绝密★启用前

重点高中提前招生模拟考试数学试卷（5）

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

注意事项:

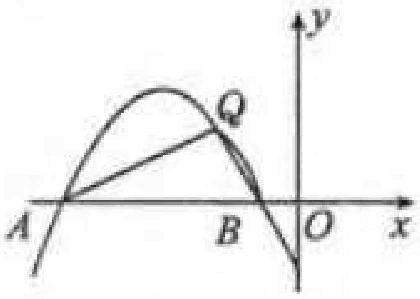
1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息　　2．请将答案正确填写在答题卡上

第Ⅰ卷（选择题）

请点击修改第Ⅰ卷的文字说明

一．选择题（共 10 小题，每题 4 分）

1．如图所示，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴负半轴相交于 A、B 两点，Q（n，$\frac{1}{2}$）是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象上一点，且 AQ⊥BQ，则 a 的值为（　　）



A．$-\frac{1}{3}$ B．$-\frac{1}{2}$ C．－1 D．－2

2．在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=3，BC=4．若以 1 为半径的圆在△ABC 所在平面上运动，则这个圆与△ABC 的三条边的公共点最多有（　　）

A．2 个 B．3 个 C．4 个 D．5 个

3．已知函数 $y=\sqrt{3}x+1$ 的图象为直线 l，点 P（2，1），则点 P 到直线 l 的距离为（　　）

A．2　B．1　C．$\sqrt{3}$ D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

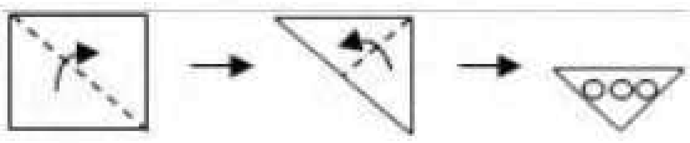
4．方程组 $\begin{cases}|x|+y=12\\x+|y|=6\end{cases}$ 的解的个数为（　　）

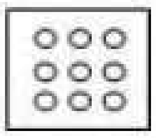
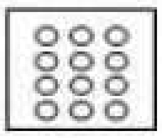
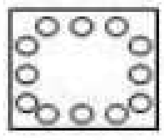
A．1　B．2　C．3　D．4

5．对于一个正整数 n，若能找到正整数 a，b 使得 n=a+b+ab，则称 n 为一个"好数"，例如：3=1+1+1×1，则 3 就是一个"好数"，那么从 1 到 20 这 20 个正整数中"好数"有（　　）

A．8 个 B．10 个　C．12 个　D．13 个

6．如图所示，将一张正方形纸片对折两次，然后在上面打 3 个洞，则纸片展开后是（　　）

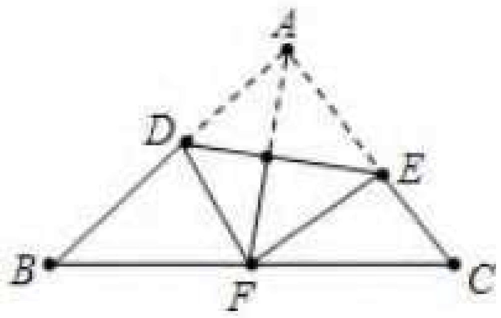


A.  B.  C.  D. 

7．一艘轮船从河的上游甲港顺流到达下游的丙港，然后调头逆流向上到达中游的乙港，共用了 12 小时．已知这条轮船的顺流速度是逆流速度的 2 倍，水流速度是每小时 2 千米，从甲港到乙港相距 18 千米，则甲、丙两港间的距离为（　　）

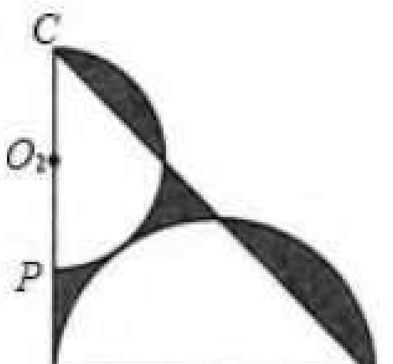
A．44 千米 B．48 千米 C．30 千米 D．36 千米

8．如图，将△ABC沿 DE 折叠，使点 A 与 BC边的中点 F 重合，下列结论中：① EF∥AB 且 $EF=\frac{1}{2}AB$；②∠BAF=∠CAF；③$S_{四边形ADFE}=\frac{1}{2}AF\cdot DE$；④∠BDF+∠FEC=2∠BAC，正确的个数是（　　）



A．1　B．2　C．3　D．4

9．如图，△ABC是直角边长为 2 的等腰直角三角形，直角边 AB 是半圆 O_1 的直径，半圆 O_2 过 C 点且与半圆 O_1 相切，则图中阴影部分的面积是（　　）



A．$\frac{7-\pi}{9}$　B．$\frac{5-\pi}{9}$　C．$\frac{7}{9}$　D．$\frac{5}{9}$

10．若方程 $x^2+x-1=0$ 的二根为 α、β，则 $\alpha^2+2\beta^2+\beta$ 的值为（　　）

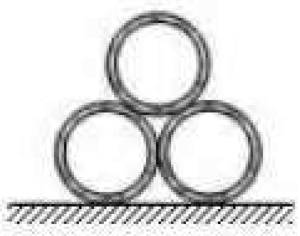
A．1　B．4　C．2　D．0.5

第Ⅱ卷（非选择题）

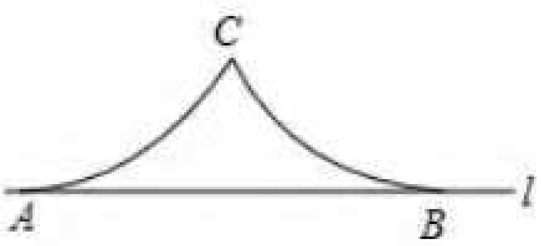
请点击修改第Ⅱ卷的文字说明

二．填空题（共 **10** 小题）

11．如图，施工工地的水平地面上，有三根外径都是 1 米的水泥管，两两相切地堆放在一起，则其最高点到地面的距离是 ______．



12．如图，A，B 是直线 l 上的两点，且 AB=2，两个半径相等的动圆分别与 l 相切于 A，B 点，C 是这两个圆的公共点，则圆弧 AC，CB 与线段 AB 所围成图形面积 S 的最大值是 ______．



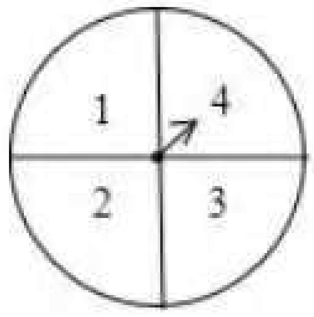
13．a、b 为实数，且满足 $ab+a+b-8=0$，$a^2b+ab^2-15=0$，则 $(a-b)^2=$______．

14．在平面直角坐标系中，横坐标与纵坐标都是整数的点（x，y）称为整点，如果将二次函数 $y=-x^2+6x-5$ 的图象与 x 轴所围成的封闭图形染成红色，则此红色区域内部及其边界上整点个数有 ______个．

15．三个（不一定各不相同）正整数的和等于 100，将它们两两相减（大的减去小的）可得三个差数，则这三个差数的和的最大可能值为 ______．

16．一次函数 $y=\frac{1}{2}x+m$ 和 $y=nx-4$ 都过点 A（$-\frac{12}{5}$，$\frac{4}{5}$），且与 y 轴分别交于 B、C 两点，则△ABC面积 S=______．

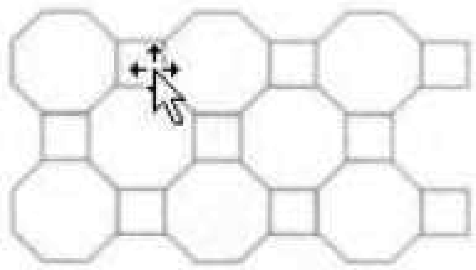
17．如图，把一个转盘分成四等份，依次标上数字 1、2、3、4．若连续自由转动转盘两次，指针指向的数字分别记作 a、b 作为点 A 的横、纵坐标，则点 A（a，b）在函数 y=2x的图象上的概率为 ______．



18．关于 x 的方程 $|x^2-2x-3|=a$ 有且仅有两个实数根，则实数 a 的取值范围是_______．

19．若关于 x 的方程（$1-m^2$）$x^2+2mx-1=0$ 的所有根都是比 1 小的正实数，则实数 m 的取值范围是_______．

20．王老师家准备用边长相等的正四边形和正八边形的地面砖铺客厅，铺设图案如图所示．购买这两种正多边形地砖的数量之比约为_______．



三．解答题（共 **15** 小题）

21．按照某学者的理论，假设一个生产某产品单件成本为 a 元，如果他卖出该产品的单价为 m 元，则他的满意度为 $\frac{m}{m+a}$；如果他买进该产品的单价为 n 元，则他的满意度为 $\frac{a}{n+a}$．如果一个人对两种交易（卖出或买进）的满意度分别为 h_1 和 h_2，则他对这两种交易的综合满意度为 $\sqrt{h_1h_2}$．现假设甲生产 A、B 两种产品的单件成本分别为 12 元和 8 元，设产品 A、B 的单价分别为 m_A 元和 m_B 元，甲买进 A 与卖出 B 的综合满意度为 h．

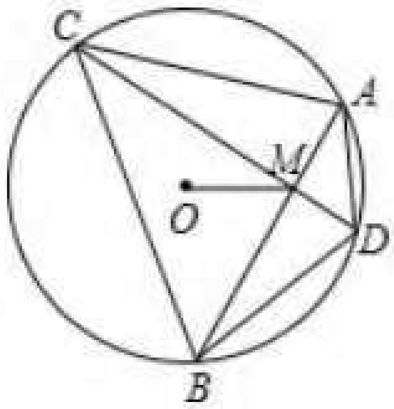
（1）求 h 关于 m_A、m_B 的表达式；

（2）设 $m_A=3m_B$，求甲的综合满意度 h 的最大值（当 a、b 均为正数时，可以使用公式 $a+b\geqslant2\sqrt{ab}$）．

22．如图，已知圆 O 的圆心为 O，半径为 3，点 M 为圆 O 内的一个定点，$OM=\sqrt{5}$，AB、CD 是圆 O 的两条相互垂直的弦，垂足为 M．

（1）当 AB=4 时，求四边形 ADBC 的面积；

（2）当 AB 变化时，求四边形 ADBC 的面积的最大值．

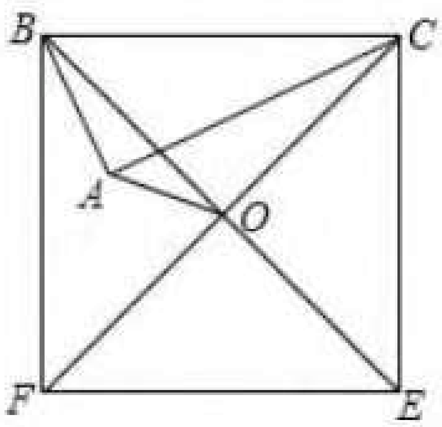


23．如图，正方形 BCEF的中心为 O，△CBO的外接圆上有一点 A（A、O在 BC同侧，A、C在 BO异侧），且 AB=$2\sqrt{2}$，AO=4．

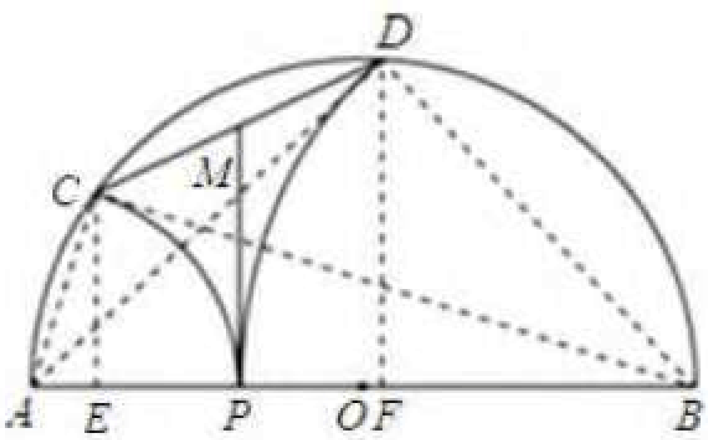
（1）求∠CAO的值；

（2）求 tan∠ACB的值；

（3）求正方形 BCEF的面积．



24．已知 AB为半圆 O的直径，点 P为直径 AB上的任意一点．以点 A为圆心，AP为半径作⊙A，⊙A与半圆 O相交于点 C；以点 B为圆心，BP为半径作⊙B，⊙B与半圆 O相交于点 D，且线段 CD的中点为 M．求证：MP分别与⊙A和⊙B相切．



25．某校研究性学习小组在研究有关反比例函及其图象性质的问题，时发现了三个重要结论．已知：A是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k为非零常数）的图象上的一动点．

（1）如图 1过动点 A作 AM⊥x轴，AN⊥y轴，垂足分别为 M、N，求证：矩形 OMAN的面积是定值；

（2）如图 2，过动点 A且与双曲线有唯一公共点 A的直线 l与 x轴交于点 C，y轴交于点 D，求证：△OCD的面积是定值；

（3）如图 3，若过动点 A 的直线与双曲线交于另一点 B，与 x 轴交于点 C，与 y 轴交于点 D．求证：AD=BC．（任选一种证明）

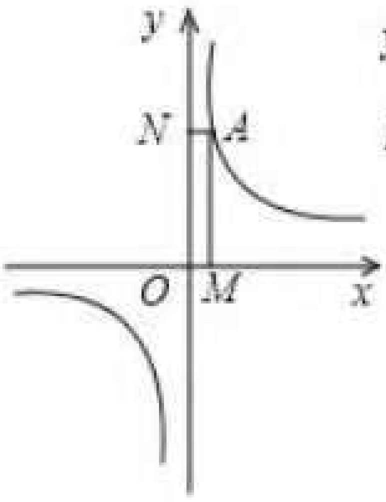


图1

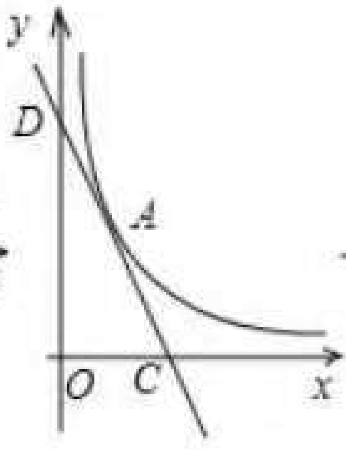


图 2

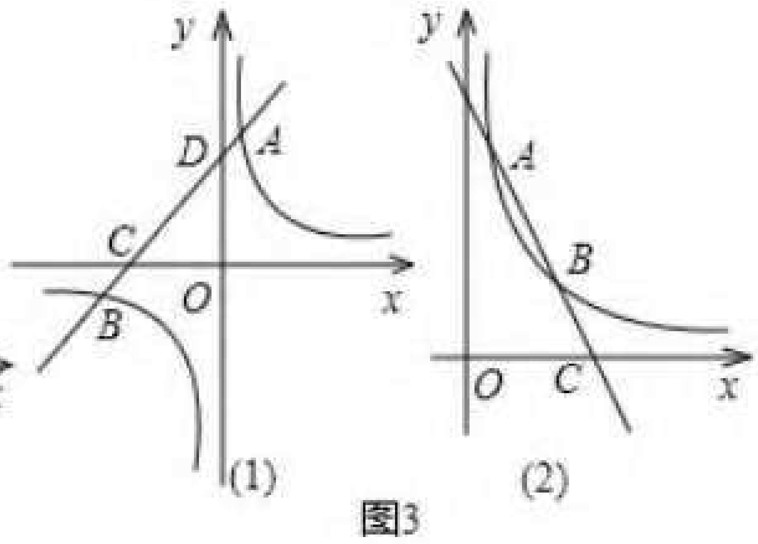


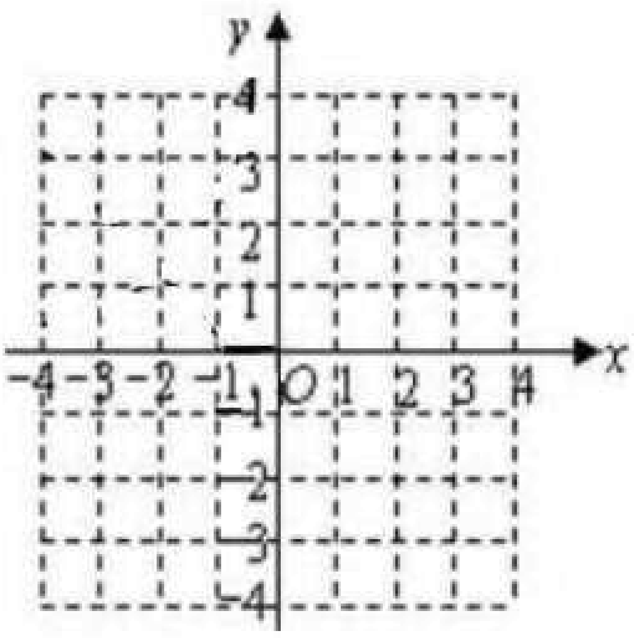
图3

26．已知，关于 x 的一元二次方程 $x^2-(a-4)x-a+3=0$（$a<0$）．

（1）求证：方程一定有两个不相等的实数根；

（2）设方程的两个实数根分别为 x_1，x_2（其中 $x_1<x_2$），若 y 是关于 a 的函数，且 $y=\frac{2x_2}{3+x_1}$，求这个函数的解析式；

（3）在（2）的条件下，利用函数图象，求关于 a 的方程 $y+a+1=0$ 的解．

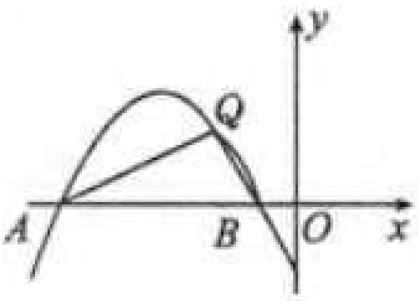


重点高中提前招生模拟考试数学试卷（5）

参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题）

1．如图所示，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴负半轴相交于 A、B 两点，Q（n，$\frac{1}{2}$）是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象上一点，且 AQ⊥BQ，则 a 的值为（　　）



A．$-\frac{1}{3}$ B．$-\frac{1}{2}$ C．－1 D．－2

【考点】HF：二次函数综合题．

【分析】由勾股定理，及根与系数的关系可得．

【解答】解：过点 Q 作 QC⊥AB 于点 C，

∵AQ⊥BQ

∴$AC^2+QC^2+CB^2+QC^2=AB^2$，

设 $ax^2+bx+c=0$ 的两根分别为 x_1 与 x_2，

依题意有 $(x_1-n)^2+\frac{1}{4}+(x_2-n)^2+\frac{1}{4}=(x_1-x_2)^2$，

化简得：$n^2-n(x_1+x_2)+\frac{1}{4}+x_1x_2=0$．

有 $n^2+\frac{b}{a}n+\frac{1}{4}+\frac{c}{a}=0$，

∴$an^2+bn+c=-\frac{1}{4}a$．

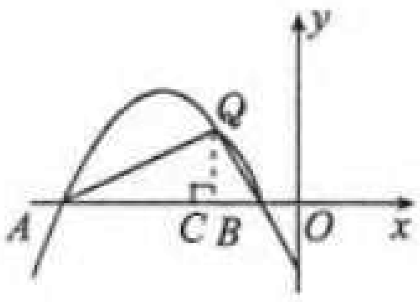
∵（n，$\frac{1}{2}$）是图象上的一点，

∴$an^2+bn+c=\frac{1}{2}$，

∴$-\frac{1}{4}a=\frac{1}{2}$，

∴a=－2．

故选：D．



【点评】本题是一道二次函数的综合试题，考查了二次函数的性质和图象，解题的关键是注意数形结合思想.

2．在 Rt△ABC中，∠C=90°，AC=3，BC=4．若以 1 为半径的圆在△ ABC所在平面上运动，则这个圆与△ ABC的三条边的公共点最多有（　　）

A．2 个 B．3 个 C．4 个 D．5 个

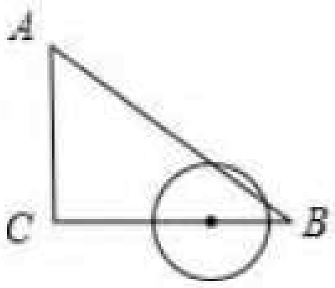
【考点】 MB：直线与圆的位置关系.

【分析】根据已知画出正确图形，进而得出圆与△ ABC的三条边的公共点的个数.

【解答】 解：如图所示：

以 1 为半径的圆在△ ABC所在平面上运动，则这个圆与△ ABC的三条边的公共点最多有 4 个，

故选：C.



【点评】此题主要考查了直线与圆的位置关系，能够根据已知画出正确图形是解题关键.

3．已知函数 $y=\sqrt{3}x+1$ 的图象为直线 l，点 P（2，1），则点 P 到直线 l 的距离为（　　）

A．2　B．1　C．$\sqrt{3}$　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考点】 FI：一次函数综合题.

【分析】 利用点到直线的距离公式即可求解.

【解答】 解：$y=\sqrt{3}x+1$ 即 $\sqrt{3}x-y+1=0$

则点 P 到直线的距离是：$\frac{2\sqrt{3}-1+1}{\sqrt{3+1}}=\sqrt{3}$.

故选：C.

【点评】本题考查了点到直线的距离公式，正确记忆公式是关键.

4．方程组$\begin{cases}|x|+y=12\\x+|y|=6\end{cases}$的解的个数为（　　）

A．1　B．2　C．3　D．4

【考点】15：绝对值；98：解二元一次方程组.

【分析】由于 x、y 的符号不确定，因此本题要分情况讨论.

【解答】解：当 x≥0，y≤0 时，原方程组可化为：$\begin{cases}x+y=12\\x-y=6\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=9\\y=3\end{cases}$；

由于 y≤0，所以此种情况不成立.

当 x≤0，y≥0 时，原方程组可化为：$\begin{cases}y-x=12\\x+y=6\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-3\\y=9\end{cases}$.

当 x≥0，y≥0 时，$\begin{cases}x+y=12\\x+y=6\end{cases}$，无解；

当 x≤0，y≤0 时，$\begin{cases}y-x=12\\x-y=6\end{cases}$，无解；

因此原方程组的解为：$\begin{cases}x=-3\\y=9\end{cases}$.

故选：A.

【点评】在解含有绝对值的二元一次方程组时，要分类讨论，不可漏解.

5．对于一个正整数 n，若能找到正整数 a，b 使得 n=a+b+ab，则称 n 为一个“好数”，例如：3=1+1+1×1，则 3 就是一个“好数”，那么从 1 到 20 这 20 个正整数中“好数”有（　　）

A．8 个 B．10 个　C．12 个　D．13 个

【考点】#B：整数问题的综合运用.

【分析】由 n=a+b+ab，可变形为 n+1=（a+1）（b+1），所以，只要 n+1 是合数，n 就是好数.

【解答】解：由 n=a+b+ab，得，

n+1=（a+1）（b+1），

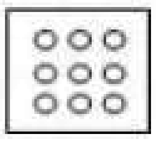
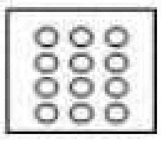
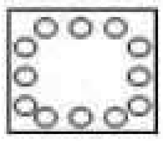
所以，只要 n+1 是合数，n 就是好数，

20 以内的好数有：3、5、7、8、9、11、13、14、15、17、19、20；

故选：C.

【点评】本题考查了整数问题，由原式变形，可得出 n+1 数的性质，利用 n 与 n+1 的关系，可解答本题.

6．如图所示，将一张正方形纸片对折两次，然后在上面打 3 个洞，则纸片展开后是（　　）

A.  B.  C.  D. 

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】结合空间思维，分析折叠的过程及打孔的位置，易知展开的形状.

【解答】解：当正方形纸片两次沿对角线对折成为一直角三角形时，在平行于斜边的位置上打 3 个洞，则直角顶点处完好，即原正方形中间无损，且有 12 个洞.

故选：D.

【点评】本题主要考查学生抽象思维能力，错误的主要原因是空间观念以及转化的能力不强，缺乏逻辑推理能力，需要在平时生活中多加培养.

7．一艘轮船从河的上游甲港顺流到达下游的丙港，然后调头逆流向上到达中游的乙港，共用了 12 小时．已知这条轮船的顺流速度是逆流速度的 2 倍，水流速度是每小时 2 千米，从甲港到乙港相距 18 千米，则甲、丙两港间的距离为（　　）

A．44 千米 B．48 千米 C．30 千米 D．36 千米

【考点】8A：一元一次方程的应用.

【分析】设船在静水中的速度为 x 千米/小时，则可得出 $x+2=2(x-2)$ 从而得出船在静水中的速度，然后设甲乙两地相距 y 千米，根据来回公用 12 小时可得出方程，解出即可.

【解答】解：设船在静水中的速度为 x 千米/小时，

由题意得：$x+2=2(x-2)$，

解得：$x=6$ 千米/小时；则可得顺流时的速度为 8 千米/小时，逆流时的速度为 4

千米/小时，

设乙两地相距 y 千米，

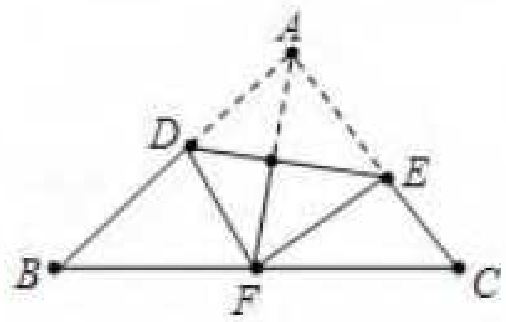
则$\frac{18+y}{8}+\frac{y}{4}=12$，

解得：y=26，y+18=44，即甲、丙两港间的距离为 44千米．

故选：A．

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，属于航行问题，根据题意求出船在静水中的速度是解答本题的关键，另外要掌握船航行时间的表示方法．

8．如图，将△ABC沿DE折叠，使点A与BC边的中点F重合，下列结论中：①EF∥AB且$EF=\frac{1}{2}AB$；②∠BAF=∠CAF；③$S_{四边形ADFE}=\frac{1}{2}AF?DE$；④∠BDF+∠FEC=2∠BAC，正确的个数是（　　）



A．1　B．2　C．3　D．4

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）．

【分析】根据对折的性质可得 AE=EF，∠DAF=∠DFA，∠EAF=∠AFE，∠BAC=∠DFE，据此和已知条件判断图中的相等关系．

【解答】解：①由题意得 AE=EF，BF=FC，但并不能说明 AE=EC，∴不能说明 EF是△ABC的中位线，故①错；

②题中没有说 AB=AC，那么中线 AF也就不可能是顶角的平分线，故②错；

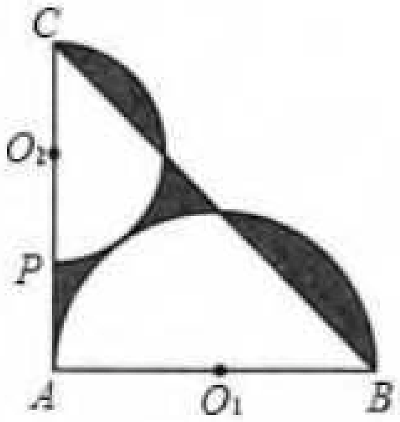
③易知 A，F关于 D，E对称．那么四边形 ADFE是对角线互相垂直的四边形，那么面积等于对角线积的一半，故③对；

④∠BDF=∠BAF+∠DFA，∠FEC=∠EAF+∠AFE，∴∠BDF+∠FEC=∠BAC+∠DFE=2∠BAC，故④对．

正确的有两个，故选 B．

【点评】翻折前后对应线段相等，对应角相等．

9．如图，△ABC是直角边长为 2 的等腰直角三角形，直角边 AB 是半圆 O_1 的直径，半圆 O_2 过 C 点且与半圆 O_1 相切，则图中阴影部分的面积是（　　）



A．$\frac{7-\pi}{9}$　B．$\frac{5-\pi}{9}$　C．$\frac{7}{9}$　D．$\frac{5}{9}$

【考点】@2：面积及等积变换．

【分析】首先作出图形，由等腰直角三角形性质可知 $S_2=S_6$，$S_1=S_5$，所以 $S_{阴}=S_{直角梯形DEAP}$，设 PA=x，$CO_2=y$，利用勾股定理求出 y 的值，进而求出阴影的面积．

【解答】解：如图，

由等腰直角三角形性质可知 $S_2=S_6$，$S_1=S_5$，

所以 $S_{阴}=S_{直角梯形DEAP}$，设 PA=x，$CO_2=y$，

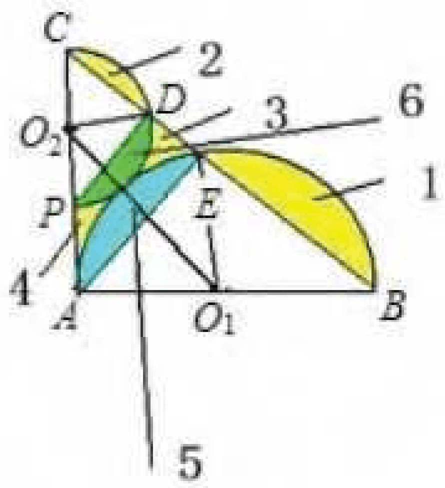
x+2y=2，x=2﹣2y，

连接 O_1O_2，$(x+y)^2+1=(y+1)^2$，

解得 $y=\frac{2}{3}$，

$S_{阴}=\frac{1}{2}\times 2\times 2-\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}-2\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{5}{9}$．

故选：D．



【点评】本题主要考查面积及等积变换的知识点，解答本题的关键是熟练掌握等腰直角三角形的性质和勾股定理的应用，此题难度不大．

10．若方程 $x^2+x-1=0$ 的二根为 α、β，则 $\alpha^2+2\beta^2+\beta$ 的值为（　　）

A．1　B．4　C．2　D．0.5

【考点】AB：根与系数的关系．

【分析】根据根与系数的关系得到：$\alpha+\beta=-1$，$\alpha?\beta=1$，再根据方程解的定义得到 $\alpha^2+\alpha-1=0$，$\beta^2+\beta-1=0$，即 $\alpha^2=-\alpha+1$，$\beta^2=-\beta+1$，然后代入 $\alpha^2+2\beta^2+\beta$，即可得到 $\alpha^2+2\beta^2+\beta=-(\alpha+\beta)+3=1+3=4$．

【解答】解：根据根与系数的关系得到：$\alpha+\beta=-1$，$\alpha?\beta=1$，

∵ α、β是方程 $x^2+x-1=0$ 的二根，

∴ $\alpha^2+\alpha-1=0$，$\beta^2+\beta-1=0$，

∴ $\alpha^2=-\alpha+1$，$\beta^2=-\beta+1$，

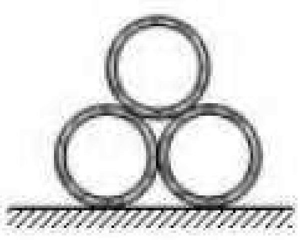
∴ $\alpha^2+2\beta^2+\beta=-(\alpha+\beta)+3=1+3=4$．

故选：B．

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根与系数的关系：若方程的两根为 x_1，x_2，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1?x_2=\frac{c}{a}$．也考查了方程解的定义．

三．填空题（共 10 小题）

11．如图，施工工地的水平地面上，有三根外径都是 1 米的水泥管，两两相切地堆放在一起，则其最高点到地面的距离是 ____（$1+\frac{\sqrt{3}}{2}$）米____．



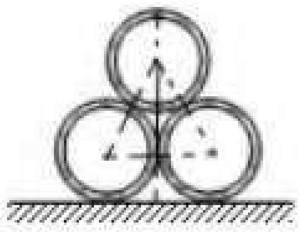
【考点】MK：相切两圆的性质；T7：解直角三角形．

【分析】最高点到地面的距离是两条半径之和 +以圆心为顶点的等边三角形的高．

【解答】解：连接各圆心可得到边长为 1 的等边三角形，

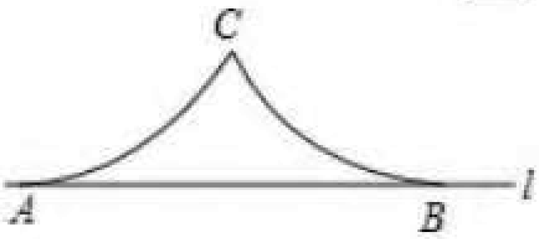
此等边三角形的高为 $1\times\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

那么其最高点到地面的距离 $=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$米．



【点评】解决本题需得到最高点到地面的距离的表达式，　需注意外径指的是外直径．

12．如图，A，B 是直线 l 上的两点，且 AB=2，两个半径相等的动圆分别与 l 相切于 A，B 点，C 是这两个圆的公共点，则圆弧 AC，CB 与线段 AB 所围成图形面积 S 的最大值是 $\underline{\quad 2-\frac{\pi}{2} \quad}$．



【考点】@2：面积及等积变换．

【分析】先判断出当 r=1 时两圆外切，再根据切线的性质可知四边形 ABEF 是长方形，由 $S_{最大}=S_{长方形\ ABEF}-S_{扇形\ ACF}-S_{扇形\ BCE}$ 即可得出结论．

【解答】解：∵AB=2，

∴当 r=1 时两圆正好外切，显然当两圆外切时圆弧 AC，CB 与线段 AB 所围成图形面积 S 的值最大，

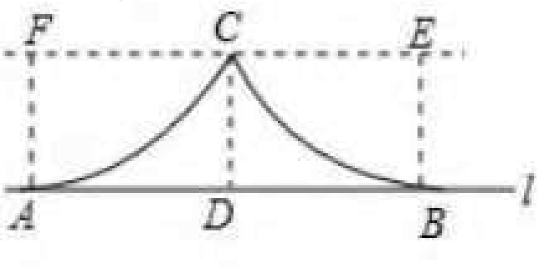
∴过 C 作 CD 垂直 AB，

过点 C 作 EF∥AB，分别过点 AB 作 AF⊥EF，BE⊥EF，则四边形 ABEF 是长方形，

则 $S_{最大}=S_{长方形\ ABEF}-S_{扇形\ ACF}-S_{扇形\ BCE}$

$=2\times1-2\times\frac{1}{4}\pi$

$=2-\frac{\pi}{2}$．



【点评】本题考查的是面积及等积变换，涉及到切线的性质、长方形的面积、扇形的面积公式，根据题意作出辅助线是解答此题的关键．