【拔尖特训】2023-2024学年九年级数学上册尖子生培优必刷题（人教版）

专题22.11 二次函数与实际问题：拱桥问题（限时满分培优训练）

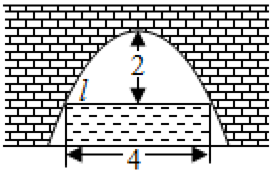
班级：________________ 姓名：_______________ 得分：_____________

注意事项：

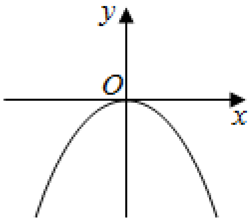
本试卷满分100分，试题共23题，其中选择10道、填空6道、解答7道．答卷前，考生务必用0.5毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级等信息填写在试卷规定的位置．

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（2022春·黑龙江绥化·八年级统考期末）如图（1）是一个横断面为抛物线形状的拱桥，当水面在l时，拱顶（拱桥洞的最高点）离水面2 m，水面宽4 m．如图(2)建立平面直角坐标系，则抛物线的解析式是（　　）



图（1）



图（2）

A．$y=-\frac{1}{2}x^2$　　B．$y=\frac{1}{2}x^2$　　C．$y=-2x^2$　　D．$y=2x^2$

【答案】A

【分析】首先设抛物线解析式为$y=ax^2$，再得出抛物线上一点为（2，﹣2），进而求出a的值．

【详解】解：由图中可以看出，所求抛物线的顶点在原点，对称轴为y轴，可设此函数解析式为：$y=ax^2$，且抛物线过（2，﹣2）点，

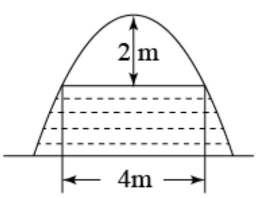
故﹣2＝a×2^2，

解得：a＝﹣0.5，

故选：A．

【点睛】此题主要考查了二次函数的应用，正确设出抛物线的解析式是解题关键．

2．（2023秋·云南昆明·九年级统考期末）如图是抛物线型拱桥，当拱顶离水面2m时，水面宽4m；如果水面下降4m，则水面宽度增加（　　）

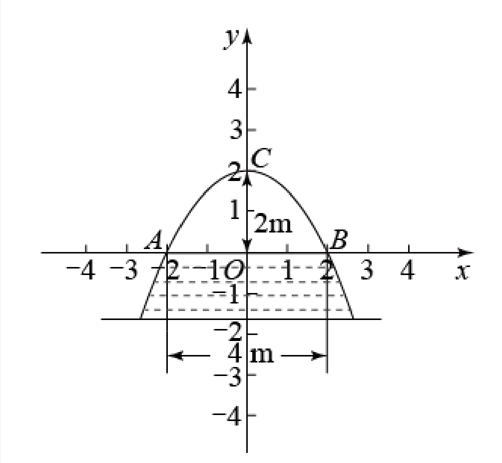


A．4m　　B．$2\sqrt{3}$m　　C．$4\sqrt{3}$m　　D．$(4\sqrt{3}-4)$m

【答案】D

【分析】根据已知建立平面直角坐标系，进而求出二次函数解析式，再通过把$y=-2$代入抛物线解析式得出水面宽度，即可得出答案.

【详解】解：建立平面直角坐标系，设横轴 x 通过AB，纵轴 y 通过AB中点 O 且通过 C 点，则通过画图可得知 O 为原点，



抛物线以 y 轴为对称轴，且经过 A，B 两点，$OA=OB=\frac{1}{2}AB=2$米，抛物线顶点 C 坐标为$\left(0，2\right)$，

通过以上条件可设顶点式$y=ax^2+2$，

将 A 点坐标$\left(-2，0\right)$代入抛物线解析式可得出：$a=-0.5$，

所以抛物线解析式为$y=-0.5x^2+2$，

当水面下降 4 米，通过抛物线在图上的观察可转化为：

当$y=-4$时，对应的抛物线上两点之间的距离，也就是直线$y=-4$与抛物线相交的两点之间的距离，

可以通过把$y=-4$代入抛物线解析式得出：$-4=-0.5x^2+2$，

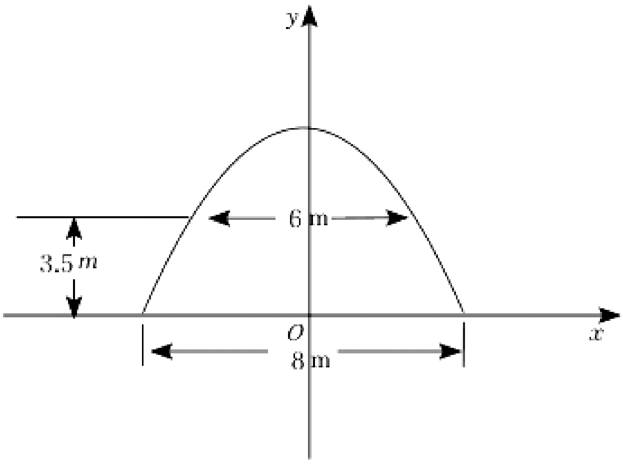
解得：$x=\pm 2\sqrt{3}$，

所以水面宽度增加到$4\sqrt{3}$米，比原先的宽度当然是增加了$(4\sqrt{3}-4)$m，

故选：D.

【点睛】此题主要考查了二次函数的应用，根据已知建立坐标系从而得出二次函数解析式是解决问题的关键.

3.（2023·浙江·九年级假期作业）如图，某大门的形状是一抛物线形建筑，大门的地面宽8m，在两侧距地面3.5m高处有两个挂单位名牌匾用的铁环，两铁环的水平距离是6m．若按图所示建立平面直角坐标系，则抛物线的解析式是（　　）（建筑物厚度忽略不计）



A．$y=\frac{1}{2}x^2+8$　　B．$y=\frac{1}{2}x^2+7$　　C．$y=\frac{1}{2}x^2+8$　　D．$y=\frac{1}{2}x^2+7$

【答案】A

【分析】根据题意设出函数解析式，把$(4，0)$和$(3，3.5)$代入抛物线，用待定系数法求函数解析式即可．

【详解】解：根据题意，抛物线过$(-4，0)$、$(4，0)$、$(-3，3.5)$、$(3，3.5)$四点，

∵对称轴是y轴

$\therefore b=0$

设抛物线解析式为$y=ax^2+c$

把$(4，0)$和$(3，3.5)$代入抛物线得：

$\begin{cases}16a+c=0\\9a+c=3.5\end{cases}$，

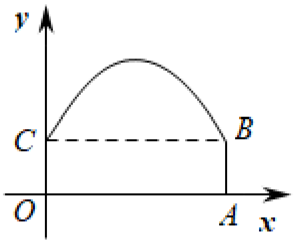
解得：$\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\c=8\end{cases}$，

∴抛物线解析式为：$y=-\frac{1}{2}x^2+8$

故选：A．

【点睛】本题考查二次函数的实际应用，解题的关键是掌握待定系数法．

4．（2022秋·吉林长春·九年级长春市第四十五中学校考期末）如图，隧道的截面由抛物线和长方形$OABC$构成．按照图中所示的平面直角坐标系，抛物线可以用$y=-\frac{1}{6}x^2+2x+4$表示．在抛物线型拱壁上需要安装两排灯，如果灯离地面的高度为8m．那么两排灯的水平距离是（　　）



A．2m　　　B．4m　　　C．$4\sqrt{2}$m　　　D．$4\sqrt{3}$m

【答案】D

【分析】把$y=8$代入解析式$y=-\frac{1}{6}x^2+2x+4$，再解方程即可得结论．

【详解】解：根据题意，当$y=8$时，则$8=-\frac{1}{6}x^2+2x+4$，

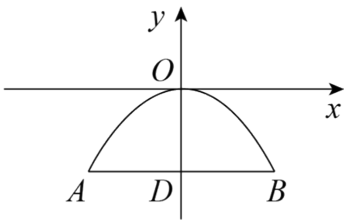
解得：$x_1=6-2\sqrt{3}$，$x_2=6+2\sqrt{3}$，

∴两排灯的水平距离是$x_2-x_1=6+2\sqrt{3}-6+2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$．

故选：D．

【点睛】本题考查了二次函数的应用，解决本题的关键是把实际问题转化为二次函数问题解决．

5．（2022春·江苏·九年级专题练习）赵州桥的桥拱是近似的抛物线形，建立如图所示的平面直角坐标系，其函数的关系式为$y=-\frac{1}{25}x^2$，当水面离桥拱顶的高度DO是2m时，这时水面宽度AB为（　　）



A．－10m　　　B．$-5\sqrt{2}$m　　　C．$5\sqrt{2}$m　　　D．$10\sqrt{2}$m

【答案】D

【分析】把$y=-2$代入解析式即可求解．

【详解】根据题意，当$y=-2$时，有$-2=-\frac{1}{25}x^2$，

解得：$x=\pm5\sqrt{2}$，

∴$A(-5\sqrt{2},-2)$，$B(5\sqrt{2},-2)$，

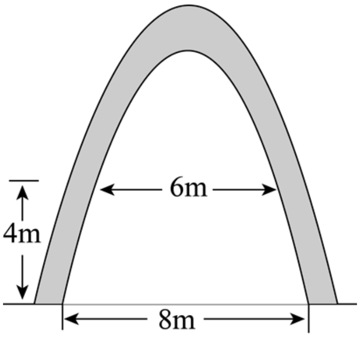
∴这时水面宽度$AB=2\times5\sqrt{2}=10\sqrt{2}$m．

故选：D．

【点睛】本题考查了点的坐标的求法及二次函数的实际应用，熟练借助二次函数解决实际问题是解题关

键．

6．（2023春·九年级课时练习）如图，有一个截面边缘为抛物线型的水泥门洞．门洞内的地面宽度为8m，两侧距地面4m高处各有一盏灯，两灯间的水平距离为6m，则这个门洞内部顶端离地面的距离为（　　）

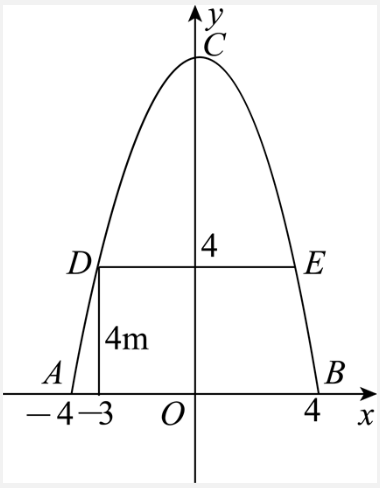


A．7.5　　　　B．8　　　　C．$\frac{64}{9}$　　　　D．$\frac{64}{7}$

【答案】D

【分析】建立直角坐标系，得到二次函数，门洞高度即为二次函数的顶点的纵坐标.

【详解】解：如图，以地面为x轴，门洞中点为O点，画出y轴，建立直角坐标系，



由题意可知各点坐标为$A(-4,0)$，$B(4,0)$，$D(-3,4)$，

设抛物线解析式为$y=ax^2+c(a\neq 0)$把B、D两点带入解析式，

$\therefore\begin{cases}16a+c=0\\9a+c=4\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-\frac{4}{7}\\c=\frac{64}{7}\end{cases}$，

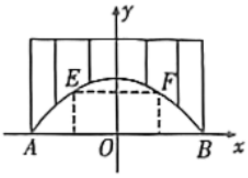
$\therefore$解析式为$y=-\frac{4}{7}x^2+\frac{64}{7}$，则$C\left(0,\frac{64}{7}\right)$，

所以这个门洞内部顶端离地面的距离为$\frac{64}{7}$m，

故选D.

【点睛】本题考查二次函数的简单应用，能够建立直角坐标系解出二次函数解析式是本题关键.

7．（2023·全国·九年级假期作业）廊桥是我国古老的文化遗产，如图是某座下方为抛物线形的廊桥示意图．已知抛物线的函数表达式为$y=-\frac{1}{40}x^2+10$，为保护廊桥的安全，在该抛物线上距水面AB高为 8 米的点E，F 处要安装两盏警示灯，则这两盏灯的水平距离EF是（　）



A．$8\sqrt{5}$米　　B．10 米　　C．$6\sqrt{5}$米　　D．$8\sqrt{3}$米

【答案】A

【分析】已知抛物线上距水面AB高为 8 米的 E、F 两点，可知 E、F 两点纵坐标为 8，把$y=8$代入抛物线解析式，可求 E、F 两点的横坐标，根据抛物线的对称性求EF长．

【详解】解：由于两盏警示灯 E、F 距离水面都是 8 米，因而两盏警示灯之间的水平距离就是直线$y=8$与抛物线两交点的横坐标差的绝对值．

故有$-\frac{1}{40}x^2+10=8$，

即$x^2=80$，

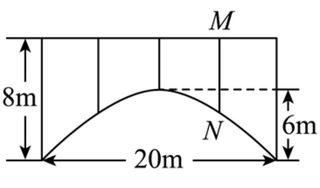
解得，$x_1=4\sqrt{5}$，$x_2=-4\sqrt{5}$．

所以两盏警示灯之间的水平距离为：$EF=|x_1-x_2|=|4\sqrt{5}-(-4\sqrt{5})|=8\sqrt{5}$米．

故选：A

【点睛】本题考查的是二次函数在实际生活中的应用，注意利用函数对称的性质来解决问题．

8．（2023 秋·全国·九年级专题练习）一座拱桥的轮廓是抛物线型（如图所示），桥高为 8 米，拱高 6 米，跨度 20 米．相邻两支柱间的距离均为 5 米，则支柱MN的高度为（　）米．



A．2.5米　　B．3 米　　C．3.5米　　D．4 米

【答案】C

【分析】设拱桥两端分别为点 A、B，拱桥顶端为点 C，以AB所在的直线为 x 轴，以AB的中点 O 为坐标原点，OC所在的直线为 y 轴建立平面直角坐标系，则点$A(-10,0)$,$B(10,0)$,$C(0,6)$，点 M，N 的横坐标为 5，再求出抛物线的解析式，即可求解．

【详解】解：如图，设拱桥两端分别为点 A、B，拱桥顶端为点 C，以AB所在的直线为 x 轴，以AB的中点 O 为坐标原点，OC所在的直线为 y 轴建立平面直角坐标系，则点$A(-10,0)$,$B(10,0)$,$C(0,6)$，点 M，N 的横坐标为 5，

设抛物线的解析式为$y=ax^2+c$，

把点$A(-10,0)$,$C(0,6)$代入得：

$\begin{cases}100a+c=0\\c=6\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-\frac{3}{50}\\c=6\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为$y=-\frac{3}{50}x^2+6$，

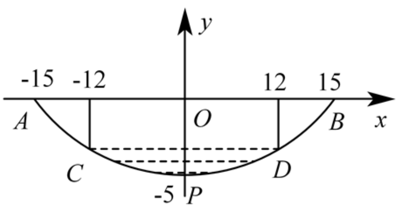
当$x=5$时，$y=-\frac{3}{50}\times5^2+6=4.5$，

∴支柱MN的高度为$8-4.5=3.5$米．

故选：C

【点睛】本题考查二次函数的实际应用，借助二次函数解决实际问题是解题根本，求出二次函数关系式是关键．

9．（2023 秋·全国·九年级专题练习）某水利工程公司开挖的沟渠，蓄水之后截面呈抛物线形，在图中建立平面直角坐标系，并标出相关数据（单位：m）．某学习小组探究之后得出如下结论，其中正确的为(　)



A．$AB=24m$

B．池底所在抛物线的解析式为$y=\frac{1}{25}x^2-5$

C．池塘最深处到水面CD的距离为$3.2m$

D．若池塘中水面的宽度减少为原来的一半，则最深处到水面的距离减少为原来的$\frac{1}{3}$

【答案】C

【分析】利用建立的坐标系得到抛物线上点的坐标，然后通过待定系数法求出抛物线解析式，对照选项即可．

【详解】设解析式为$y=ax^2+bx+c$，抛物线上点$A(-15,0)$，$B(15,0)$，$P(0,-5)$，带入抛物线解析式中得

$\begin{cases}0=(-15)^2a+(-15)b+c\\0=15^2a+15b+c\\-5=c\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=\frac{1}{45}\\b=0\\c=-5\end{cases}$，解析式为$y=\frac{1}{45}x^2-5$.

选项 A 中，$AB=30$，故选项 A 错误；

选项 B 中，解析式为$y=\frac{1}{45}x^2-5$，故选项 B 错误；

选项 C 中，池塘水深最深处为点$P(0,-5)$，水面CD，$y_C=\frac{1}{45}\times 12^2-5=-1.8$，所以水深最深处为点 P 到水面$CD$的距离为 3.2 米，故选项 C 正确；

选项 D 中，若池塘中水面的宽度减少为原来的一半，由抛物线关于y轴对称可知，抛物线上点横坐标± 6，带入解析式算得$y=\frac{1}{45}\times(6)^2-5=\frac{4}{5}-5=-\frac{21}{5}$，即到水面$CD$距离为$-1.8-(-\frac{21}{5})=2.4$米，而最深处到水面的距离为 3.2 米，减少为原来的$\frac{3}{4}$．故选项 D 错误．

故选 C．

【点睛】本题考查二次函数的实际应用问题，计算较为复杂，在计算时需要理清楚实际数据在坐标系中对应的位置．能够正确计算和分析实际情况是解题的关键．

10．（2023·江西赣州·统考三模）如图 1，某地大桥主桥墩结构为抛物线形，桥墩的高度和宽度分别为 40m 和 30m，若建立如图 2 所示的平面直角坐标系，则该抛物线的表达式为（　　）

图 1

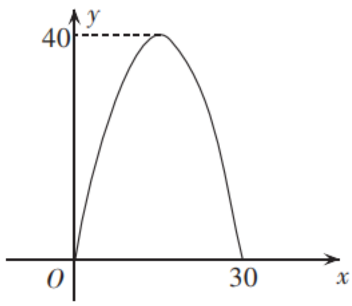


图 2

A．$y=\frac{8}{45}x^2-\frac{16}{3}x$ B．$y=30x^2-40x$　　C．$y=-\frac{8}{45}x^2+\frac{16}{3}x$　D．$y=-40x^2+30x$

【答案】C

【分析】根据抛物线与 x 轴的两个交点坐标可得抛物线的对称轴为直线$x=15$，再根据顶点坐标设解析式为$y=a(x-15)^2+40(a\neq 0)$，把$\left(0,\ 0\right)$代入求出 a，即可得到解析式．

【详解】解：由二次函数的图象可得，抛物线与 x 轴的交点坐标为$\left(0,\ 0\right)$和$\left(30,\ 0\right)$，

∴对称轴为$x=\frac{0+30}{2}=15$，

∵桥墩的高度为40m，

∴抛物线的顶点坐标为$\left(15,\ 40\right)$，

设抛物线的解析式为$y=a(x-15)^2+40(a\neq 0)$，

把$\left(0,\ 0\right)$代入上式得，$a\times 15^2+40=0$，

∴$a=-\frac{8}{45}$，

∴该抛物线的表达式为$y=-\frac{8}{45}(x-15)^2+40$，

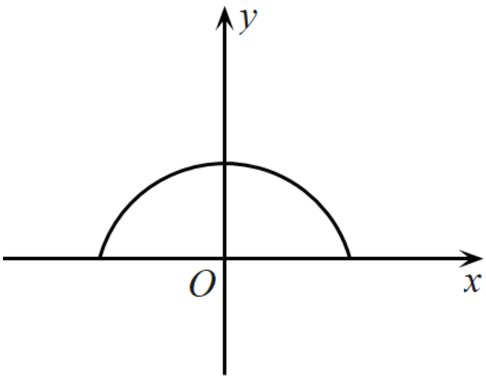
即$y=-\frac{8}{45}x^2+\frac{16}{3}x$，

故选：C．

【点睛】本题考查了二次函数的实际应用，根据函数图象反映的信息求出解析式是解题的关键．

二、填空题

11．（2023秋·全国·九年级专题练习）如图，隧道的截面是抛物线，可以用$y=-\frac{1}{8}x^2+5$表示，该隧道内设双行道，一辆货运汽车载一长方体集装箱后高为h米，宽为4米，如果要安全通过隧道，h应满足_____．



【答案】$0<h<3$

【分析】根据$y=-\frac{1}{8}x^2+5$，对称轴为y轴，根据汽车宽为4米，则当$x=4$时，$y<3$，即可．

【详解】∵$y=-\frac{1}{8}x^2+5$，汽车宽为4米，

∴当$x=4$时，$y=3$，

∴$h<3$．

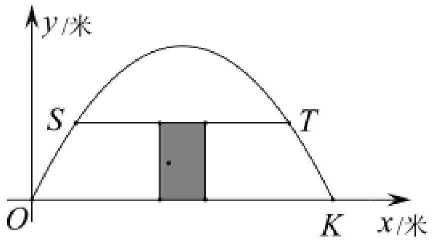
∵$0<h$，

∴$0<h<3$

故答案为：$0<h<3$．

【点睛】本题考查二次函数的知识，解题的关键是掌握二次函数的图象和性质，二次函数的对称性．

12．（2023·甘肃陇南·统考一模）有一个抛物线型蔬菜大棚，将其截面放在如图所示的平面直角坐标系中，抛物线可以用函数$y=-\frac{3}{16}x^2+bx$来表示，已知$OK=8$米．若借助横梁$ST(ST\parallel OK)$建一个门，要求门的高度为1.5米，则横梁ST的长度是________米．



【答案】$4\sqrt{2}$

【分析】先求出函数表达式，再求出点S和点T的坐标，即可求出答案．

【详解】解：$\because OK=8$，

$\therefore$点K的坐标是$\left(8,\ 0\right)$，

把$\left(8,\ 0\right)$代入$y=-\frac{3}{16}x^2+bx$得$-\frac{3}{16}\times 64+8b=0$，

解得$b=\frac{3}{2}$，

$\therefore y=-\frac{3}{16}x^2+\frac{3}{2}x$，

$\because$门的高度为1.5米，$ST\parallel OK$，

$\therefore$点S和点T的纵坐标均为1.5，

当$y=1.5$时，$-\frac{3}{16}x^2+\frac{3}{2}x=1.5$，

解得$x_1=4+2\sqrt{2}$，$x_2=4-2\sqrt{2}$，

$\therefore S\left(4-2\sqrt{2},\ 1.5\right)$

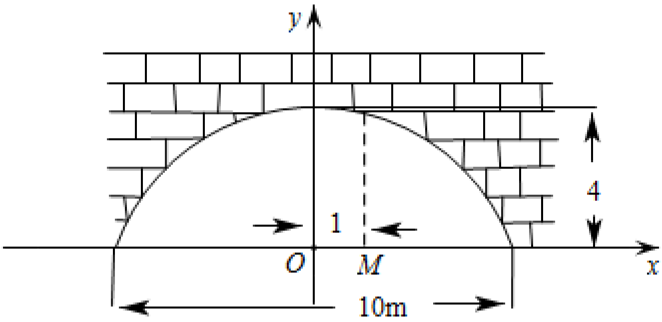
则$(4+2\sqrt{2})-(4-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$，

即横梁ST的长度是$4\sqrt{2}$米．

故答案为：$4\sqrt{2}$

【点睛】此题考查了待定系数法求二次函数解析式、求点的坐标，准确求出点S和点T的坐标是解题的关键．

13．（2023秋·九年级课前预习）如图，有一个抛物线形的拱形桥洞，桥洞离水面的最大高度为4m，跨度为10m．把它的截面边缘的图形放在如图所示的直角坐标系中，在对称轴右边1m处，桥洞离水面的高是____米．



【答案】$\frac{99}{25}$

【分析】设抛物线的解析式为$y=ax^2+4$．把（5，0）代入函数解析式求得a的值，即可求得该函数解析式，然后把$x=1$代入函数解析式，来求相应的y值即可．

【详解】依题意得，该函数的顶点坐标是（0，4）．故设该函数解析式为：$y=ax^2+4$（$a\neq0$）．

把点（5，0）代入，得$a\times5^2+4=0$，

解得：　$a=-\frac{4}{25}$，

所以该函数解析式为：$y=-\frac{4}{25}x^2+4$．

把$x=1$代入得到：$y=-\frac{4}{25}\times1^2+4=\frac{96}{25}$．

即桥洞离水面的高是 $\frac{96}{25}$米，

故答案为：$\frac{96}{25}$．

【点睛】此题考查二次函数的性质及其应用，学会用待定系数法求解抛物线解析式，设出点的坐标，根据点与抛物线的位置关系，解决实际问题．

14．（2022秋·九年级单元测试）如图，横跨永定河上的“新首钢大桥”有一段抛物线形的拱梁，抛物线的解析式为$y=ax^2+bx(a\neq0)$，小强骑自行车从拱梁一端O沿直线匀速穿过拱梁部分的桥面OC，当小强骑自行车行驶28秒时和46秒时拱梁的高度相同，则小强骑自行车通过拱梁部分的桥面OC共需____________秒．