

2024 届云南省金平县第一中学高三年级 2 月份月考数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知底面为边长为 2 的正方形，侧棱长为 1 的直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， P 是上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的动点. 给出以下四个结论中，正确的个数是（ ）

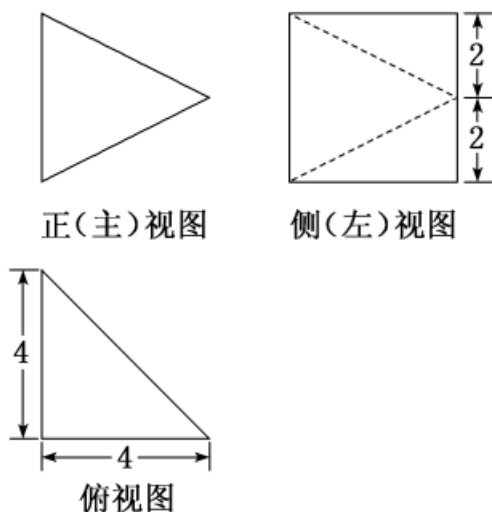
- ①与点 D 距离为 $\sqrt{3}$ 的点 P 形成一条曲线，则该曲线的长度是 $\frac{\pi}{2}$ ；
- ②若 $DP \parallel$ 面 ACB_1 ，则 DP 与面 ACC_1A_1 所成角的正切值取值范围是 $\left[\frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{2}\right]$ ；
- ③若 $DP = \sqrt{3}$ ，则 DP 在该四棱柱六个面上的正投影长度之和的最大值为 $6\sqrt{2}$ 。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 已知实数 x 、 y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ 3x-y-3 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = 2x + y$ 的最大值为（ ）

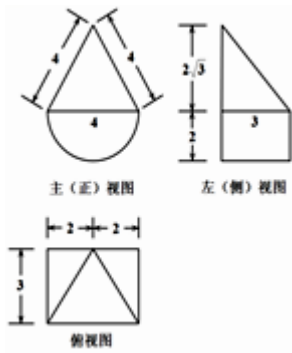
- A. -1 B. 2 C. 7 D. 8

3. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是（ ）



- A. $\frac{64}{3}$ B. 64 C. $\frac{32}{3}$ D. 32

4. 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的体积为（ ）



A. $\frac{32\sqrt{3}}{3} + 6\pi$

B. $8\sqrt{3} + 6\pi$

C. $\frac{32\sqrt{3}}{3} + \frac{16\pi}{3}$

D. $8\sqrt{3} + \frac{16\pi}{3}$

5. 在菱形 $ABCD$ 中, $AC = 4$, $BD = 2$, E , F 分别为 AB , BC 的中点, 则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} =$ ()

A. $-\frac{13}{4}$

B. $\frac{5}{4}$

C. 5

D. $\frac{15}{4}$

6. 已知集合 $A = \{x | x < 0\}$, $B = \{x | x^2 + mx - 12 = 0\}$, 若 $A \cap B = \{-2\}$, 则 $m =$ ()

A. 4

B. -4

C. 8

D. -8

7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 $2c$, 焦点到双曲线 C 的渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}c$, 则双曲线的渐近线方程为 ()

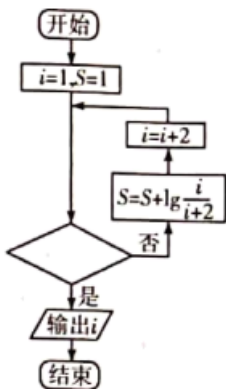
A. $y = \pm\sqrt{3}x$

B. $y = \pm\sqrt{2}x$

C. $y = \pm x$

D. $y = \pm 2x$

8. 执行如图所示的程序框图, 若输出的结果为 11, 则图中的判断条件可以为 ()



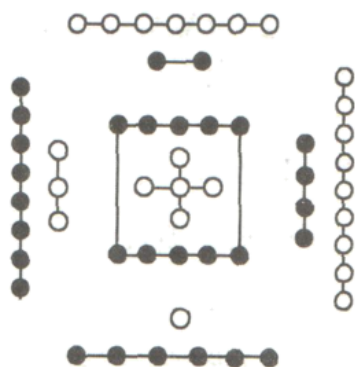
A. $S > -1?$

B. $S < 0?$

C. $S < -1?$

D. $S > 0?$

9. 《易·系辞上》有“河出图, 洛出书”之说, 河图、洛书是中华文化, 阴阳术数之源, 其中河图的排列结构是一、六在后, 二、七在前, 三、八在左, 四、九在右, 五、十背中, 如图, 白圈为阳数, 黑点为阴数, 若从阴数和阳数中各取一数, 则其差的绝对值为 5 的概率为



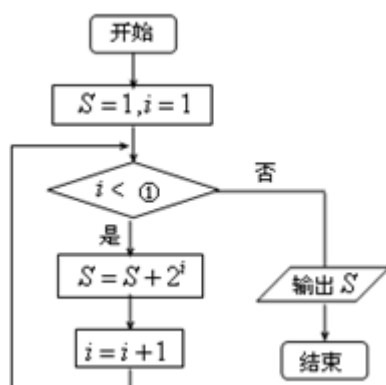
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{6}{25}$ C. $\frac{8}{25}$ D. $\frac{2}{5}$

10. 2019 年末，武汉出现新型冠状病毒肺炎（COVID-19）疫情，并快速席卷我国其他地区，传播速度很快.因这种病毒是以前从未在人体中发现的冠状病毒新毒株，所以目前没有特异治疗方法，防控难度很大.武汉市出现疫情最早，感染人员最多，防控压力最大，武汉市从 2 月 7 日起举全市之力入户上门排查确诊的新冠肺炎患者、疑似的新冠肺炎患者、无法明确排除新冠肺炎的发热患者和与确诊患者的密切接触者等“四类”人员，强化网格化管理，不落一户、不漏一人.在排查期间，一户 6 口之家被确认为“与确诊患者的密切接触者”，这种情况下医护人员要对其家庭成员随机地逐一进行“核糖核酸”检测，若出现阳性，则该家庭为“感染高危户”.设该家庭每个成员检测呈阳性的概率均为 p

$(0 < p < 1)$ 且相互独立，该家庭至少检测了 5 个人才能确定为“感染高危户”的概率为 $f(p)$ ，当 $p = p_0$ 时， $f(p)$ 最大，则 $p_0 = (\quad)$

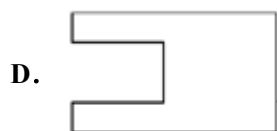
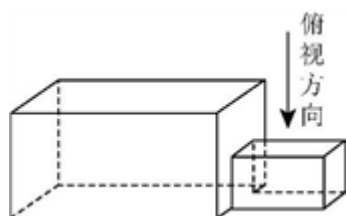
- A. $1 - \frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 阅读下侧程序框图，为使输出的数据为 31，则①处应填的数字为



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

12. 中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来，构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头．若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 设 F_1 、 F_2 分别为椭圆 $F: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右两个焦点，过 F_1 作斜率为 1 的直线，交 Γ 于 A 、 B 两点，则

$|AF_2| + |BF_2| =$ _____

14. 设 x 、 y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq a \\ x-y \leq -1 \end{cases}$ ，且 $z = x + ay$ 的最小值为 7，则 $a =$ _____.

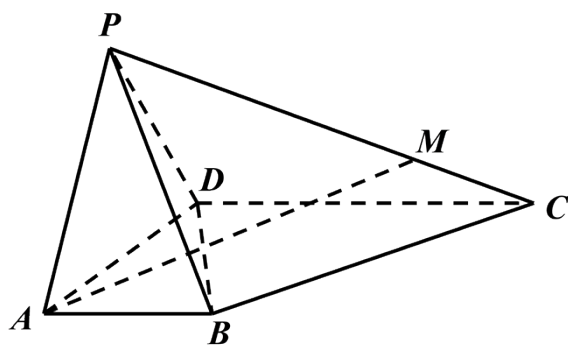
15. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x + 2019, & x \leq 0 \\ 2020, & x > 0 \end{cases}$ ，则满足 $f(x^2 - 4) > f(-3x)$ 的 x 的取值范围为 _____.

16. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点和椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点重合，直线过抛物线的焦点 F 与抛物线交于 P 、

Q 两点和椭圆交于 A 、 B 两点， M 为抛物线准线上一动点，满足 $|PF| + |MF| = 8$ ， $\angle MFP = \frac{\pi}{3}$ ，当 $\triangle MFP$ 面积最大时，直线 AB 的方程为 _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AB \perp PA$ ， $AB \parallel CD$ ， $AB = \frac{1}{2}CD$ ， $\triangle PAD$ 是等边三角形，点 M 在棱 PC 上，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ 。



(1) 求证：平面 $PCD \perp$ 平面 PAD ；

- (2) 若 $AB = AD$ ，求直线 AM 与平面 PBC 所成角的正弦值的最大值；
- (3) 设直线 AM 与平面 PBD 相交于点 N ，若 $\frac{AN}{AM} = \frac{PM}{PC}$ ，求 $\frac{AN}{AM}$ 的值.

18. (12 分) 已知 $f(x) = e^x - mx$.

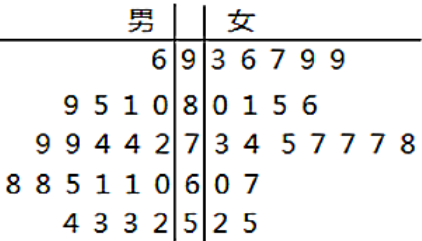
- (1) 若曲线 $y = \ln x$ 在点 $(e^2, 2)$ 处的切线也与曲线 $y = f(x)$ 相切，求实数 m 的值；
- (2) 试讨论函数 $f(x)$ 零点的个数.

19. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，点 M 在椭圆 C 上且

$MF_2 \perp x$ 轴，直线 MF_1 交 y 轴于 H 点， $OH = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程；
- (2) 过 F_1 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点，且满足 $|\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{OB}|$ ，求 $\triangle ABO$ 的面积.

20. (12 分) 为了响应国家号召，促进垃圾分类，某校组织了高三年级学生参与了“垃圾分类，从我做起”的知识问卷作答随机抽出男女各 20 名同学的问卷进行打分，作出如图所示的茎叶图，成绩大于 70 分的为“合格”.



(Ⅰ) 由以上数据绘制成 2×2 联表，是否有 95% 以上的把握认为“性别”与“问卷结果”有关？

	男	女	总计
合格			
不合格			
总计			

(Ⅱ) 从上述样本中，成绩在 60 分以下（不含 60 分）的男女学生问卷中任意选 2 个，记来自男生的个数为 X ，求 X 的分布列及数学期望.

附：

$P(k^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
-------------------	-------	-------	-------	-------

k_0	2.706	3.841	6.635	10.828
-------	-------	-------	-------	--------

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \quad n = a+b+c+d$$

21. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $P(1,0)$, 若以线段 PQ 为直径的圆与 y 轴相切.

(1) 求点 Q 的轨迹 C 的方程;

(2) 若 C 上存在两动点 A, B (A, B 在 x 轴异侧) 满足 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 32$, 且 $\triangle PAB$ 的周长为 $2|AB| + 2$, 求 $|AB|$ 的值.

22. (10 分) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 下顶点为 A , 椭圆 C 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\triangle AF_1F_2$ 的面积是 $\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 直线 l 与椭圆 C 交于 B, D 两点 (异于 A 点), 若直线 AB 与直线 AD 的斜率之和为 1, 证明: 直线 l 恒过定点, 并求出该定点的坐标.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

①与点 D 距离为 $\sqrt{3}$ 的点 P 形成以 D_1 为圆心, 半径为 $\sqrt{2}$ 的 $\frac{1}{4}$ 圆弧 MN , 利用弧长公式, 可得结论; ②当 P 在 A_1

(或 C_1) 时, DP 与面 ACC_1A_1 所成角 $\angle DA_1O$ (或 $\angle DC_1O$) 的正切值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 最小, 当 P 在 O_1 时, DP 与面 ACC_1A_1 所

成角 $\angle DO_1O$ 的正切值为 $\sqrt{2}$ 最大, 可得正切值取值范围是 $[\frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{2}]$; ③设 $P(x, y, 1)$, 则 $x^2 + y^2 + 1 = 3$, 即

$x^2 + y^2 = 2$, 可得 DP 在前后、左右、上下面上的正投影长, 即可求出六个面上的正投影长度之和.

【详解】

如图:

①错误，因为 $D_1P = \sqrt{DP^2 - DD_1^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{2}$ ，与点 D 距离为 $\sqrt{3}$ 的点 P 形成以 D_1 为圆心，半径为 $\sqrt{2}$ 的 $\frac{1}{4}$ 圆弧 MN ，长度为 $\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ ；

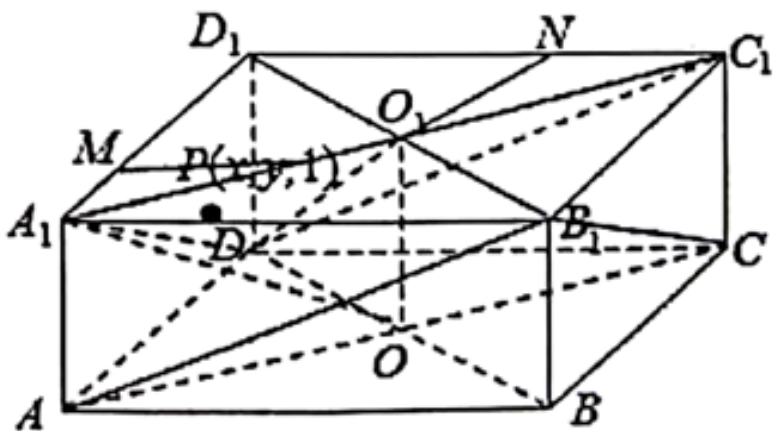
②正确，因为面 $A_1DC_1 \parallel$ 面 ACB_1 ，所以点 P 必须在面对角线 A_1C_1 上运动，当 P 在 A_1 （或 C_1 ）时， DP 与面 ACC_1A_1 所成角 $\angle DA_1O$ （或 $\angle DC_1O$ ）的正切值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 最小（ O 为下底面面对角线的交点），当 P 在 O_1 时， DP 与面 ACC_1A_1

所成角 $\angle DO_1O$ 的正切值为 $\sqrt{2}$ 最大，所以正切值取值范围是 $\left[\frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{2}\right]$ ；

③正确，设 $P(x, y, 1)$ ，则 $x^2 + y^2 + 1 = 3$ ，即 $x^2 + y^2 = 2$ ， DP 在前后、左右、上下面上的正投影长分别为 $\sqrt{y^2 + 1}$ ， $\sqrt{x^2 + 1}$ ， $\sqrt{x^2 + y^2}$ ，所以六个面上的正投影长度之

$$2(\sqrt{y^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2}) \leq 2\left(2\sqrt{\frac{y^2 + 1 + x^2 + 1}{2}} + \sqrt{2}\right) = 6\sqrt{2}，当且仅当 P 在 O_1 时取等号。$$

故选：C。



【点睛】

本题以命题的真假判断为载体，考查了轨迹问题、线面角、正投影等知识点，综合性强，属于难题。

2、C

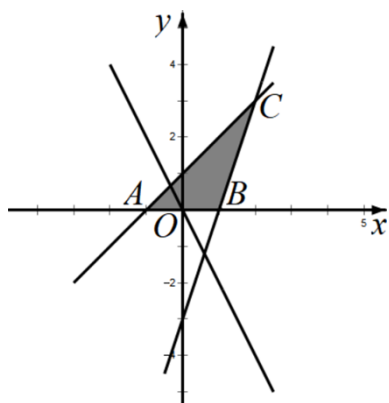
【解析】

作出不等式组表示的平面区域，作出目标函数对应的直线，结合图象知当直线过点 C 时， z 取得最大值。

【详解】

解：作出约束条件表示的可行域是以 $(-1, 0)$ ， $(1, 0)$ ， $(2, 3)$ 为顶点的三角形及其内部，如下图所示：

当目标函数经过点 $C(2, 3)$ 时， z 取得最大值，最大值为 7。



故选：C.

【点睛】

本题主要考查线性规划等基础知识；考查运算求解能力，数形结合思想，应用意识,属于中档题.

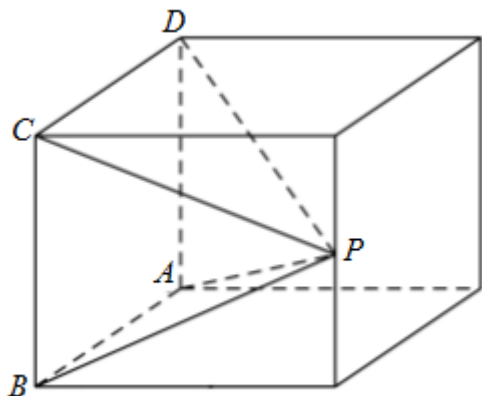
3、A

【解析】

根据三视图，还原空间几何体，即可得该几何体的体积.

【详解】

由该几何体的三视图，还原空间几何体如下图所示：



可知该几何体是底面在左侧的四棱锥，其底面是边长为 4 的正方形，高为 4，

$$\text{故 } V = \frac{1}{3} \times (4 \times 4) \times 4 = \frac{64}{3}.$$

故选：A

【点睛】

本题考查了三视图的简单应用，由三视图还原空间几何体，棱锥体积的求法，属于基础题.

4、B

【解析】

还原几何体可知原几何体为半个圆柱和一个四棱锥组成的组合体，分别求解两个部分的体积，加和得到结果.

【详解】

由三视图还原可知，原几何体下半部分为半个圆柱，上半部分为一个四棱锥

$$\text{半个圆柱体积为: } V_1 = \frac{1}{2} \pi r^2 h = \frac{1}{2} \pi \times 2^2 \times 3 = 6\pi$$

$$\text{四棱锥体积为: } V_2 = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 4 \times 3 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\text{原几何体体积为: } V = V_1 + V_2 = 8\sqrt{3} + 6\pi$$

本题正确选项: B

【点睛】

本题考查三视图的还原、组合体体积的求解问题，关键在于能够准确还原几何体，从而分别求解各部分的体积.

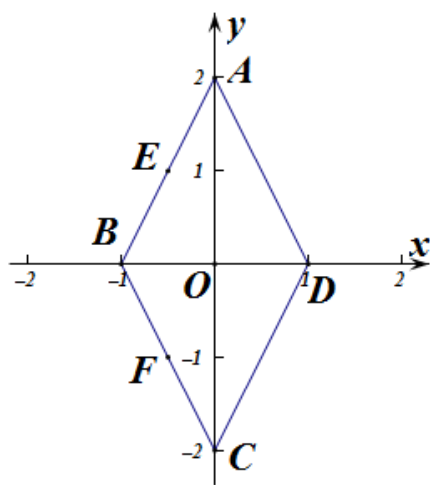
5、B

【解析】

据题意以菱形对角线交点 O 为坐标原点建立平面直角坐标系，用坐标表示出 $\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DF}$ ，再根据坐标形式下向量的数量积运算计算出结果.

【详解】

设 AC 与 BD 交于点 O ，以 O 为原点， $\overrightarrow{BD}$ 的方向为 x 轴， $\overrightarrow{CA}$ 的方向为 y 轴，建立直角坐标系，



$$\text{则 } E\left(-\frac{1}{2}, 1\right), F\left(-\frac{1}{2}, -1\right), D(1, 0), \overrightarrow{DE} = \left(-\frac{3}{2}, 1\right), \overrightarrow{DF} = \left(-\frac{3}{2}, -1\right),$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}.$$

故选: B.

【点睛】

本题考查建立平面直角坐标系解决向量的数量积问题，难度一般.长方形、正方形、菱形中的向量数量积问题，如果直接计算较麻烦可考虑用建系的方法求解.

6、B

【解析】

根据交集的定义， $A \cap B = \{-2\}$ ，可知 $-2 \in B$ ，代入计算即可求出 m 。

【详解】

由 $A \cap B = \{-2\}$ ，可知 $-2 \in B$ ，

又因为 $B = \{x \mid x^2 + mx - 12 = 0\}$ ，

所以 $x = -2$ 时， $(-2)^2 - 2m - 12 = 0$ ，

解得 $m = -4$ 。

故选：B。

【点睛】

本题考查交集的概念，属于基础题。

7、A

【解析】

利用双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦点到渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}c$ ，求出 a, b 的关系式，然后求解双曲线的渐近线方程。

【详解】

双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦点 $(c, 0)$ 到渐近线 $bx + ay = 0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}c$ ，

可得： $\frac{bc}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$ ，可得 $\frac{b}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\frac{b}{a} = \sqrt{3}$ ，则 C 的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{3}x$ 。

故选 A。

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质的应用，构建出 a, b 的关系是解题的关键，考查计算能力，属于中档题。

8、B

【解析】

根据程序框图知当 $i = 11$ 时，循环终止，此时 $S = 1 - \lg 11 < 0$ ，即可得答案。

【详解】

$i=1, S=1$.运行第一次, $S=1+\lg\frac{1}{3}=1-\lg 3>0, i=3$, 不成立, 运行第二次,

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}=1-\lg 5>0, i=5$, 不成立, 运行第三次,

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}+\lg\frac{5}{7}=1-\lg 7>0, i=7$, 不成立, 运行第四次,

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}+\lg\frac{5}{7}+\lg\frac{7}{9}=1-\lg 9>0, i=9$, 不成立, 运行第五次,

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}+\lg\frac{5}{7}+\lg\frac{7}{9}+\lg\frac{9}{11}=1-\lg 11<0, i=11$, 成立,

输出 i 的值为 11, 结束.

故选: B.

【点睛】

本题考查补充程序框图判断框的条件, 考查函数与方程思想、转化与化归思想, 考查逻辑推理能力和运算求解能力, 求解时注意模拟程序一步一步执行的求解策略.

9、A

【解析】

阳数: 1, 3, 5, 7, 9, 阴数: 2, 4, 6, 8, 10, 然后分析阴数和阳数差的绝对值为 5 的情况数, 最后计算相应概率.

【详解】

因为阳数: 1, 3, 5, 7, 9, 阴数: 2, 4, 6, 8, 10, 所以从阴数和阳数中各取一数差的绝对值有: $5 \times 5 = 25$ 个, 满足差的绝对值为 5 的有: $(1, 6), (3, 8), (5, 10), (7, 2), (9, 4)$ 共 5 个, 则 $P = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.

故选: A.

【点睛】

本题考查实际背景下古典概型的计算, 难度一般. 古典概型的概率计算公式: $P = \frac{\text{目标事件的个数}}{\text{基本本事件的总个数}}$.

10、A

【解析】

根据题意分别求出事件 A: 检测 5 个人确定为“感染高危户”发生的概率和事件 B: 检测 6 个人确定为“感染高危户”发生的概率, 即可得出 $f(p)$ 的表达式, 再根据基本不等式即可求出.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/538047036040006117>