

2025 届安徽省凤阳县二中高三一诊考试数学试卷

注意事项:

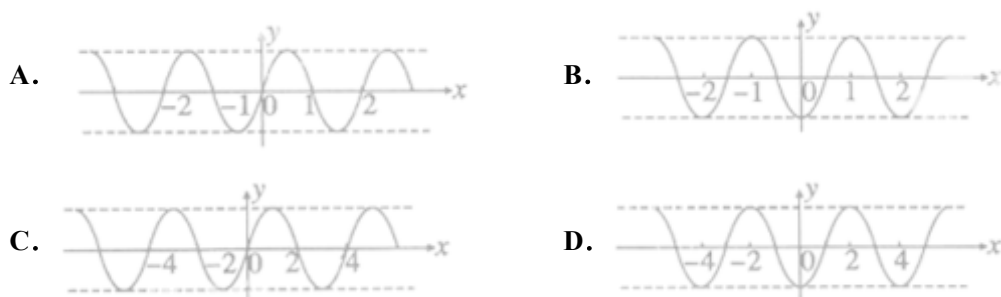
1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x - 9$ 在 $x = -3$ 时取得极值, 则 $a =$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 设函数 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 满足 $f(-x) = f(x), f(x+2) = f(x)$, 则 $y = f(x)$ 的图像可能是



3. 在一个数列中, 如果 $\forall n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $a_n a_{n+1} a_{n+2} = k$ (k 为常数), 那么这个数列叫做等积数列, k 叫做这个数列的

公积. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等积数列, 且 $a_1 = 1, a_2 = 2$, 公积为 8, 则 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2020} =$ ()

- A. 4711 B. 4712 C. 4713 D. 4715

4. 中国古代用算筹来进行记数, 算筹的摆放形式有纵横两种形式 (如图所示), 表示一个多位数时, 像阿拉伯记数一样, 把各个数位的数码从左到右排列, 但各位数码的筹式需要纵横相间, 其中个位、百位、方位.....用纵式表示, 十位、千位、十万位.....用横式表示, 则 56846 可用算筹表示为 ()



中国古代的算筹数码

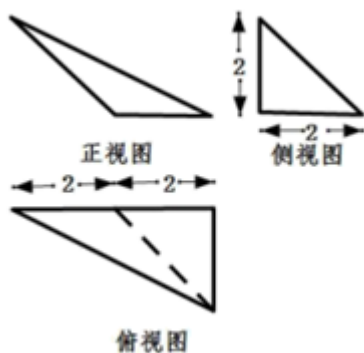
A.

B.

C.

D.

5. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体中的最长棱长为 ()



A. $3\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{5}$

C. $2\sqrt{6}$

D. $2\sqrt{7}$

6. 五行学说是华夏民族创造的哲学思想, 是华夏文明重要组成部分. 古人认为, 天下万物皆由金、木、水、火、土五类元素组成, 如图, 分别是金、木、水、火、土彼此之间存在的相生相克的关系. 若从 5 类元素中任选 2 类元素, 则 2 类元素相生的概率为 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{5}$

7. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

8. 函数 $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 内有且只有一个零点, 则 a 的值为 ()

A. 3

B. -3

C. 2

D. -2

9. 记单调递增的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 + a_4 = 10$, $a_2 a_3 a_4 = 64$, 则 ()

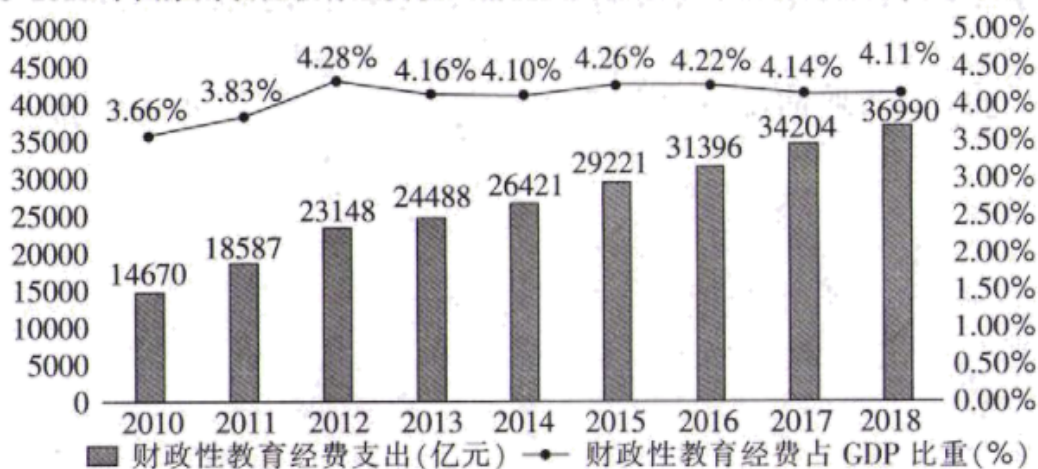
- A. $S_{n+1} - S_n = 2^{n+1}$ B. $a_n = 2^n$ C. $S_n = 2^n - 1$ D. $S_n = 2^{n-1} - 1$

10. 过抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点且倾斜角为 α 的直线交抛物线于两点 A, B , $|AF| = 2|BF|$, 且 A 在第一象限, 则 $\cos 2\alpha =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

11. 国务院发布《关于进一步调整优化结构、提高教育经费使用效益的意见》中提出, 要优先落实教育投入. 某研究机构统计了2010年至2018年国家财政性教育经费投入情况及其在GDP中的占比数据, 并将其绘制成下表, 由下表可知下列叙述错误的是 ()

2010-2018 年国家财政性教育经费投入情况及其在 GDP 中的占比情况 (单位: 亿元, %)



- A. 随着文化教育重视程度的不断提高, 国在财政性教育经费的支出持续增长
 B. 2012 年以来, 国家财政性教育经费的支出占 GDP 比例持续 7 年保持在 4% 以上
 C. 从 2010 年至 2018 年, 中国 GDP 的总值最少增加 60 万亿
 D. 从 2010 年到 2018 年, 国家财政性教育经费的支出增长最多的年份是 2012 年

12. 已知 $p: \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + y\right)$, $q: x = y$ 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 2A$, $AC = \sqrt{3}BC$, 则 A 的值是_____.

14. 已知四棱锥 $P-ABCD$, 底面四边形 $ABCD$ 为正方形, $PA = PB = PC = PD$, 四棱锥的体积为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$, 在该四棱锥内放置一球 O , 则球 O 体积的最大值为_____.

15. 已知抛物线 $C: y^2 = 16x$ 的对称轴与准线的交点为 M ，直线 $l: y = kx - 4k$ 与 C 交于 A, B 两点，若

$|AM| = 4|BM|$ ，则实数 $k =$ _____.

16. 设实数 x, y 满足 $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ 5x - y - 6 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $z = 2x - y$ 的最大值是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$. 直线 l 经过点 $P(m, 0)$ ，且倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ ，以 O 为极点， x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系.

(1) 写出曲线 C 的极坐标方程与直线 l 的参数方程；

(2) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点，且 $|PA| \cdot |PB| = 1$ ，求实数 m 的值.

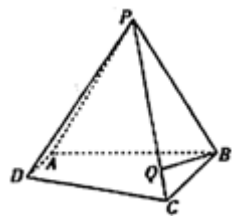
18. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数). 点 $P(x_0, y_0)$ 在曲线 C 上，点 $Q(m, n)$

满足 $\begin{cases} m = 2x_0 \\ n = \sqrt{3}y_0 \end{cases}$.

(1) 以坐标原点 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，求动点 Q 的轨迹 C_1 的极坐标方程；

(2) 点 A, B 分别是曲线 C_1 上第一象限，第二象限上两点，且满足 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ ，求 $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ 的值.

19. (12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是直角梯形且 $AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ， $AB = BC = 2AD = 2$ ，侧面 PAB 为等边三角形，且平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$.



(1) 求平面 PAB 与平面 PDC 所成的锐二面角的大小；

(2) 若 $\vec{CQ} = \lambda \vec{CP}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$)，且直线 BQ 与平面 PDC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$ ，求 λ 的值.

20. (12 分) $\max\{m, n\}$ 表示 m, n 中的最大值，如 $\max\{3, \sqrt{10}\} = \sqrt{10}$ ，已知函数 $f(x) = \max\{x^2 - 1, 2\ln x\}$ ，

$g(x) = \max\left\{x + \ln x, -x^2 + \left(a^2 - \frac{1}{2}\right)x + 2a^2 + 4a\right\}$.

- (1) 设 $h(x) = f(x) - 3\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-1)^2$ ，求函数 $h(x)$ 在 $(0, 1]$ 上的零点个数；
- (2) 试探讨是否存在实数 $a \in (-2, +\infty)$ ，使得 $g(x) < \frac{3}{2}x + 4a$ 对 $x \in (a+2, +\infty)$ 恒成立？若存在，求 a 的取值范围；若不存在，说明理由。

21. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $c \sin B = b \sin\left(\frac{\pi}{3} - C\right) + \sqrt{3}b$.

- (1) 求角 C 的大小；
- (2) 若 $c = \sqrt{7}, a + b = 3$ ，求 AB 边上的高.

22. (10 分) 交通管理部门调查在高速公路上的平均车速情况，随机抽查了 60 名家庭轿车驾驶员，统计其中有 40 名男性驾驶员，其中平均车速超过 90km/h 的有 30 人，不超过 90km/h 的有 10 人；在其余 20 名女性驾驶员中，平均车速超过 90km/h 的有 5 人，不超过 90km/h 的有 15 人.

- (1) 完成下面的 2×2 列联表，并据此判断是否有 99.9% 的把握认为，家庭轿车平均车速超过 90km/h 与驾驶员的性别有关；

	平均车速超过 90km/h 的人数	平均车速不超过 90km/h 的人数	合计
男性驾驶员			
女性驾驶员			
合计			

- (2) 根据这些样本数据来估计总体，随机调查 3 辆家庭轿车，记这 3 辆车中，驾驶员为女性且平均车速不超过 90km/h 的人数为 ξ ，假定抽取的结果相互独立，求 ξ 的分布列和数学期望.

参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 其中 $n = a + b + c + d$

临界值表：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

对函数求导，根据函数在 $x = -3$ 时取得极值，得到 $f'(-3) = 0$ ，即可求出结果。

【详解】

因为 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x - 9$ ，所以 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + 3$ ，

又函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x - 9$ 在 $x = -3$ 时取得极值，

所以 $f'(-3) = 27 - 6a + 3 = 0$ ，解得 $a = 5$ 。

故选 D

【点睛】

本题主要考查导数的应用，根据函数的极值求参数的问题，属于常考题型。

2、B

【解析】

根据题意，确定函数 $y = f(x)$ 的性质，再判断哪一个图像具有这些性质。

由 $f(-x) = f(x)$ 得 $y = f(x)$ 是偶函数，所以函数 $y = f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，可知 B、D 符合；由 $f(x+2) = f(x)$

得 $y = f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，选项 D 的图像的最小正周期是 4，不符合，选项 B 的图像的最小正周期是 2，符合，故选 B。

3、B

【解析】

计算出 a_3 的值，推导出 $a_{n+3} = a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，再由 $2020 = 3 \times 673 + 1$ ，结合数列的周期性可求得数列 $\{a_n\}$ 的前 2020 项和。

【详解】

由题意可知 $a_n a_{n+1} a_{n+2} = 8$ ，则对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ ， $a_n \neq 0$ ，则 $a_1 a_2 a_3 = 8$ ， $\therefore a_3 = \frac{8}{a_1 a_2} = 4$ ，

由 $a_n a_{n+1} a_{n+2} = 8$ ，得 $a_{n+1} a_{n+2} a_{n+3} = 8$ ， $\therefore a_n a_{n+1} a_{n+2} = a_{n+1} a_{n+2} a_{n+3}$ ， $\therefore a_{n+3} = a_n$ ，

$Q_{2020} = 3 \times 673 + 1$ ，因此， $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2020} = 673(a_1 + a_2 + a_3) + a_1 = 673 \times 7 + 1 = 4712$ 。

故选：B.

【点睛】

本题考查数列求和，考查了数列的新定义，推导出数列的周期性是解答的关键，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

4、B

【解析】

根据题意表示出各位上的数字所对应的算筹即可得答案.

【详解】

解：根据题意可得，各个数码的筹式需要纵横相间，个位，百位，万位用纵式表示；十位，千位，十万位用横式表示，
 $\therefore 56846$ 用算筹表示应为：纵 5 横 6 纵 8 横 4 纵 6，从题目中所给出的信息找出对应算筹表示为 B 中的.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查学生的合情推理与演绎推理，属于基础题.

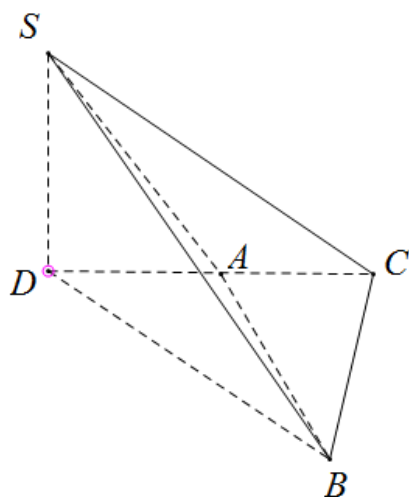
5、C

【解析】

根据三视图，可得该几何体是一个三棱锥 $S-ABC$ ，并且平面 $SAC \perp$ 平面 ABC ， $AC \perp BC$ ，过 S 作 $SD \perp AC$ ，连接 BD ， $AD = 2$ ， $AC = 2$ ， $BC = 2$ ， $SD = 2$ ，再求得其它的棱长比较下结论.

【详解】

如图所示：



由三视图得：该几何体是一个三棱锥 $S-ABC$ ，且平面 $SAC \perp$ 平面 ABC ， $AC \perp BC$ ，

过 S 作 $SD \perp AC$ ，连接 BD ，则 $AD = 2$ ， $AC = 2$ ， $BC = 2$ ， $SD = 2$ ，

所以 $BD = \sqrt{DC^2 + BC^2} = \sqrt{20}$ ， $SB = \sqrt{SD^2 + BD^2} = 2\sqrt{6}$ ， $SA = \sqrt{SD^2 + AD^2} = 2\sqrt{2}$ ，

$SC = \sqrt{SD^2 + AC^2} = 2\sqrt{5}$ ，

该几何体中的最长棱长为 $2\sqrt{6}$ 。

故选：C

【点睛】

本题主要考查三视图还原几何体，还考查了空间想象和运算求解的能力，属于中档题。

6、A

【解析】

列举出金、木、水、火、土任取两个的所有结果共 10 种，其中 2 类元素相生的结果有 5 种，再根据古典概型概率公式可得结果。

【详解】

金、木、水、火、土任取两类，共有：

金木、金水、金火、金土、木水、木火、木土、水火、水土、火土 10 种结果，

其中两类元素相生的有火木、火土、木水、水金、金土共 5 结果，

所以 2 类元素相生的概率为 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ，故选 A。

【点睛】

本题主要考查古典概型概率公式的应用，属于基础题，利用古典概型概率公式求概率时，找准基本事件个数是解题的关键，基本事件的探求方法有 (1)枚举法：适合给定的基本事件个数较少且易一一列举出的；(2)树状图法：适合于较为复杂的问题中的基本事件的探求。在找基本事件个数时，一定要按顺序逐个写出：先 (A_1, B_1) ， (A_1, B_2) ，... (A_1, B_n) ，

再 (A_2, B_1) ， (A_2, B_2) ，... (A_2, B_n) 依次 (A_3, B_1) (A_3, B_2) ，... (A_3, B_n) ... 这样才能避免多写、漏写现象的发生。

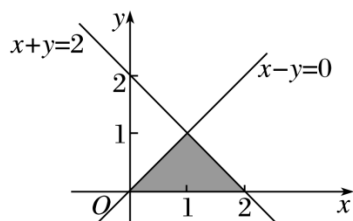
7、D

【解析】

作出 inequality 组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，利用数形结合即可得到结论。

【详解】

作出 inequality 组表示的平面区域如下图中阴影部分所示，



$z = 2x + y$ 等价于 $y = -2x + z$ ，作直线 $y = -2x$ ，向上平移，

易知当直线经过点 $(2, 0)$ 时 z 最大，所以 $z_{\max} = 2 \times 2 + 0 = 4$ ，故选 D.

【点睛】

本题主要考查线性规划的应用，利用目标函数的几何意义，结合数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法.

8、A

【解析】

求出 $f'(x) = 6x^2 - 2ax$ ，对 a 分类讨论，求出 $(0, +\infty)$ 单调区间和极值点，结合三次函数的图像特征，即可求解.

【详解】

$$f'(x) = 6x^2 - 2ax = 6x\left(x - \frac{a}{3}\right),$$

若 $a \leq 0$ ， $x \in (0, +\infty)$ ， $f'(x) > 0$ ，

$f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增，且 $f(0) = 1 > 0$ ，

$f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 不存在零点；

若 $a > 0$ ， $x \in (0, \frac{a}{3})$ ， $f'(x) < 0$ ， $x \in (\frac{a}{3}, +\infty)$ ， $f'(x) > 0$ ，

$f(x) = 2x^3 - ax^2 + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 内有且只有一个零点，

$$f\left(\frac{a}{3}\right) = -\frac{1}{27}a^3 + 1 = 0, \therefore a = 3.$$

故选:A.

【点睛】

本题考查函数的零点、导数的应用，考查分类讨论思想，熟练掌握函数图像和性质是解题的关键，属于中档题.

9、C

【解析】

先利用等比数列的性质得到 a_3 的值，再根据 a_2, a_4 的方程组可得 a_2, a_4 的值，从而得到数列的公比，进而得到数列的通项和前 n 项和，根据后两个公式可得正确的选项.

【详解】

因为 $\{a_n\}$ 为等比数列, 所以 $a_3^2 = a_2 a_4$, 故 $a_3^3 = 64$ 即 $a_3 = 4$,

由 $\begin{cases} a_2 + a_4 = 10 \\ a_2 a_4 = 16 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} a_2 = 2 \\ a_4 = 8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_2 = 8 \\ a_4 = 2 \end{cases}$, 因为 $\{a_n\}$ 为递增数列, 故 $\begin{cases} a_2 = 2 \\ a_4 = 8 \end{cases}$ 符合.

此时 $q^2 = 4$, 所以 $q = 2$ 或 $q = -2$ (舍, 因为 $\{a_n\}$ 为递增数列).

故 $a_n = a_3 q^{n-3} = 4 \times 2^{n-3} = 2^{n-1}$, $S_n = \frac{1 \times (1 - 2^n)}{1 - 2} = 2^n - 1$.

故选 C.

【点睛】

一般地, 如果 $\{a_n\}$ 为等比数列, S_n 为其前 n 项和, 则有性质:

(1) 若 $m, n, p, q \in N^*, m + n = p + q$, 则 $a_m a_n = a_p a_q$;

(2) 公比 $q \neq 1$ 时, 则有 $S_n = A + Bq^n$, 其中 A, B 为常数且 $A + B = 0$;

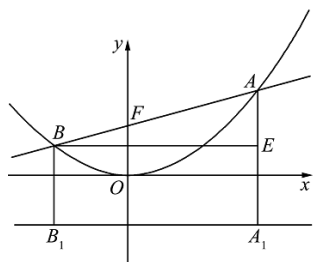
(3) $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}, \dots$ 为等比数列 ($S_n \neq 0$) 且公比为 q^n .

10、C

【解析】

作 $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$; $BE \perp AA_1$, 由题意 $\sin \alpha = \frac{AE}{AB}$, 由二倍角公式即得解.

【详解】



由题意, $F\left(0, \frac{p}{2}\right)$, 准线 $l: y = -\frac{p}{2}$,

作 $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$; $BE \perp AA_1$,

设 $|BF| = |BB_1| = t$,

故 $|AB| = |AA_1| = 2t$, $|AE| = t$,

$\sin \alpha = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = \frac{7}{9}$.

故选: C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/538024004045007045>