第 02 讲 勾股定理逆定理

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．经历勾股定理的逆定理的探索过程，知道勾股定理与逆定理的联系与区别；

2．能用勾股定理的逆定理解决一些简单的实际问题；

3．初步认识勾股定理的逆定理的重要意义，会用勾股定理就解决一些几何问题.

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点 1：勾股定理逆定理

1.**定义**：如果三角形的三条边长 a，b，c，满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形.

注意：（1）勾股定理的逆定理的作用是判定某一个三角形是否是直角三角形.

（2）勾股定理的逆定理是把“数”转为“形”，是通过计算来判定一个三角形是否为直角三角形.

2.如何判定一个三角形是否是直角三角形

（1）首先确定最大边（如 c）.

（2）验证 c^2 与 a^2+b^2 是否具有相等关系. 若 $c^2=a^2+b^2$，则△ABC 是 $\angle C=90°$ 的直角三角形；若 $c^2\neq a^2+b^2$，则△ABC 不是直角三角形.

注意：当 $a^2+b^2<c^2$ 时，此三角形为钝角三角形；当 $a^2+b^2>c^2$ 时，此三角形为锐角三角形，其中 c 为三角形的最大边.

知识点 2：勾股数

像 15，8，17 这样，能够成为直角三角形三条边长的三个正整数，称为勾股数.

勾股数满足两个条件：①满足勾股定理　②三个正整数

模块三 核心考点举一反三

考点一：勾股数的判定

例 1．（23-24 八年级下·广东湛江·阶段练习）下列四组数中，是勾股数的是（　）

A．5，12，13　　B．4，5，6　　C．2，5，6　　D．1，2，3

【变式 1-1】（23-24 七年级下·陕西西安·阶段练习）我国是最早了解勾股定理的国家之一，它被记载于我国古代著名的数学著作《周髀算经》中．下列各组数中，是“勾股数”的是（　）

A．7，8，9　　B．5，12，13　　C．4，5，6　　D．2，3，4

【变式 1-2】（23-24 八年级下·广西来宾·期中）下列各组数是勾股数的是（　）

A．$13,14,15$　　B．$4,5,6$　　C．$0.3,0.4,0.5$　　D．$9,40,41$

【变式 1-3】（23-24 八年级下·江西新余·期中）下列各组数中，为勾股数的是（　）

A．9，40，41　　B．5，6，7　　C．$\frac{3}{2}$，2，$\frac{5}{2}$　　D．$\sqrt{3}$，$\sqrt{4}$，$\sqrt{5}$

考点二：判断三边能否构成直角三角形

例 2.（23-24 八年级下·安徽淮北·期中）在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别是 a，b，c．下列条件不能说明 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是（　）

A．$\angle A=\angle C-\angle B$　　B．$a:b:c=5:12:13$

C．$(b+c)(b-c)=a^2$　　D．$a=3+k$，$b=4+k$，$c=5+k(k>0)$

【变式 2-1】（23-24 八年级上·四川成都·期中）满足下列条件的 $\triangle ABC$，其中是直角三角形的为（　　）

A．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$　　B．AB：BC：$AC=3:4:5$

C．$AB=1$，$BC=4$，$AC=5$　　D．$\angle A=30°$，$\angle B=75°$

【变式 2-2】（23-24 八年级下·云南昭通·期中）下列条件中，不能判断 $\triangle ABC$ 为直角三角形的是（　　）

A．$a^2=2$，$b^2=3$，$c^2=5$　　B．$a:b:c=5:12:13$

C．$\angle A+\angle B=\angle C$　　D．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$

【变式 2-3】（23-24 八年级下·内蒙古呼和浩特·期中）$\triangle ABC$ 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c，下列条件中，不能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是（　）

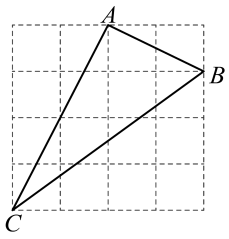
A．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$　　B．$(a+b)(a-b)=c^2$

C．$\angle A+\angle B=\angle C$　　D．$a:b:c=1:\sqrt{3}:2$

考点三：在网格中判断直角三角形

例 3.（23-24 八年级下·云南昭通·期中）如图，$\triangle ABC$ 在每个小正方形边长都为 1 的网格图中，顶点

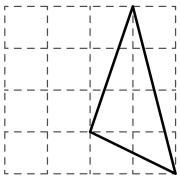
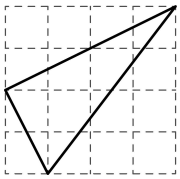
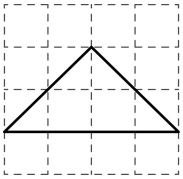
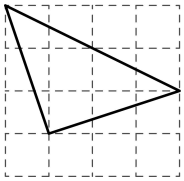
都在格点上，下列结论不正确的是（　）



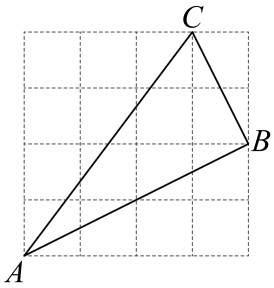
A．$BC=5$　　B．$\triangle ABC$ 的面积为 5

C．$\angle A=90°$　　D．点 A 到 BC 的距离为 $\frac{5}{2}$

【变式 3-1】（2024 八年级下·全国·专题练习）如图，在四个均由十六个小正方形组成的正方形网格中，各有一个三角形，那么这四个三角形中，不是直角三角形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

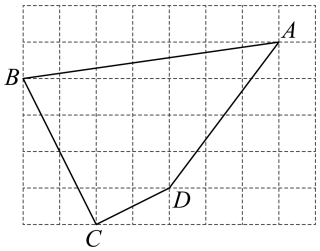
【变式 3-2】（23-24 八年级下·辽宁鞍山·期中）如图，在 4×4 的正方形网格中，每个小正方形的边长都为 1．



(1)求 $\triangle ABC$ 的周长；

(2)若点 P 为直线 AC 上任意一点，则线段 BP 的最小值为_____.

【变式 3-3】（23-24 八年级下·广东珠海·期中）如图，四边形 $ABCD$ 的四个顶点都在网格上，且每个小正方形的边长都为 1．

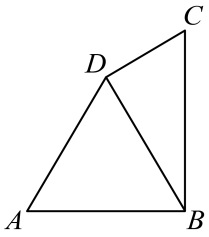


(1)求四边形 $ABCD$ 的面积；

(2)判断线段 BC 和 CD 的位置关系，并说明理由．

考点四：利用勾股定理的逆定理求解

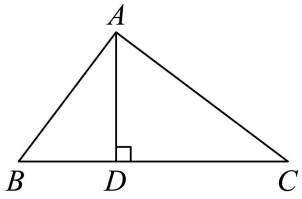
例 4.（23-24 八年级下·江西吉安·阶段练习）在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB=AD=8$，$\angle A=60°$，$BC=10$，$CD=6$.



(1)连接 BD，试判断 $\triangle ABD$ 的形状，并说明理由；

(2)求 $\angle ADC$ 的度数.

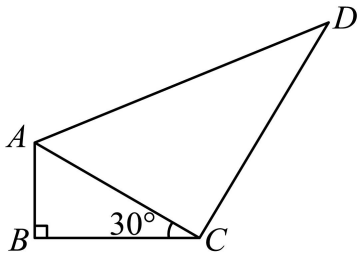
【变式 4-1】（23-24 八年级下·云南昭通·期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AD\perp BC$，垂足为 $D, BD=9, AD=12, CD=16$.



(1)求 AC 的长；

(2)判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由.

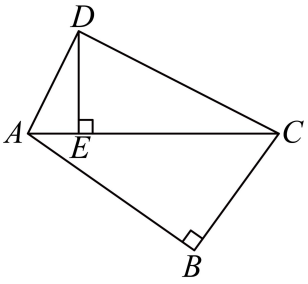
【变式 4-2】（23-24 八年级下·重庆长寿·期中）如图，在四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle B=90°$，$\angle ACB=30°$，$AB=3$，$AD=10$，$CD=8$.



(1)求线段 BC 的长；

(2)求证：$\triangle ACD$ 是直角三角形．

【变式 4-3】（23-24 八年级下·湖北黄石·期中）如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=90°$，AC 为对角线，$DE\perp AC$ 于 E，$AB=8, BC=6, CD=2\sqrt{15}, AD=2\sqrt{10}$．

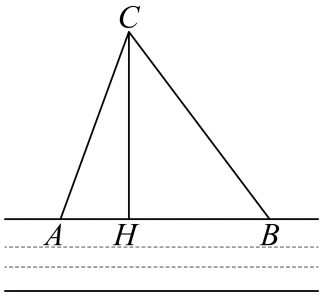


(1)确定 $\angle ADC$ 的度数；

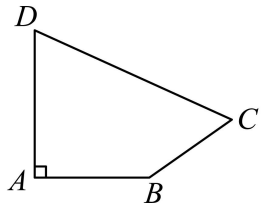
(2)求线段 DE 的长．

考点五：勾股定理逆定理的实际应用

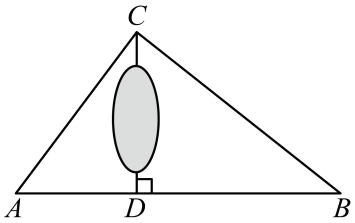
例 5.（23-24 八年级下·广东湛江·阶段练习）如图，在一条东西走向河流的一侧有一村庄 C，河边原有两个取水点 A，B，由于某种原因，由 C 到 A 的路现在已经不通，该村为方便村民取水决定在河边新建一个取水点 H（A，H，B）在同一条直线上），并新修一条路 CH，测得 $CB=1.5$ 千米，$CH=1.2$ 千米，$HB=0.9$ 千米．问 CH 是否为从村庄 C 到河边最近的路？请说明理由．



【变式 5-1】（23-24 八年级下·陕西西安·期中）如图，阳光中学有一块四边形的空地 $ABCD$，为了绿化环境，学校计划在空地上种植草皮．经测量 $\angle A=90°$，$AB=9\text{m}$，$DA=12\text{m}$，$BC=8\text{m}$，$CD=17\text{m}$，若每平方米草皮需要 100 元，种植这块草皮需要投入多少资金?（其他费用不计）



【变式 5-2】（23-24 八年级下·广东广州·期中）如图，在笔直的公路 AB 旁有一座山，从山另一边的 C 处到公路上的停靠站 A 的距离为 $AC=15\text{km}$，与公路上另一停靠站 B 的距离为 $BC=20\text{km}$，停靠站 A，B 之间的距离为 $AB=25\text{km}$，为方便运输货物现要从公路 AB 上的 D 处开凿隧道修通一条公路到 C 处，且 $CD\perp AB$．

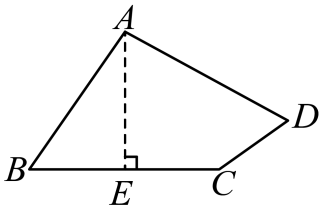


(1)求证：$\angle ACB=90°$；

(2)求修建的公路 CD 的长．

【变式 5-3】（23-24 八年级下·河北衡水·阶段练习）如图，某社区有一块四边形空地 $ABCD$，$AB=15\text{m}$，

$CD=8m$，$AD=17\text{m}$．从点 A 修了一条垂直 BC 的小路 AE（垂足为 E），E 恰好是 BC 的中点，且 $AE=12\text{m}$．



(1)求边 BC 的长；

(2)连接 AC，判断 $\triangle ADC$ 的形状；

(3)求这块空地的面积．

考点六：勾股定理逆定理的拓展问题

例 6.（23-24 八年级上·江苏徐州·期中）在 $\triangle ABC$ 中，$BC=a,AC=b,AB=c$，设 c 为最长边，当 $a^2+b^2=c^2$ 时，$\triangle ABC$ 是直角三角形；当 $a^2+b^2\neq c^2$ 时，利用代数式 a^2+b^2 和 c^2 的大小关系，探究 $\triangle ABC$ 的形状（按角分类）．

(1)当 $\triangle ABC$ 三边分别为 6、8、9 时，$\triangle ABC$ 为_____三角形；当 $\triangle ABC$ 三边分别为 6、8、11 时，$\triangle ABC$ 为_____三角形；

(2)猜想：当 a^2+b^2 _____ c^2 时，$\triangle ABC$ 为锐角三角形；当 a^2+b^2 _____ c^2 时，$\triangle ABC$ 为钝角三角形；（填“>”或“<”或“=”）

(3)判断：当 $a=5,b=12$ 时，

当 $\triangle ABC$ 为直角三角形时，则 c 的取值为_____；

当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时，则 c 的取值范围_____；

当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时，则 c 的取值范围_____．

【变式 6-1】（21-22 八年级下·福建厦门·期中）定义：如图，点 M，N（点 M 在 N 的左侧）把线段 AB 分割成 AM，MN，NB．若以 AM，MN，NB 为边的三角形是一个直角三角形，则称点 M、N 是线段 AB 的购股分割．



(1)已知 M、N 把线段 AB 分割成 AM，MN，BN，若 $AM=1.5$，$MN=2.5$，$BN=2.0$，则点 M、N 是线段

AB 的勾股分割点吗？请说明理由；

(2)已知点 M、N 是线段 AB 的勾股分割点，且 AM 为直角边，若 $AB=30$，$AM=5$，求 BN 的长．

【变式 6-2】（20-21 九年级上·江苏苏州·阶段练习）阅读下列内容：设 a，b，c 是一个三角形的三条边的长，且 a 是最长边，我们可以利用 a，b，c 三条边长度之间的关系来判断这个三角形的形状：①若 $a^2=b^2+c^2$，则该三角形是直角三角形；②若 $a^2>b^2+c^2$，则该三角形是钝角三角形；③若 $a^2<b^2+c^2$，则该三角形是锐角三角形．例如：若一个三角形的三边长分别是 4，5，6，则最长边是 6，$6^2=36<4^2+5^2$，故由③可知该三角形是锐角三角形，请解答以下问题：

（1）若一个三角形的三边长分别是 7，8，9，则该三角形是_____三角形．

（2）若一个三角形的三边长分别是 5，12，x．且这个三角形是直角三角形，求 x^2 的值．

（3）当 $a=2$，$b=4$ 时，判断 $\triangle ABC$ 的形状，并求出对应的 c^2 的取值范围．

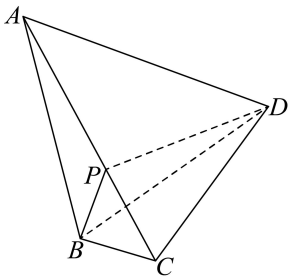
【变式 6-3】（23-24 八年级下·福建莆田·阶段练习）定义：若 a，b，c 是 $\triangle ABC$ 的三边，且 $a^2+b^2=2c^2$，则称 $\triangle ABC$ 为“方倍三角形”．

(1)对于①等边三角形②直角三角形，下列说法一定正确的是_．

A．①一定是“方倍三角形”　　B．②一定是“方倍三角形”

C．①②都一定是“方倍三角形”　　D．①②都一定不是“方倍三角形”

(2)如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=120°$，$\angle ACB=45°$，P 为 AC 边上一点，将 $\triangle ABP$ 沿直线 BP 进行折叠，点 A 落在点 D 处，连接 CD，AD．若 $\triangle ABD$ 为“方倍三角形”，且 $AP=\sqrt{2}$，求 $\triangle PDC$ 的面积．



模块四 小试牛刀过关测

一、单选题

1．（23-24 八年级下·广西桂林·期中）下列各组数是勾股数的是（　　）

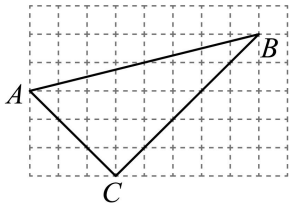
A．4，5，6　　B．6，8，10　　C．3^2，4^2，5^2　　D．7，12，13

2．（23-24 八年级下·河南洛阳·期中）已知 $\triangle ABC$ 的三边分别为 a，b，c，下列条件不能判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形的是（　）

A．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$　　B．$\angle A=\angle B+\angle C$

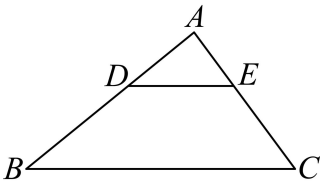
C．$b^2=a^2-c^2$　　D．$a^2:b^2:c^2=1:2:3$

3．（23-24 八年级下·江苏南通·期中）如图，正方形网格中的 $\triangle ABC$，若小方格边长为 1，则 $\triangle ABC$ 的形状为（　）



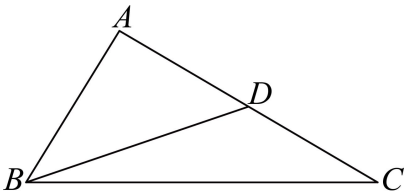
A．直角三角形　　B．锐角三角形　　C．钝角三角形　　D．以上答案都不对

4．（23-24 八年级下·辽宁沈阳·期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=4$，$AC=3$，$BC=5$，$DE\parallel BC$，若点 A 到 DE 的距离是 1，则 DE 与 BC 之间的距离是（　）



A．1.4　　B．2　　C．2.4　　D．3

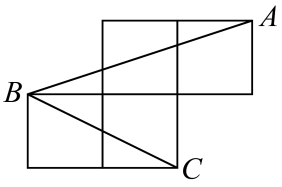
5．（23-24 八年级下·广西百色·期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=6$，$BC=10$，$AD=4$，已知点 D 是 AC 的中点，连接 BD，则 BD 的长为（　）



A．$2\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{21}$　　C．$2\sqrt{13}$　　D．$2\sqrt{29}$

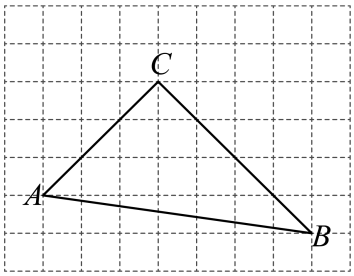
二、填空题

6．（23-24 八年级下·湖北孝感·期中）如图，每个小正方形的边长都为1，A、B、C 是小正方形的顶点，则 $\angle ABC=$_____°

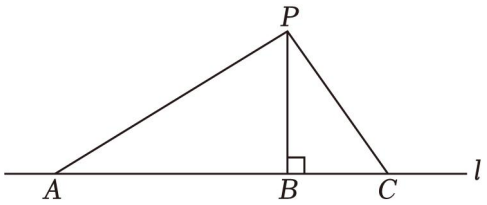


7．（23-24 八年级下·甘肃庆阳·期中）已知 $\triangle ABC$ 的三边长 a,b,c 满足 $\sqrt{a-\frac{3}{2}}+(b-2)^2+\left|c-\frac{5}{2}\right|=0$，则 $\triangle ABC$ 的形状是_____.

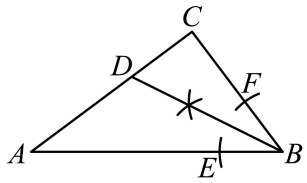
8．（23-24 八年级下·全国·假期作业）如图，在每个小正方形的边长为 1 的网格中，$\triangle ABC$ 的顶点 A,B,C 均在格点上，则 $\angle ACB$ 的大小为_____.



9．（2024 七年级下·全国·专题练习）如图，P 是直线 l 外一点，A、B、C 三点在直线 l 上，且 $PB\perp l$ 于点 B，$\angle APC=90°$，若 $PA=4$，$PC=3$，$AC=5$，$PB=\frac{12}{5}$，则点 A 到直线 PC 的距离是___.

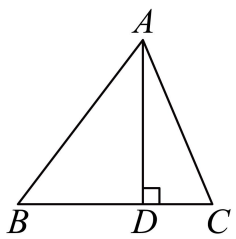


10．（23-24 八年级下·河北廊坊·期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=8$，$BC=6$，$AB=10$．利用尺规在 BA，BC 上分别截取 BE，BF，使 $BE=BF$；分别以 E，F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle CBA$ 内交于点 G；作射线 BG 交 AC 于点 D．则 $\angle C$ _____度，$AD=$_____.



三、解答题

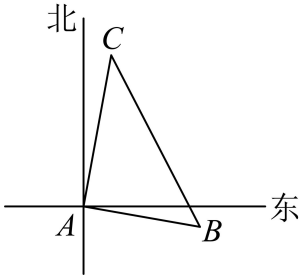
11．（23-24 八年级下·湖北武汉·期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是边 BC 上一点，$AD=12$，$AC=13$，$CD=5$．



(1)求证：$AD\perp BC$；

(2)若 $AB=15$，求 BC 的长．

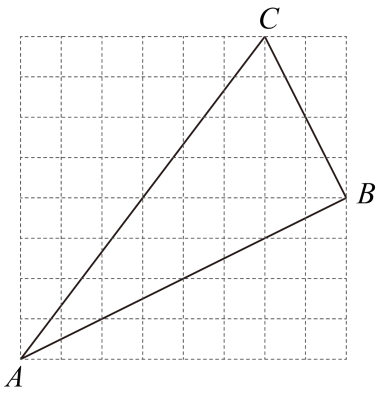
12．（23-24 八年级下·甘肃庆阳·期中）如图，有一艘货船和一艘客船同时从港口 A 出发，客船与货船速度的比为 $4:3$，出发 1h 后，客船比货船多走了 $5nmile$，货船沿东偏南 $10°$ 方向航行，2h 后货船到达 B 处，客船到达 C 处，若此时两船相距 50n$mile$．



(1)货船的速度为_ $nmile/h$，客船的速度为_ $nmile/h$；

(2)求客船航行的方向．

13．（23-24 八年级下·四川泸州·期中）如图，正方形网格中，每个小正方形的边长为 1，

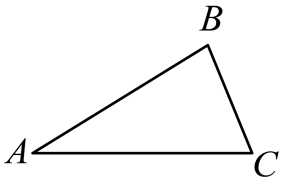


(1)求网格上的 $\triangle ABC$ 的周长．

(2)请判断 $\triangle ABC$ 是不是直角三角形，并说明理由．

(3)点 P 是 AC 边上的一个动点，则线段 BP 的最小值为_．

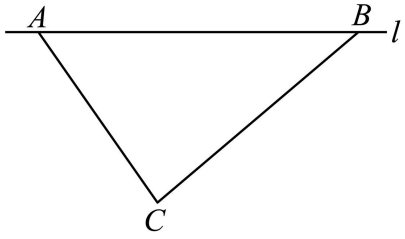
14．（23-24 八年级下·云南昆明·期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中，内角 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对应的边分别为 a，b，c．



(1)若 a，b，c 满足 $\dfrac{a}{a-b+c}=\dfrac{\frac{1}{2}(a+b+c)}{c}$，求证：$\triangle ABC$ 是直角三角形.

(2)若 $a=m-n$，$b=2\sqrt{mn}$，$c=m+n$（其中 m，n 都是正整数，且 $m>n$），求证：$\triangle ABC$ 是直角三角形.

15.（23-24 七年级下·黑龙江大庆·期中）如图，A 村和 B 村相距 1500 米，经过 A 村和 B 村（将 A，B 村看成直线 l 上的点）的笔直公路 l 旁有一块山地正在开发，现需要在 C 处进行爆破. C 处与 B 村的距离为 1200 米，C 处与 A 村相距 900 米.



(1)判断爆破点 C 与 A、B 两村围成的三角形形状，并求爆破点 C 到公路 l 的距离；

(2)已知爆破点 C 周围 750 米之外为安全范围，在进行爆破时，公路 AB 段是否有危险而需要封锁？如果需要，请计算需要封锁的路段长度；如果不需要，请说明理由.

16.（23-24 八年级下·湖北孝感·期中）一个四边形的模具如图 1 所示，其中 $\angle ABC=90°$，$AB=8\text{cm}$，$BC=6\text{cm}$，$CD=10\text{cm}$，$AD=10\sqrt{2}\text{cm}$，按规定这个模具中 $\angle ACD$ 也应为直角，解答下列问题：

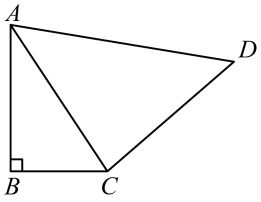


图1

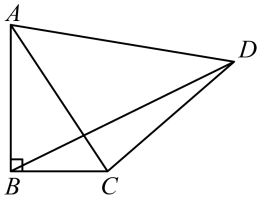


图2

(1)这个模具是否符合规定要求？请说明理由；

(2)如图 2，连接 BD，求 BD 的长.

第 02 讲 勾股定理逆定理

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．经历勾股定理的逆定理的探索过程，知道勾股定理与逆定理的联系与区别；

2．能用勾股定理的逆定理解决一些简单的实际问题；

3．初步认识勾股定理的逆定理的重要意义，会用勾股定理就解决一些几何问题.

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点 1：勾股定理逆定理

1.**定义**：如果三角形的三条边长 a，b，c，满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形.

注意：（1）勾股定理的逆定理的作用是判定某一个三角形是否是直角三角形.

（2）勾股定理的逆定理是把“数”转为“形”，是通过计算来判定一个三角形是否为直角三角形.

2.如何判定一个三角形是否是直角三角形

（1）首先确定最大边（如 c）.

（2）验证 c^2 与 a^2+b^2 是否具有相等关系. 若 $c^2=a^2+b^2$，则△ABC 是 $\angle C=90°$ 的直角三角形；若 $c^2\neq a^2+b^2$，则△ABC 不是直角三角形.

注意：当 $a^2+b^2<c^2$ 时，此三角形为钝角三角形；当 $a^2+b^2>c^2$ 时，此三角形为锐角三角形，其中 c 为三角形的最大边.

知识点 2：勾股数

像 15，8，17 这样，能够成为直角三角形三条边长的三个正整数，称为勾股数.

勾股数满足两个条件：①满足勾股定理　②三个正整数

模块三 核心考点举一反三

考点一：勾股数的判定

例 1．（23-24 八年级下·广东湛江·阶段练习）下列四组数中，是勾股数的是（　）

A．5，12，13　　B．4，5，6　　C．2，5，6　　D．1，2，3

【答案】A

【分析】本题考查了勾股数．解题的关键是理解勾股数的定义：有 a，b，c 三个正整数，满足 $a^2+b^2=c^2$，称为勾股数．想要判定是否为勾股数，必须根据勾股数是正整数，同时还需验证两条较短边的平方和是否等于最长边的平方．

【详解】解：A．　$5^2+12^2=169=13^2$，能构成勾股数，故该选项正确；

B．　$4^2+5^2=41\neq 6^2$，不能构成勾股数，故该选项错误；

C．　$2^2+5^2=29\neq 6^2$，不能构成勾股数，故该选项错误；

D．　$1^2+2^2=5\neq 3^2$，不能构成勾股数，故该选项错误．

故选 A．

【变式 1-1】（23-24 七年级下·陕西西安·阶段练习）我国是最早了解勾股定理的国家之一，它被记载于我国古代著名的数学著作《周髀算经》中．下列各组数中，是“勾股数”的是（　）

A．7，8，9　　B．5，12，13　　C．4，5，6　　D．2，3，4

【答案】B

【分析】本题主要考查了勾股数，关键是掌握勾股数的定义：若三个正整数 a、b、c 满足 $a^2+b^2=c^2$，则称 a、b、c 为勾股数．根据“勾股数”的定义，逐项判断，即可求解．

【详解】解：A、$7^2+8^2\neq 9^2$，不是“勾股数”，不符合题意；

B、$5^2+12^2=13^2$，是“勾股数”，符合题意；

C、$4^2+5^2\neq 6^2$，不是“勾股数”，不符合题意；

D、$2^2+3^2\neq 4^2$，不是“勾股数”，不符合题意；

故选：B．

【变式 1-2】（23-24 八年级下·广西来宾·期中）下列各组数是勾股数的是（　）

A．$13,14,15$　　B．$4,5,6$　　C．$0.3,0.4,0.5$　　D．$9,40,41$

【答案】D

【分析】本题考查勾股数，根据勾股数是满足 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数逐项判断即可．

【详解】解：A、∵ $13^2+14^2\neq 15^2$，∴ $13,14,15$ 不是勾股数，不符合题意；

B、∵ $4^2+5^2\neq 6^2$，∴ $4,5,6$ 不是勾股数，不符合题意；

C、∵ $0.3,0.4,0.5$ 都不是整数，∴ $0.3,0.4,0.5$ 不是勾股数，不符合题意；

D、∵ $9^2+40^2=41^2$，∴ $9,40,41$ 是勾股数，符合题意；

故选：D.

【变式 1-3】（23-24 八年级下·江西新余·期中）下列各组数中，为勾股数的是（　）

A．9，40，41　　B．5，6，7　　C．$\frac{3}{2}$，2，$\frac{5}{2}$　　D．$\sqrt{3}$，$\sqrt{4}$，$\sqrt{5}$

【答案】A

【分析】本题考查了勾股数的定义，勾股数就是可以构成一个直角三角形三边的一组正整数，根据勾股数的定义逐项判断即可.

【详解】解：A、$\because 9^2+40^2=81+1600=1681=41^2$，$\therefore$9，40，41 是勾股数，故此选项符合题意；

B、$\because 5^2+6^2=25+36\neq 7^2$，$\therefore$5，6，7 不是勾股数，故此选项不符合题意；

C、$\frac{3}{2}$，$\frac{5}{2}$不是正整数，$\therefore\frac{3}{2}$，2，$\frac{5}{2}$不是勾股数，故此选项不符合题意；

D、$\sqrt{3}$，$\sqrt{4}$，$\sqrt{5}$不是正整数，$\therefore\sqrt{3}$，$\sqrt{4}$，$\sqrt{5}$不是勾股数，故此选项不符合题意；

故选：A.

考点二：判断三边能否构成直角三角形

例 2.（23-24 八年级下·安徽淮北·期中）在$\triangle ABC$中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边分别是 a，b，c．下列条件不能说明$\triangle ABC$是直角三角形的是（　）

A．$\angle A=\angle C-\angle B$　　B．$a:b:c=5:12:13$

C．$(b+c)(b-c)=a^2$　　D．$a=3+k$，$b=4+k$，$c=5+k(k>0)$

【答案】D

【分析】本题考查了直角三角形的判定，勾股定理的逆定理，正确理解勾股定理的逆定理是解题的关键．判断三角形是否为直角三角形，已知三角形三边的长，只要利用勾股定理的逆定理加以判断即可.

【详解】A、$\because\angle A=\angle C-\angle B$，

$\therefore\angle A+\angle B=\angle C$，

$\because\angle A+\angle B+\angle C=180°$，

$\therefore 2\angle C=180°$，

$\therefore\angle C=90°$，

$\therefore\triangle ABC$是直角三角形，

故此选项正确，不符合题意；

B、设$a=5x$，则$b=12x$，$c=13x$，

$\because a^2+b^2=(5x)^2+(12x)^2=169x^2=c^2$，

$\therefore\triangle ABC$是直角三角形，

故此选项正确，不符合题意；

C、$\because(b+c)(b-c)=a^2$，

$\therefore b^2-c^2=a^2$，

$\therefore a^2+c^2=b^2$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

故此选项正确，不符合题意；

D、$\because a=3+k$，$b=4+k$，$c=5+k(k>0)$，

$\therefore a^2+b^2\neq c^2$，

$\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形，

故此选项错误，符合题意．

故选 D．

【变式 2-1】（23-24 八年级上·四川成都·期中）满足下列条件的 $\triangle ABC$，其中是直角三角形的为（　　）

A．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$　　B．$AB:BC:AC=3:4:5$

C．$AB=1$，$BC=4$，$AC=5$　　D．$\angle A=30°$，$\angle B=75°$

【答案】B

【分析】本题考查了勾股定理的逆定理和三角形的内角和定理，能理解勾股定理的逆定理的内容是解此题的关键．

根据三角形的内角和定理和勾股定理的逆定理逐个判断即可．

【详解】解：A、$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$，$\angle C+\angle B+\angle A=180°$，

$\therefore$最大角为 $\angle C=\dfrac{5}{3+4+5}\times 180°=75°$，

$\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形，

故该选项不符合题意；

B、设 AB、BC、AC 分别为 $3k,4k,5k$，

$\because (3k)^2+(4k)^2=25k^2=(5k)^2$，

$\therefore AB^2+BC^2=AC^2$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

故本选项符合题意；

C、$\because AB=1$，$BC=4$，$AC=5$，$1+4=5$，

$\therefore$不符合三角形三边关系，

故本选项不符合题意；

D、$\because \angle A=30°$，$\angle B=75°$，$\angle C+\angle B+\angle A=180°$，

$\therefore \angle C=75°$，

$\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形，

故该选项不符合题意；

故选：B．

【变式 2-2】（23-24 八年级下·云南昭通·期中）下列条件中，不能判断 $\triangle ABC$ 为直角三角形的是（　　）

A．$a^2=2$，$b^2=3$，$c^2=5$　　B．$a:b:c=5:12:13$

C．$\angle A+\angle B=\angle C$　　D．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$

【答案】D

【分析】本题主要考查勾股定理和三角形内角和定理，掌握判定直角三角形的方法是解题的关键，

A、根据勾股定理的逆定理进行判定即可，

B、根据比值并结合勾股定理的逆定理即可判断出三角形的形状，

C、根据三角形的内角和为180度，即可计算出 $\angle C$ 的值，

D、根据角的比值求出各角的度数，便可判断出三角形的形状．

【详解】A、当 $a^2=1$，$b^2=2$，$c^2=3$，

$\therefore a^2+b^2=5=c^2$，故 $\triangle ABC$ 是直角三角形；

B、当 $a:b:c=5:12:13$ 时，设 $a=5x$，$b=12x$，$c=13x$，

则 $a^2+b^2=(5x)^2+(12x)^2=(13x)^2=c^2$，故 $\triangle ABC$ 是直角三角形，

C、当 $\angle A+\angle B=\angle C$ 时，

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180°$，

$\therefore \angle C+\angle C=180°$，则 $\angle C=90°$，故 $\triangle ABC$ 是直角三角形，

D、当 $\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$ 时，

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180°$，

则最大角为 $\angle C=180°\times\dfrac{5}{3+4+5}=75°$，故 $\triangle ABC$ 不是直角三角形，

故选：D．

【变式 2-3】（23-24 八年级下·内蒙古呼和浩特·期中）$\triangle ABC$ 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c，下列条件中，不能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是（　）

A．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$　　B．$(a+b)(a-b)=c^2$

C．$\angle A+\angle B=\angle C$　　D．$a:b:c=1:\sqrt{3}:2$

【答案】A

【分析】本题主要考查了三角形内角和定理和勾股定理的逆定理，根据三角形内角和定理即可判断 A、C；如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形，据此可判断 B、D．

【详解】解：A、$\because \angle A+\angle B+\angle C=180°$，$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$，

$\therefore \angle A=180°\times\dfrac{3}{3+4+5}=45°$，$\angle A=180°\times\dfrac{4}{3+4+5}=60°$，$\angle A=180°\times\dfrac{5}{3+4+5}=75°$，

$\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形，符合题意；

B、$\because (a+b)(a-b)=c^2$，

$\therefore a^2-b^2=c^2$，

$\therefore a^2=c^2+b^2$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，不符合题意；

C、$\because \angle A+\angle B=\angle C$，且 $\angle A+\angle B+\angle C=180°$，

$\therefore \angle C=90°$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，不符合题意；

D、$\because a:b:c=1:\sqrt{3}:2$，

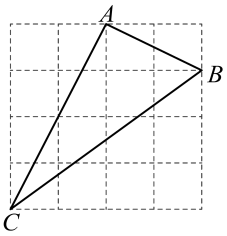
$\therefore$ 设 $a=x$，$b=\sqrt{3}x$，$c=2x$，且 $x^2+\left(\sqrt{3}x\right)^2=x^2+3x^2=4x^2=\left(2x\right)^2$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，不符合题意；

故选：A.

考点三：在网格中判断直角三角形

例 3.（23-24 八年级下·云南昭通·期中）如图，$\triangle ABC$ 在每个小正方形边长都为 1 的网格图中，顶点都在格点上，下列结论不正确的是（　）



A．$BC=5$　　B．$\triangle ABC$ 的面积为 5

C．$\angle A=90°$　　D．点 A 到 BC 的距离为 $\frac{5}{2}$

【答案】D

【分析】本题考查的是勾股定理及其逆定理，利用网格图计算三角形的面积，点到直线的距离．熟练掌握勾股定理及其逆定理是解题的关键．

利用勾股定理求出 BC 长可判定 A，利用网格图计算三角形的面积可判定 B，利用勾股定理及其逆定理判定 C；利用面积公式求出 $\triangle ABC$ 边 BC 的高，即可利用点到直线的距离判定 D．

【详解】解：A．$\because BC^2=3^2+4^2=25$，

$\therefore BC=5$，本选项结论正确，不符合题意；

B．$S_{\triangle ABC}=4\times4-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times3\times4=5$，本选项结论正确，不符合题意；

C．$\because AC^2=1^2+2^2=5$，$AB^2=2^2+4^2=20$，$BC^2=3^2+4^2=25$，

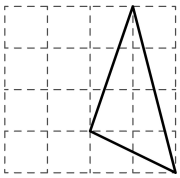
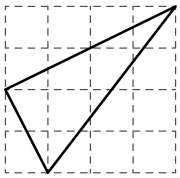
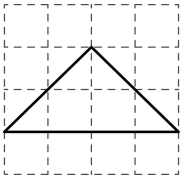
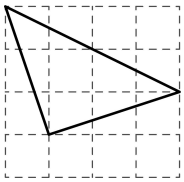
$\therefore AC^2+AB^2=BC^2$，

$\therefore \angle BAC=90°$，本选项结论正确，不符合题意；

D．点 A 到 BC 的距离 $=2S_{\triangle ABC}\div BC=2\times5\div5=2$，本选项结论错误，符合题意；

故答案为：D

【变式 3-1】（2024 八年级下·全国·专题练习）如图，在四个均由十六个小正方形组成的正方形网格中，各有一个三角形，那么这四个三角形中，不是直角三角形的是（　）

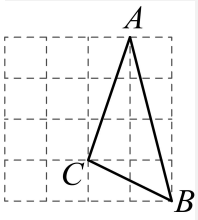
A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【分析】本题考查的是勾股定理及其逆定理，熟知如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形是解答此题的关键.

根据勾股定理及其逆定理对各选项进行逐一判断即可.

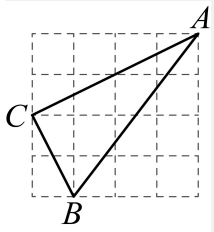
【详解】解：　A、如图：



$\because AC^2=1^2+3^2=10$，$BC^2=1^2+2^2=5$，$AB^2=1^2+4^2=17$，

$\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形，故本选项符合题意；

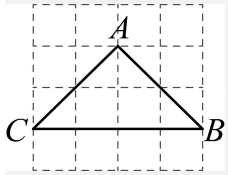
B、如图：



$\because AC^2=2^2+4^2=20$，$BC^2=1^2+2^2=5$，$AB^2=3^2+4^2=25$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，故本选项不符合题意；

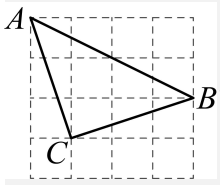
C、如图：



$\because AB^2=2^2+2^2=8$，$AC^2=2^2+2^2=8$，$BC^2=16$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，故本选项不符合题意；

D、如图：

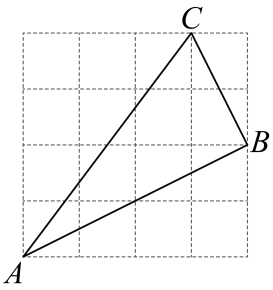


$\because AC^2=1^2+3^2=10$，$BC^2=1^2+3^2=10$，$AB^2=2^2+4^2=20$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，故本选项不符合题意.

故选：A．

【变式 3-2】（23-24 八年级下·辽宁鞍山·期中）如图，在 4×4 的正方形网格中，每个小正方形的边长都为 1．



(1)求 $\triangle ABC$ 的周长；

(2)若点 P 为直线 AC 上任意一点，则线段 BP 的最小值为_____．

【答案】(1)$3\sqrt{5}+5$

(2)2

【分析】此题考查了勾股定理与网格、勾股定理逆定理等知识，准确掌握勾股定理及其逆定理是解题的关键．

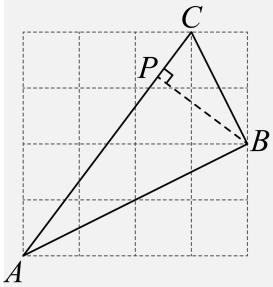
（1）利用勾股定理求出各边的长，求和即可得到 $\triangle ABC$ 的周长；

（2）过 B 作 $BP\perp AC$，证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形，AC 为斜边，利用等积法即可求出答案．

【详解】（1）解：$AB=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，$BC=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\triangle ABC$ 的周长 $=2\sqrt{5}+\sqrt{5}+5=3\sqrt{5}+5$；

（2）过 B 作 $BP\perp AC$，



$\because AB^2+BC^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{5}\right)^2=25=AC^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，AC 为斜边，

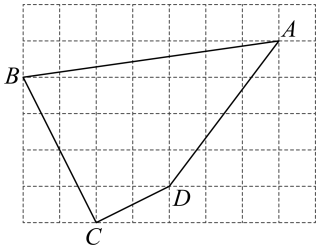
$\because \triangle ABC$ 的面积 $=\frac{1}{2}AB\cdot BC=\frac{1}{2}AC\cdot BP$，

即 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=\frac{1}{2}\times5\cdot BP$，

解得 $BP=2$，

即线段 BP 的最小值为 2．

【变式 3-3】（23-24 八年级下·广东珠海·期中）如图，四边形 $ABCD$ 的四个顶点都在网格上，且每个小正方形的边长都为 1.



(1)求四边形 $ABCD$ 的面积；

(2)判断线段 BC 和 CD 的位置关系，并说明理由.

【答案】(1)17.5

(2) $BC \perp CD$，理由见解析

【分析】本题考查了四边形的面积，三角形的面积，勾股定理的逆定理，熟练掌握勾股定理的逆定理是解题的关键.

（1）根据四边形 $ABCD$ 的面积等于长方形的面积减去四个直角三角形的面积和一个小长方形的面积计算即可；

（2）根据勾股定理的逆定理判断即可.

【详解】（1）解：四边形 $ABCD$ 的面积为：

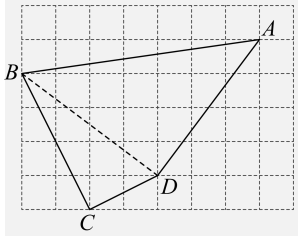
$$7\times5-\frac{1}{2}\times4\times2-\frac{1}{2}\times1\times7-\frac{1}{2}\times4\times3-\frac{1}{2}\times1\times2-1\times3$$

$$=35-4-3.5-6-1-3$$

$$=17.5;$$

（2）解：$BC \perp CD$，

理由：如图，连接 BD，



$\because BC^2=4^2+2^2=20$，$CD^2=2^2+1^2=5$，$BD^2=3^2+4^2=25$，

$\therefore BC^2+CD^2=BD^2$，

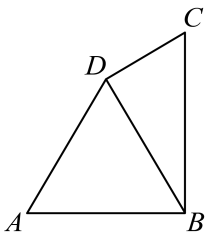
$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形且 $\angle BCD=90°$，

即 $BC \perp CD$.

考点四：利用勾股定理的逆定理求解

例 4. （23-24 八年级下·江西吉安·阶段练习）在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB=AD=8$，$\angle A=60°$，

$BC=10$，$CD=6$．



(1)连接 BD，试判断 $\triangle ABD$ 的形状，并说明理由；

(2)求 $\angle ADC$ 的度数．

【答案】(1)$\triangle ABD$ 为等边三角形，理由见解析．

(2)$\angle ADC=150°$．

【分析】本题考查了等边三角形的判定和性质，直角三角形的判定和性质．

（1）连接 BD，根据 $AB=AD=8$，$\angle A=60°$，得出 $\triangle ABD$ 是等边三角形即可；

（2）根据勾股定理的逆定理判断三角形 BDC 是直角三角形，从而求得 $\angle ADC=150°$．

【详解】（1）解：$\triangle ABD$ 是等边三角形．

$\because AB=AD$，$\angle BAD=60°$，

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形；

（2）解：$\because \triangle ABD$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ADB=60°$，$BD=AB=8$，

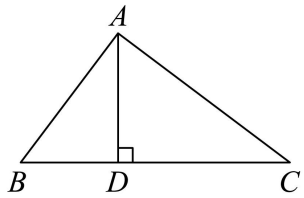
在 $\triangle BAD$ 中，$CD^2+BD^2=6^2+8^2=100$，$BC^2=10^2=100$，

$\therefore CD^2+BD^2=BC^2$，

$\therefore \angle BDC=90°$，

$\therefore \angle ADC=\angle BDC+\angle ADB=90°+60°=150°$．

【变式 4-1】（23-24 八年级下·云南昭通·期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AD\perp BC$，垂足为 $D,BD=9,AD=12,CD=16$．



(1)求 AC 的长；

(2)判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由．

【答案】(1)20

(2)$\triangle ABC$ 是直角三角形，理由见解析

【分析】本题考查了勾股定理和勾股定理的逆定理，正确理解定理是关键．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/538103123020006111