，求线段CE的长.

【答案】解：(1)证明：∵四边形ABCD是平行四边形，

∴$AB//CD$，$AB=CD$，

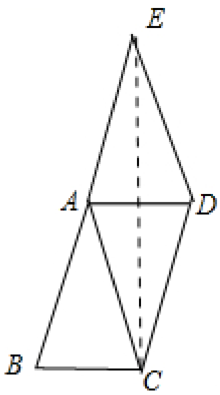
∵$AE=AB$，

∴$AE=CD$，

∵$AE//CD$，

∴四边形ACDE是平行四边形.

(2)如图，连接EC.



∵$AC=AB=AE$，

∴△EBC是直角三角形，

∵$\cos B=\frac{BC}{BE}=\frac{1}{3}$，$BE=6$，

∴$BC=2$，

∴$EC=\sqrt{BE^2-BC^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$.

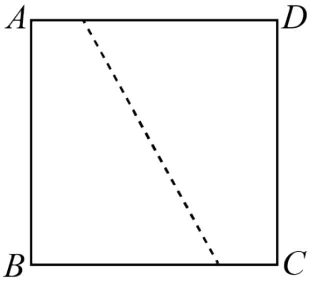
【解析】本题考查平行四边形的性质和判定、直角三角形的判定、勾股定理、锐角三角函数等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，是中等题.

(1)欲证明四边形ACDE是平行四边形，只要证明$AE=CD$，$AE//CD$即可；

(2)连接EC，首先证明$\triangle BEC$是直角三角形，解直角三角形即可解决问题．

【题型 3　梯形作高法】

1．（2023·河北·模拟预测）如图，将边长 6cm 的正方形纸片沿虚线剪开，剪成两个全等梯形．已知裁剪线与正方形的一边夹角为 60°，则梯形纸片中较短的底边长为（　　）

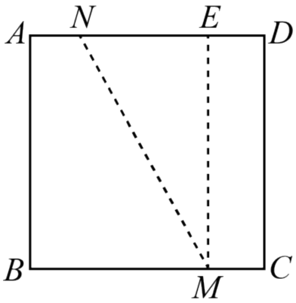


A．（$3-\sqrt{3}$）cm　B．（$3-2\sqrt{3}$）cm　C．（$6-\sqrt{3}$）cm　D．（$6-2\sqrt{3}$）cm

【答案】A

过 M 点作 $ME\perp AD$ 于 E 点，根据四边形 $ABCD$ 是正方形，有 $AD=CD=6$，$\angle C=\angle D=90°$，由裁剪的两个梯形全等，可得 $AN=MC$；再证明四边形 $MCDE$ 是矩形，即有 $MC=ED$，$ME=CD=6$，进而有 $AN=ED$，在 $Rt\triangle MNE$ 中，解直角三角形可得$NE=2\sqrt{3}$，则可得$AN=3-\sqrt{3}$，问题得解．

【详解】如图，过 M 点作 $ME\perp AD$ 于 E 点，



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，边长为 6，

∴$AD=CD=6$，$\angle C=\angle D=90°$，

∵裁剪的两个梯形全等，

∴$AN=MC$，

∵$ME\perp AD$，

∴四边形 $MCDE$ 是矩形，

∴$MC=ED$，$ME=CD=6$，

∴$AN=ED$，

根据题意有$\angle MNE=60°$，

∴在 $Rt\triangle MNE$ 中，$NE=\frac{ME}{\tan\angle MNE}=\frac{6}{\tan\angle 60°}=2\sqrt{3}$，

∴$AN+ED=AD-NE=6-2\sqrt{3}$，

∴$AN=3-\sqrt{3}$，

即梯形中较短的底为$3-\sqrt{3}$（cm），

故选：A．

【点睛】本题主要考查了正方形的、矩形的判定与性质、解直角三角形的应用等知识，根据梯形全等得出$AN=MC$ 是解答本题的关键．

2．（2023 春·上海普陀·九年级统考期末）已知直角梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle A=90°$，$AB=\frac{5\sqrt{3}}{2}$，$CD=5$，那么$\angle D$ 的度数是____．

【答案】60°或 120°

该题根据题意分为两种情况，首先正确画出图形，根据已知易得直角三角形 DEC 的直角边和斜边的长，然后利用三角函数，即可求解.

【详解】①如图 1，

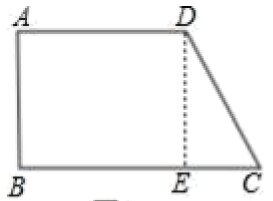


图1

过 D 作 $DE\perp BC$ 于 E，则$\angle DEC=\angle DEB=90°$，

∵$AD\parallel BC$，$\angle A=90°$，

∴$\angle B=90°$，

∴四边形 $ABED$ 是矩形，

∴$\angle ADE=90°$，$AB=DE=\frac{5\sqrt{3}}{2}$，

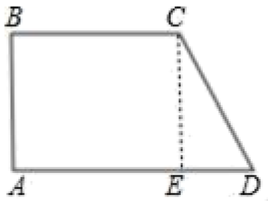
∵$CD=5$，

∴$\sin C=\frac{DE}{CD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$\angle C=60°$，

∴$\angle EDC=30°$，

∴$\angle ADC=90°+30°=120°$；



②如图 2，

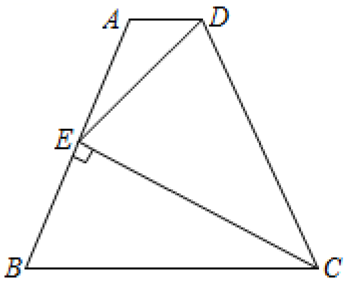
此时$\angle D$＝60°，

即$\angle D$ 的度数是 60°或 120°，

故答案为 60°或 120°.

【点睛】该题重点考查了三角函数的相关知识，解决该题的关键一是：能根据题意画出两种情况，二是：把该题转化为三角函数问题，从而即可求解.

3．（2023·广东深圳·深圳市海滨中学校考模拟预测）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$CE\perp AB$，且 $AE=BE$，连接 DE，若 $AB=CD=CE=2$，则 $\tan\angle DEC$=____.



【答案】3

作$AF\perp BC$于点F，$DL\perp BC$于点L，$DG\perp CE$于点G交BC于点H，先证明四边形$ABHD$是平行四边形，得$DH=AB=CD=CE=2$，再证明$BF=HL=CL$，由$\frac{BF}{AB}=\frac{BE}{BC}=\tan B=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，求得$CL=HL=BF=\frac{\sqrt{5}}{5}AB=\frac{\sqrt{5}}{5}\times 2=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，再根据$\Delta CHG\backsim\Delta CBE$，求出$CG$、$HG$的长，进而求出$EG$、$DG$的长，即可求出$\tan\angle DEC$的值.

【详解】解：如图，作$AF\perp BC$于点F，$DL\perp BC$于点L，$DG\perp CE$于点G交BC于点H，

$\because CE\perp AB$，

$\therefore DH//AB$，

$\therefore AD//BC$，

$\therefore$ 四边形$ABHD$是平行四边形，

$\therefore DH=AB=CD=CE=2$，

$\therefore \angle DCL=\angle DHL=\angle ABF$，

$\therefore CL=HL$，