2023-2024学年福建省莆田市第二十五中学高三冲刺模拟考试（5月）数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

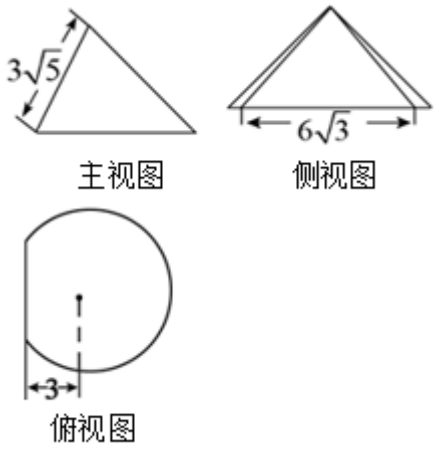
1．$\left|\dfrac{i^{2020}}{1-i}\right|=$（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．1　　D．$\dfrac{1}{4}$

2．某中学有高中生1500人，初中生1000人为了解该校学生自主锻炼的时间，采用分层抽样的方法从高生和初中生中抽取一个容量为n的样本.若样本中高中生恰有30人，则n的值为（　　）

A．20　　B．50　　C．40　　D．60

3．木匠师傅对一个圆锥形木件进行加工后得到一个三视图如图所示的新木件，则该木件的体积（　　）



A．$24\pi+9\sqrt{3}$　　B．$48\pi+9\sqrt{3}$　　C．$48\pi+18\sqrt{3}$　　D．$144\pi+18\sqrt{3}$

4．设全集$U=R$，集合$M=\left\{x\,|\,x^2\le x\right\}$，$N=\{x\,|\,2^x<1\}$，则$M\cap\complement_U N=$（　　）

A．$[0,1]$　　B．$(0,1]$　　C．$[0,1)$　　D．$(-\infty,1]$

5．已知函数$f(x)$是R上的偶函数，$g(x)$是R的奇函数，且$g(x)=f(x-1)$，则$f(2019)$的值为（　　）

A．2　　B．0　　C．-2　　D．±2

6．已知函数$f(x)=te^{2x}+(t-2)e^x-x$（$t\ge0$），若函数$f(x)$在$x\in\mathbf{R}$上有唯一零点，则t的值为（　　）

A．1　　B．$\dfrac{1}{2}$或0　　C．1或0　　D．2或0

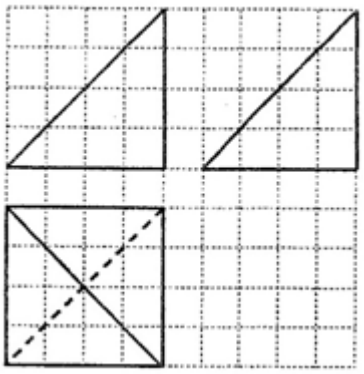
7．数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=|n-c|\left(n\in N^*\right)$．则“$c<2$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的（　　）条件．

A．必要而不充分　　B．充要　　C．充分而不必要　　D．即不充分也不必要

8．直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CA=CC_1=2CB$，$AC\perp BC$，则直线BC_1与AB_1所成的角的余弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{3}{5}$

9．某空间几何体的三视图如图所示（图中小正方形的边长为1），则这个几何体的体积是（　　）



A．$\frac{32}{3}$　　B．$\frac{64}{3}$　　C．16　　D．32

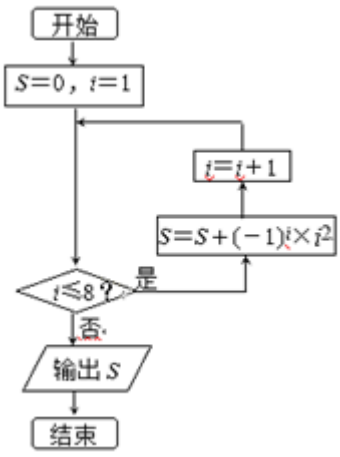
10．已知$\left(x+a\right)^5$展开式的二项式系数和与展开式中常数项相等，则x^2项系数为（　　）

A．10　　B．32　　C．40　　D．80

11．一袋中装有5个红球和3个黑球（除颜色外无区别），任取3球，记其中黑球数为X，则$E\left(X\right)$为（　　）

A．$\frac{9}{8}$　　B．$\frac{7}{8}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{62}{56}$

12．执行如下的程序框图，则输出的S是（　　）

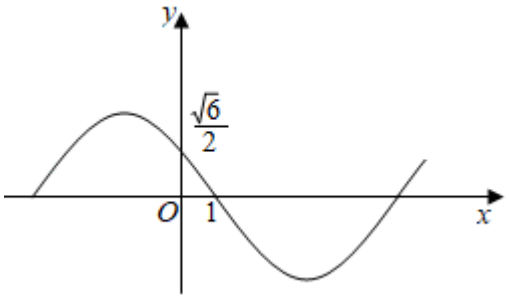


A．36　　B．45

C．-36　　D．-45

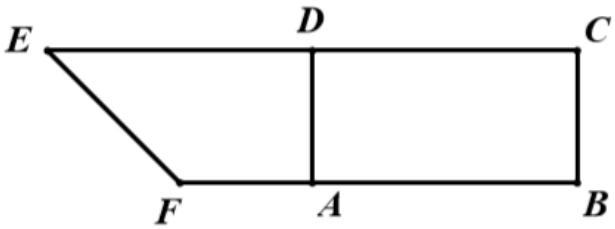
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)\left(\varphi>0,\frac{\pi}{2}<\varphi<\pi\right)$ 的图像如图所示，则该函数的最小正周期为_____.

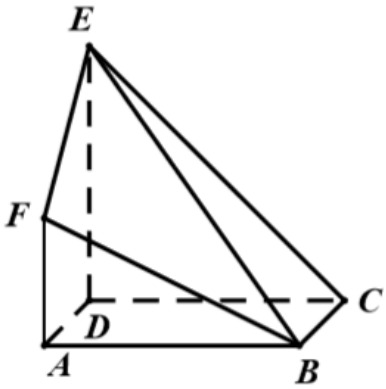


14．设变量 x，y，z 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geq 3\\ x-y\geq -1\\ 2x-y\leq 3\end{cases}$，则目标函数 $z=2x+3y$ 的最小值是_____.

15．如图所示，在直角梯形 $BCDF$ 中，$\angle CBF=\angle BCE=90^\circ$，$A$、$D$ 分别是 BF、CE 上的点，$AD//BC$，且 $AB=DE=2BC=2AF$（如图①）.将四边形 $ADEF$ 沿 AD 折起，连接 BE、BF、CE（如图②）.在折起的过程中，则下列表述：



图①



图②

①$AC//$ 平面 BEF；

②四点 B、C、E、F 可能共面；

③若 $EF\perp CF$，则平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$；

④平面 BCE 与平面 BEF 可能垂直.其中正确的是_____.

16．有 2 名老师和 3 名同学，将他们随机地排成一行，用 ξ 表示两名老师之间的学生人数，则 $\xi=1$ 对应的排法有_____种；$E(\xi)=$ _____；

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）某精密仪器生产车间每天生产 n

个零件，质检员小张每天都会随机地从中抽取 50 个零件进行检查是否合格，若较多零件不合格，则需对其余所有零件进行检查．根据多年的生产数据和经验，这些零件的长度服从正态分布 $N(10,0.1^2)$（单位：微米 μm），且相互独立．若零件的长度 d 满足 $9.7\mu m < d < 10.3\mu m$，则认为该零件是合格的，否则该零件不合格．

（1）假设某一天小张抽查出不合格的零件数为 X，求 $P(X \geqslant 2)$ 及 X 的数学期望 EX；

（2）小张某天恰好从 50 个零件中检查出 2 个不合格的零件，若以此频率作为当天生产零件的不合格率．已知检查一个零件的成本为 10 元，而每个不合格零件流入市场带来的损失为 260 元．假设 n 充分大，为了使损失尽量小，小张是否需要检查其余所有零件，试说明理由．

附：若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则

$P(\mu-3\sigma<\xi<\mu+3\sigma)=0.9987, 0.9987^{50}=0.9370, 0.9987^{49}\times 0.0013=0.0012$．

18．（12 分）在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t\cos\alpha \\ y=1+t\sin\alpha \end{cases}$（$t$ 为参数，$0\leq\alpha<\pi$）.在以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标中，曲线 C：$\rho=4\cos\theta$．

（1）当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$ 时，求 C 与 l 的交点的极坐标；

（2）直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，线段 AB 中点为 $M(1,1)$，求 $|AB|$ 的值．

19．（12 分）已知 2 件次品和 3 件正品混放在一起，现需要通过检测将其区分，每次随机检测一件产品，检测后不放回，直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时检测结束．

（1）求第一次检测出的是次品且第二次检测出的是正品的概率；

（2）已知每检测一件产品需要费用 100 元，设 X 表示直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时所需要的检测费用（单位：元），求 X 的分布列．

20．（12 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 f（x）=$\log_2$（|x+1|+|x− 2|− m）．

（1）当 m=7 时，求函数 f（x）的定义域；

（2）若关于 x 的不等式 f（x）≥2 的解集是 R，求 m 的取值范围．

21．（12 分）设不等式 $-2<|x-1|-|x+2|<0$ 的解集为 M，$a,b\in M$．

（1）证明：$\left|\dfrac{1}{3}a+\dfrac{1}{6}b\right|<\dfrac{1}{4}$；

（2）比较 $|1-4ab|$ 与 $2|a-b|$ 的大小，并说明理由．

22.（10 分）已知函数 $f(x)=\sin^2 x+\sin x\cos(x-\frac{\pi}{6})$.

（1）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

（2）求 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

利用复数的乘方和除法法则将复数 $\frac{i^{2020}}{1-i}$ 化为一般形式，结合复数的模长公式可求得结果.

【详解】

$i^{2020}=\left(i^4\right)^{505}=1^{505}=1$，$\frac{i^{2020}}{1-i}=\frac{1}{1-i}=\frac{1+i}{(1-i)(1+i)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$，

因此，$\left|\frac{i^{2020}}{1-i}\right|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数模长的计算，同时也考查了复数的乘方和除法法则的应用，考查计算能力，属于基础题.

2、B

【解析】

利用某一层样本数等于某一层的总体个数乘以抽样比计算即可.

【详解】

由题意，$30=1500\times\frac{n}{1500+1000}$，解得 $n=50$.

故选：B.

【点睛】

本题考查简单随机抽样中的分层抽样，某一层样本数等于某一层的总体个数乘以抽样比，本题是一道基础题.

3、C

【解析】

由三视图知几何体是一个从圆锥中截出来的锥体,圆锥底面半径为$r=\sqrt{3^2+(\frac{6\sqrt{3}}{2})^2}$,圆锥的高$h=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-3^2}$,截去的底面劣弧的圆心角为$\frac{2\pi}{3}$，底面剩余部分的面积为$S=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi r^2+\frac{1}{2}r^2\sin\frac{2\pi}{3}$,利用锥体的体积公式即可求得.

【详解】

由已知中的三视图知圆锥底面半径为$r=\sqrt{3^2+(\frac{6\sqrt{3}}{2})^2}=6$，圆锥的高$h=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-3^2}=6$，圆锥母线$l=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$，截去的底面弧的圆心角为120°，底面剩余部分的面积为

$S=\frac{2}{3}\pi r^2+\frac{1}{2}r^2\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{2}{3}\pi\times6^2+\frac{1}{2}\times6^2\times\sin\frac{2\pi}{3}=24\pi+9\sqrt{3}$，故几何体的体积为：

$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\times(24\pi+9\sqrt{3})\times6=48\pi+18\sqrt{3}$.

故选 C.

【点睛】

本题考查了三视图还原几何体及体积求解问题,考查了学生空间想象,数学运算能力,难度一般.

4、A

【解析】

求出集合 M 和集合 N,，利用集合交集补集的定义进行计算即可.

【详解】

$M=\{x\mid x^2\le x\}=\{x\mid0\le x\le1\}$，$N=\{x\mid2^x<1\}=\{x\mid x<0\}$，

$\complement_U N=\{x\mid x\ge0\}$，

则$M\cap\complement_U N=\{x\mid0\le x\le1\}=[0,1]$，

故选：A.

【点睛】

本题考查集合的交集和补集的运算，考查指数不等式和二次不等式的解法，属于基础题.

5、B

【解析】

根据函数的奇偶性及题设中关于$g(x)$与$f(x-1)$关系，转换成关于$f(x)$的关系式，通过变形求解出$f(x)$的周期，进而算出$f(2019)$.

【详解】

Q $g(x)$ 为 R 上的奇函数，$\therefore g(0)=f(-1)=0, g(-x)=-g(x)$

$\therefore f(-1)=0, f(-x-1)=-f(x-1)$，$\therefore f(-x)=-f(x-2)$

而函数 $f(x)$ 是 R 上的偶函数，$\therefore f(x)=f(-x)$，$\therefore f(x)=-f(x-2)$

$\therefore f(x-2)=-f(x-4)$，$\therefore f(x)=f(x-4)$

故 $f(x)$ 为周期函数，且周期为 4

$\therefore f(2019)=f(-1)=0$

故选：**B**

【点睛】

本题主要考查了函数的奇偶性，函数的周期性的应用，属于基础题.

6、**C**

【解析】

求出函数的导函数，当 $t>0$ 时，只需 $f(-\ln t)=0$，即 $\ln t-\frac{1}{t}+1=0$，令 $g(t)=\ln t-\frac{1}{t}+1$，利用导数求其单调区间，即可求出参数 t 的值，当 $t=0$ 时，根据函数的单调性及零点存在性定理可判断；

【详解】

解：$\because f(x)=te^{2x}+(t-2)e^{x}-x$（$t\geq 0$），

$\therefore f'(x)=2te^{2x}+(t-2)e^{x}-1=\left(te^{x}-1\right)\left(2e^{x}+1\right)$，$\therefore$当 $t>0$ 时，由 $f'(x)=0$ 得 $x=-\ln t$，

则 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,-\ln t\right)$ 上单调递减，在 $\left(-\ln t,+\infty\right)$ 上单调递增，

所以 $f(-\ln t)$ 是极小值，$\therefore$只需 $f(-\ln t)=0$，

即 $\ln t-\frac{1}{t}+1=0$.令 $g(t)=\ln t-\frac{1}{t}+1$，则 $g'(t)=\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}>0$，$\therefore$函数 $g(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.$\because g(1)=0$，$\therefore t=1$；

当 $t=0$ 时，$f(x)=-2e^{x}-x$，函数 $f(x)$ 在 R 上单调递减，$\because f(1)=-2e-1<0$，$f(-2)=2-2e^{-2}>0$，函数 $f(x)$ 在 R 上有且只有一个零点，$\therefore t$ 的值是 **1** 或 **0**.

故选：**C**

【点睛】

本题考查利用导数研究函数的零点问题，零点存在性定理的应用，属于中档题.

7、A

【解析】

根据递增数列的特点可知$a_{n+1}-a_n>0$，解得$c<n+\frac{1}{2}$，由此得到若$\{a_n\}$是递增数列，则$c<\frac{3}{2}$，根据推出关系可确定结果.

【详解】

若“$\{a_n\}$是递增数列”，则$a_{n+1}-a_n=|n+1-c|-|n-c|>0$，

即$(n+1-c)^2>(n-c)^2$，化简得：$c<n+\frac{1}{2}$，

又$n\in\mathbf{N}^*$，$\therefore n+\frac{1}{2}\geq\frac{3}{2}$，$\therefore c<\frac{3}{2}$，

则$c<2$¿ $\{a_n\}$是递增数列，$\{a_n\}$是递增数列$\Rightarrow c<2$，

$\therefore$“$c<2$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的必要不充分条件.

故选：A.

【点睛】

本题考查充分条件与必要条件的判断，涉及到根据数列的单调性求解参数范围，属于基础题.

8、A

【解析】

设$CA=CC_1=2CB=2$，延长A_1B_1至D，使得$A_1B_1=B_1D$，连BD,C_1D，可证$AB_1//BD$，得到$\angle C_1BD$（或补角）为所求的角，分别求出BC_1,AB_1,C_1D，解$\triangle C_1BD$即可.

【详解】

设$CA=CC_1=2CB=2$，延长A_1B_1至D，使得$A_1B_1=B_1D$，

连BD,C_1D，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB//A_1B_1,AB=A_1B_1$，

$\therefore AB//B_1D,AB=B_1D$，四边形$ABDB_1$为平行四边形，

$\therefore AB_1//BD$，$\therefore\angle C_1BD$（或补角）为直线BC_1与AB_1所成的角，

在$Rt\triangle BCC_1$中，$BC_1=\sqrt{CC_1^2+BC^2}=\sqrt{5}$，

在$Rt\triangle A_1B_1C_1$中，$A_1B_1=\sqrt{A_1C_1^2+B_1C_1^2}=\sqrt{5},\cos\angle B_1A_1C_1=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

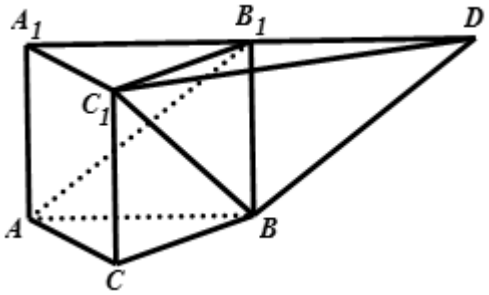
在$\triangle A_1C_1D$中，

$C_1D^2 = A_1C_1^2 + A_1D^2 - 2A_1C_1 \cdot A_1D\cos\angle B_1A_1C_1 = 4 + 20 - 16 = 8$，

在$Rt\triangle AA_1B_1$中，$AB_1 = \sqrt{AA_1^2 + A_1B_1^2} = 3, \therefore BD = AB_1 = 3$，

在$\triangle BC_1D$中，$\cos\angle C_1BD = \dfrac{BC_1^2 + BD^2 - C_1D^2}{2BC_1 \cdot BD} = \dfrac{5+9-8}{6\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

故选：A.



【点睛】

本题考查异面直线所成的角，要注意几何法求空间角的步骤“做”“证”“算”缺一不可，属于中档题.

9、A

【解析】

几何体为一个三棱锥，高为 4，底面为一个等腰直角三角形，直角边长为 4，所以体积是$\dfrac{1}{3}\times 4\times\dfrac{1}{2}\times 4^2 = \dfrac{32}{3}$，选 A.

10、D

【解析】

根据二项式定理通项公式$T_{r+1} = C_n^r a^r b^{n-r}$可得常数项，然后二项式系数和，可得$a$，最后依据$T_{r+1} = C_n^r a^r b^{n-r}$，可得结果.

【详解】

由题可知：$T_{r+1} = C_5^r x^r a^{5-r}$

当$r = 0$时，常数项为$T_1 = a^5$

又$(x+a)^5$展开式的二项式系数和为2^5

由$a^5 = 2^5 \Rightarrow a = 2$

所以$T_{r+1} = C_5^r x^r 2^{5-r}$

当$r = 2$时，$T_3 = C_5^2 x^2 2^3 = 80x^2$

所以x^2项系数为80

故选：D

【点睛】

本题考查二项式定理通项公式，熟悉公式，细心计算，属基础题.

11、A

【解析】

由题意可知，随机变量 X 的可能取值有 0、1、2、3，计算出随机变量 X 在不同取值下的概率，进而可求得随机变量 X 的数学期望值.

【详解】

由题意可知，随机变量 X 的可能取值有 0、1、2、3，

则 $P\left(X=0\right)=\dfrac{C_5^3}{C_8^3}=\dfrac{10}{56}$，$P\left(X=1\right)=\dfrac{C_5^2C_3^1}{C_8^3}=\dfrac{30}{56}$，$P\left(X=2\right)=\dfrac{C_5^1C_3^2}{C_8^3}=\dfrac{15}{56}$，$P\left(X=3\right)=\dfrac{C_3^3}{C_8^3}=\dfrac{1}{56}$.

因此，随机变量 X 的数学期望为 $E\left(X\right)=0\times\dfrac{10}{56}+1\times\dfrac{30}{56}+2\times\dfrac{15}{56}+3\times\dfrac{1}{56}=\dfrac{9}{8}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查随机变量数学期望的计算，考查计算能力，属于基础题.

12、A

【解析】

列出每一步算法循环，可得出输出结果 S 的值.

【详解】

$i=1\le 8$ 满足，执行第一次循环，$S=0+\left(-1\right)^1\times1^2=-1$，$i=1+1=2$；

$i=2\le 8$ 成立，执行第二次循环，$S=-1+\left(-1\right)^2\times2^2=3$，$i=2+1=3$；

$i=3\le 8$ 成立，执行第三次循环，$S=3+\left(-1\right)^3\times3^2=-6$，$i=3+1=4$；

$i=4\le 8$ 成立，执行第四次循环，$S=-6+\left(-1\right)^4\times4^2=10$，$i=4+1=5$；

$i=5\le 8$ 成立，执行第五次循环，$S=10+\left(-1\right)^5\times5^2=-15$，$i=5+1=6$；

$i=6\le 8$ 成立，执行第六次循环，$S=-15+\left(-1\right)^6\times6^2=21$，$i=6+1=7$；

$i=7\le 8$ 成立，执行第七次循环，$S=21+\left(-1\right)^7\times7^2=-28$，$i=7+1=8$；

$i=8\le 8$ 成立，执行第八次循环，$S=-28+\left(-1\right)^8\times8^2=36$，$i=8+1=9$；

$i=9\le 8$ 不成立，跳出循环体，输出 S 的值为 36，故选：A.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/538032016131006116