

湖南省株洲市二中教育集团 2023-2024 学年高一下学期期末联

考数学试题

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 集合 $M = \{x | -3 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x | \ln x \leq 1\}$, 则 $M \cap N =$ ()

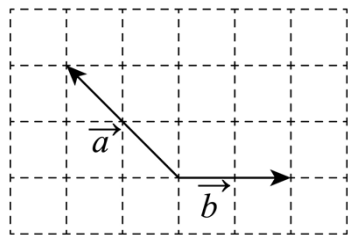
- A. $(0, 2]$ B. $[-3, e]$ C. $(-\infty, -3]$ D. $(0, e]$

2. 已知复数 z 满足 $(1-i)z = |\sqrt{3} + i|$, 则 $\bar{z}$ 在复平面内所对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格中每个小正方形的边长均为 1,

则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| =$ ()



- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. 8

4. 若圆锥的表面积为 12π , 底面圆的半径为 2, 则该圆锥的体积为 ()

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $4\sqrt{3}\pi$ C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $8\sqrt{3}\pi$

5. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 平面 AB_1C 与平面 DD_1C_1C 的交线为 l , 则 ()

- A. $l // A_1D$ B. $l // B_1D$ C. $l // C_1D$ D. $l // D_1C$

6. 已知 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{6}$, 则 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2\alpha =$ ()

- A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{10}{9}$ C. $-\frac{2}{9}$ D. $-\frac{4}{9}$

7. 抛掷一枚质地均匀的硬币 n 次, 记事件 $A =$ “ n 次中既有正面朝上又有反面朝上”, $B =$ “ n 次中至多有一次正面朝上”, 下列说法不正确的是 ()

- A. 当 $n = 2$ 时, $P(A+B) = \frac{3}{4}$ B. 当 $n = 2$ 时, 事件 A 与事件 B 不独立
C. 当 $n = 3$ 时, $P(AB) = \frac{3}{8}$ D. 当 $n = 3$ 时, 事件 A 与事件 B 不独立

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ，且 $f(1+x)+f(1-x)=f(x)$ ， $f(0)=2$ ，则

$$f(2022)+f(2024)= (\quad)$$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

二、多选题

9. 下列说法正确的是 ()

- A. 若事件 A 与事件 B 互为对立事件，则 $P(A)+P(B)=1$ ；
 B. 数据 36, 28, 22, 24, 22, 78 的第 80 百分位数为 36；
 C. 用简单随机抽样的方法从 51 个个体中抽取 2 个个体，则每个个体被抽到的概率都是 $\frac{1}{51}$ ；
 D. 若样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 2，则 $3x_1+2, 3x_2+2, \dots, 3x_n+2$ 的平均数为 8.

10. 氡是氢的同位素之一，它的原子核带有放射性，会发生衰变.若样本中氡的质量 N 随时间 t (单位：年) 的衰变规律满足关系式 $N=N_0 2^{-\frac{t}{12.43}}$ ，其中 N_0 表示氡原有的质量，则

() (参考数据： $\lg 2 \approx 0.301$)

- A. 样本中氡的半衰期 (放射性物质质量衰减一半所用的时间称作半衰期) 为 12.43 年；
 B. 经过 24.86 年后，样本中的氡元素会全部消失；
 C. 经过 62.15 年后，样本中的氡元素变为原来的 $\frac{1}{32}$ ；
 D. 若 x 年后，样本中氡元素的含量为 $0.4N_0$ ，则 $x > 17$.

11. 已知正四棱锥 $O-ABCD$ 的底面边长为 $\sqrt{6}$ ，侧棱长为 $2\sqrt{3}$ ，则 ()

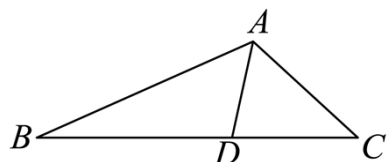
- A. OC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 60°
 B. 若点 P 为正四棱锥 $O-ABCD$ 外接球的球心，则四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 4
 C. 若点 M 在底面内 (包含边界) 运动， N 为 OD 中点，则当 $MN \parallel$ 平面 OBC 时，点 M 的轨迹长度为 $\sqrt{6}$
 D. 若以点 O 为球心， $\sqrt{3}$ 为半径的球 O 的球面与正四棱锥 $O-ABCD$ 的棱 OA ， OB ， OC ， OD 分别交于点 E ， F ， G ， H ，则多面体 $ABCD-EFGH$ 的体积为 $\frac{21}{4}$

三、填空题

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 4x-2, & x < 1 \\ 3^x, & x \geq 1 \end{cases}$ 则 $f\left(f\left(\frac{3}{4}\right)\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $|\vec{AB}| = 5$, $|\vec{AD}| = 4$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$. 若点 M 满足 $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{MB}$, 点 N 为 AB 中点, 则 $\vec{DM} \cdot \vec{DN} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3AC$, AD 是角 A 的角平分线, 且 $AD = kAC$.



(1) k 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 若 $S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2}$, 当 BC 最小时, k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

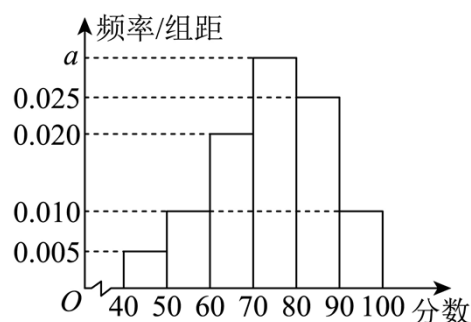
四、解答题

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 设角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知向量 $\vec{m} = (\sqrt{3}\cos A, \sin A)$, $\vec{n} = (5, 5)$, 且 $\vec{m} \parallel \vec{n}$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $a = 3\sqrt{7}$, $3\sin B = 2\sin C$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

16. 某教育集团高一期末考试, 从全集团的政治成绩中随机取 100 名学生的原始成绩 (满分 100 分) 进行分析, 其频率分布直方图如图所示:



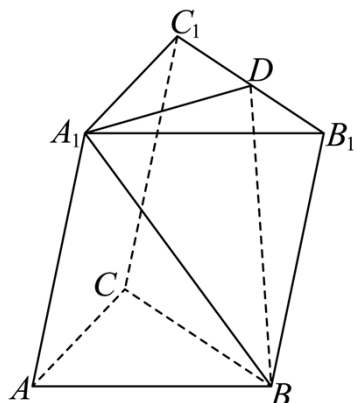
(1) 求图中 a 的值;

(2) 若采用分层抽样的方法, 从原始成绩在 $[50, 60)$ 和 $[60, 70)$ 内的学生中共抽取 6 人查看他们的答题情况, 再从中选取 2 人进行个案分析, 求这 2 人中恰有一人原始成绩在 $[50, 60)$

内的概率；

(3) 已知落在 $[80, 90]$ 的平均成绩 $\bar{x} = 84$ ，方差 $s_1^2 = 6$ ，落在 $[90, 100]$ 的平均成绩 $\bar{y} = 98$ ，方差 $s_2^2 = 12$ ，求落在 $[80, 100]$ 的平均成绩 $\bar{z}$ ，并估计落在 $[80, 100]$ 的成绩的方差 s^2 。

17. 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB \perp AC$ ， $\frac{1}{2}AA_1 = AB = AC = 2$ ， A_1 在底面 ABC 的射影为 BC 的中点， D 为 B_1C_1 的中点。



(1) 证明： $A_1D \perp$ 平面 A_1BC ；

(2) 求二面角 $A_1 - BD - B_1$ 的正弦值。

18. 我校南门有条长 500 米，宽 6 米的道路（如图 1 所示的矩形 $ABCD$ ），路的一侧划有 100 个长 5 米，宽 2.5 米的停车位（如矩形 $AEFG$ ），由于停车位不足，放学时段道路拥堵，学校保安李师傅提出一个改造方案，在不改变停车位形状大小、不改变汽车通道宽度的条件下，可通过压缩道路旁边绿化带及改变停车位方向来增加停车位，记绿化带被压缩的宽度

$AM = d$ （米），停车位相对道路倾斜的角度 $\angle E'A'M = \theta$ ，其中 $\theta \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ 。

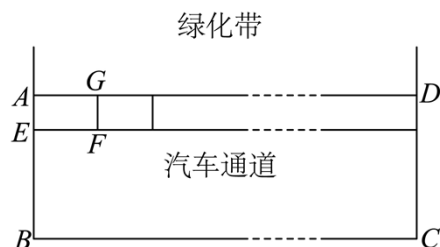


图1(改造前)

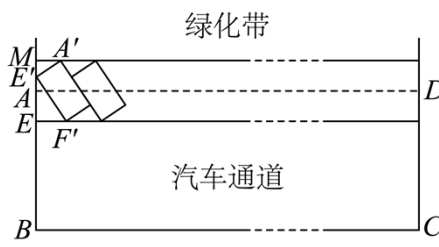


图2(改造后)

(1) 若 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ，求 EE' 和 $E'M$ 的长；

(2) 求 d 关于 θ 的函数表达式 $d(\theta)$ ；

(3) 若 $d = 3$ ，按照李老师的方案，该路段改造后的停车位比改造前增加多少个？

19. 已知 $Q: a_1, a_2, \dots, a_k$ 为有穷整数数列. 给定正整数 m , 若对任意的 $n \in \{1, 2, \dots, m\}$, 在 Q 中存在 $a_i, a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_{i+j} (j \geq 0)$, 使得 $a_i + a_{i+1} + a_{i+2} + \dots + a_{i+j} = n$, 则称 Q 为 m -连续可表数列.

(1) 判断 $Q: 2, 1, 4$ 是否为 5-连续可表数列? 是否为 6-连续可表数列? 说明理由;

(2) 若 $Q: a_1, a_2, \dots, a_k$ 为 8-连续可表数列, 求证: k 的最小值为 4;

(3) 若 $Q: a_1, a_2, \dots, a_k$ 为 20-连续可表数列, 且 $a_1 + a_2 + \dots + a_k < 20$, 求证: $k \geq 7$.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	B	C	C	A	D	C	ABD	AC
题号	11									
答案	ACD									

1. A

【分析】求出集合 N ，再求交集可得答案.

【详解】 $N = \{x | \ln x \leq 1\} = \{x | 0 < x \leq e\}$ ，则 $M \cap N = M = \{x | 0 < x \leq 2\}$

故选：A.

2. D

【分析】先求等式右边复数的模长，然后由复数的除法求出 z ，根据共轭复数得到 $\bar{z}$ ，然后由复数的几何意义进行判断.

【详解】根据复数的模长公式， $|\sqrt{3} + i| = \sqrt{3^2 + 1^2} = 2$ ，

则 $(1-i)z = 2$ ，故 $z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{1-i^2} = 1+i$ ，故 $\bar{z} = 1-i$ ，

根据复数的几何意义， $\bar{z}$ 在复平面上对应点是 $(1, -1)$ ，在第四象限.

故选：D

3. B

【分析】根据题图写出向量坐标，再进行坐标运算即可.

【详解】根据题图，以题图向量起点为原点，该点横纵方向为 x, y 轴，

则 $\vec{a} = (-2, 2)$ ， $\vec{b} = (2, 0)$ ，所以 $\vec{a} + 2\vec{b} = (2, 2)$ ，

则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$.

故选：B.

4. C

【分析】利用圆锥表面积公式求出圆锥的母线及高，再利用锥体的体积公式计算即得.

【详解】圆锥底面圆半径 r ，母线 l ，高 h ，

由圆锥的表面积为 12π ，得 $\pi r^2 + \pi r l = 12\pi$ ，而 $r = 2$ ，解得 $l = 4$ ，

因此 $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 2\sqrt{3}$ ，

所以该圆锥的体积 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \pi$.

$$\text{故 } P(AB) = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \quad P(A) = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \quad P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4},$$

因为 $P(AB) = \frac{1}{2} \neq \frac{3}{8} = P(A)P(B)$, 故 B 正确;

$$\text{此时 } P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}, \text{ 故 A 正确;}$$

$$\text{当 } n=3 \text{ 时, } AB \text{ 表示一正二反, } P(AB) = 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}, \text{ 故 C 正确;}$$

$$\text{此时, } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } P(AB) = \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = P(A)P(B), \text{ 因此事件 A 与事件 B 独立, 故 D 错误.}$$

故选: D.

8. C

【分析】赋值求解 $f(0), f(2)$, 赋值证明奇偶性与周期性, 再利用性质转化求值.

【详解】函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 由 $f(1+x) + f(1-x) = f(x)$, $f(0) = 2$,

$$\text{令 } x=0, \text{ 则 } f(1) + f(1) = f(0) = 2, \text{ 解得 } f(1) = 1;$$

$$\text{令 } x=1, \text{ 则 } f(2) + f(0) = f(1), \text{ 则 } f(2) = 1 - 2 = -1;$$

$$\text{因为 } f(1+x) + f(1-x) = f(x) \text{ ①,}$$

$$\text{①式中, 用 } -x \text{ 替换 } x, \text{ 则 } f(1-x) + f(1+x) = f(-x),$$

故 $f(x) = f(-x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数.

$$\text{①式中, 用 } x+1 \text{ 替换 } x, \text{ 则 } f(2+x) + f(-x) = f(x+1),$$

$$\text{所以 } f(2+x) + f(x) = f(x+1), \text{ 即 } f(2+x) - f(x+1) = -f(x) \text{ ②,}$$

$$\text{①+②可得, } f(x+2) + f(1-x) = 0, \text{ 则 } f(x+2) = -f(1-x) \text{ ③,}$$

$$\text{③式中, 用 } x+4 \text{ 替换 } x, \text{ 得 } f(x+6) = -f(-3-x) = -f(x+3) \text{ ④,}$$

$$\text{④式中, 用 } x-3 \text{ 替换 } x, \text{ 得 } f(x+3) = -f(-x) = -f(x) \text{ ⑤,}$$

由④⑤得 $f(x+6) = f(x)$, 则 $f(x)$ 为周期函数且周期为 6,

$$\text{所以 } f(2022) = f(6 \times 337 + 0) = f(0) = 2, \quad f(2024) = f(6 \times 337 + 2) = f(2) = -1,$$

$$\text{故 } f(2022) + f(2024) = 2 - 1 = 1.$$

故选: C.

9. ABD

【分析】对于 A，根据对立事件的性质分析判断，对于 B，根据百分位数的定义求解判断，对于 C，根据古典概型的概率公式分析判断，对于 D，根据平均数的性质分析判断。

【详解】对于 A，若事件 A 与事件 B 互为对立事件，则 $P(A) + P(B) = 1$ ，所以 A 正确，

对于 B，这 6 个数从小到大排列为 22，22，24，28，36，78，

因为 $6 \times 80 = 4.8$ ，所以第 80 百分位数为第 5 个数 36，所以 B 正确，

对于 C，用简单随机抽样的方法从 51 个个体中抽取 2 个个体，则每个个体被抽到的概率都是 $\frac{2}{51}$ ，所以 C 错误，

对于 D，因为样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 2，

所以 $3x_1 + 2, 3x_2 + 2, \dots, 3x_n + 2$ 的平均数为 $3 \times 2 + 2 = 8$ ，所以 D 正确。

故选：ABD

10. AC

【分析】分别将 $t = 12.43$ 、 $t = 24.86$ 、 $t = 62.15$ 依次代入 $N = N_0 \mathfrak{e}^{-\frac{t}{12.43}}$ 计算即可依次判断选项 ABC，根据 $0.4N_0 = N_0 \mathfrak{e}^{-\frac{x}{12.43}}$ 求出 x 即可判断 D，进而得解。

【详解】当 $t = 12.43$ 时， $N = N_0 \mathfrak{e}^{-\frac{12.43}{12.43}} = \frac{1}{2} N_0$ ，所以此时样本中氡的质量衰变了一半，故 A 正确；

当 $t = 24.86$ 时， $N = N_0 \mathfrak{e}^{-\frac{24.86}{12.43}} = N_0 \mathfrak{e}^{-2} = \frac{1}{4} N_0$ ，故 B 错误；

当 $t = 62.15$ 时， $N = N_0 \mathfrak{e}^{-\frac{62.15}{12.43}} = N_0 \mathfrak{e}^{-5} = \frac{1}{32} N_0$ ，即经过 62.15 年后，样本中的氡元素变为原来的 $\frac{1}{32}$ ，故 C 正确；

由题意 $0.4N_0 = N_0 \mathfrak{e}^{-\frac{x}{12.43}}$ ，化简得

$$x = -12.43 \log_2 \frac{0.4N_0}{N_0} = -12.43 \log_2 \frac{2}{5} = -12.43 (\log_2 2 - \log_2 5)$$

$$= -12.43 \left(1 - \frac{\lg 5}{\lg 2} \right) = -12.43 \left(1 - \frac{1 - \lg 2}{\lg 2} \right),$$

将 $\lg 2 \approx 0.301$ 代入其中，可得 $x = -12.43 \left(1 - \frac{1 - 0.301}{0.301} \right) = 16.43 > 16$ ，故 D 错误。

故选：AC。

11. ACD

【分析】根据题意， OC 与平面 $ABCD$ 所成角为 $\angle OCO_1$ ，代入相关长度计算即可判断 A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/537144006120006151>