兰州第一中学 2024 年高考考前提分数学仿真卷

注意事项：
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

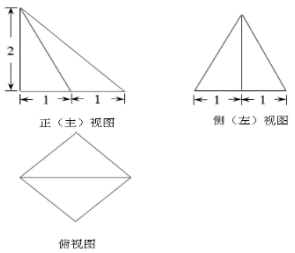
1．已知非零向量$\vec{a},\vec{b}$满足$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，$|\vec{a}|=3$，且$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{4}$，则$|\vec{b}|=$（　　）

A．6　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．3

2．已知F_1、F_2分别是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，过$F_2$作双曲线$C$的一条渐近线的垂线，分别交两条渐近线于点$A$、$B$，过点$B$作$x$轴的垂线，垂足恰为$F_1$，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

3．某四棱锥的三视图如图所示，该几何体的体积是（　　）



A．8　　B．$\frac{8}{3}$　　C．4　　D．$\frac{4}{3}$

4．已知 *a*，*b* 是两条不同的直线，*α*，*β* 是两个不同的平面，且 *a*⊂*α*，*b*⊂*β*，*a* // *β*，*b* // *α*，则“*a* // *b*“是“*α* // *β*”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．在关于x的不等式$ax^2+2x+1>0$中，“$a>1$”是“$ax^2+2x+1>0$恒成立”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．设抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为 *F*,抛物线 *C* 与圆$C':x^2+(y-\sqrt{3})^2=3$交于 *M*,*N* 两点,若$|MN|=\sqrt{6}$,则$\triangle MNF$的面积为(　　)

A．$\frac{\sqrt{2}}{8}$　　B．$\frac{3}{8}$　　C．$\frac{3\sqrt{2}}{8}$　　D．$\frac{3\sqrt{2}}{4}$

7．已知函数$f(x)=\frac{e^x}{a}-x(a>0)$，若函数$y=f(x)$的图象恒在$x$轴的上方，则实数$a$的取值范围为（　　）

A．$\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$　　B．$(0,e)$　　C．$(e,+\infty)$　　D．$\left(\frac{1}{e},1\right)$

8．设$f(x)$是定义在实数集R上的函数，满足条件$y=f(x+1)$是偶函数，且当$x\geq 1$时，$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x-1$，则$a=f(\log_3 2)$，$b=f\left(-\log_{\sqrt{3}}\frac{1}{2}\right)$，$c=f(3)$的大小关系是（　　）

A．$a>b>c$　　B．$b>c>a$　　C．$b>a>c$　　D．$c>b>a$

9．已知函数$f(x)=\cos x\sin 2x$，下列结论不正确的是（　　）

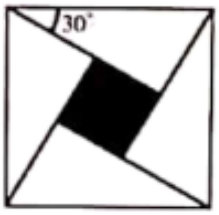
A．$y=f(x)$的图像关于点$(\pi,0)$中心对称　B．$y=f(x)$既是奇函数，又是周期函数

C．$y=f(x)$的图像关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称　　D．$y=f(x)$的最大值是$\frac{\sqrt{3}}{2}$

10．《九章算术》有如下问题：“今有金箠，长五尺，斩本一尺，重四斤；斩末一尺，重二斤，问次一尺各重几何?”意思是：“现在有一根金箠， 长五尺在粗的一端截下一尺，重4斤；在细的一端截下一尺，重2斤，问各尺依次重多少?”按这一问题的颗设，假设金箠由粗到细各尺重量依次成等差数列，则从粗端开始的第二尺的重量是（　　）

A．$\frac{7}{3}$斤　　B．$\frac{7}{2}$ 斤　　C．$\frac{5}{2}$斤　　D．3斤

11．如图所示，三国时代数学家赵爽在《周髀算经》中利用弦图，给出了勾股定理的绝妙证明.图中包含四个全等的直角三角形及一个小正方形（阴影），设直角三角形有一内角为$30°$，若向弦图内随机抛掷500颗米粒（米粒大小忽略不计，取$\sqrt{3}\approx 1.732$），则落在小正方形（阴影）内的米粒数大约为（　　）



A．134　　B．67　　C．182　　D．108

12．集合$A=\{x\,|\,x-2\leq 0\}$，$B=\mathrm{N}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{1\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{0,1,2\}$

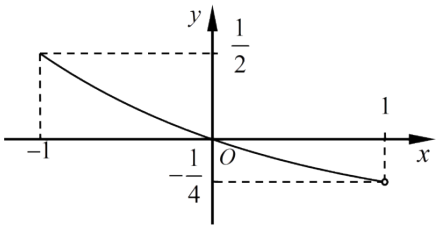
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设函数 $f(x)=\begin{cases}e^x+2019, x\le 0\\ 2020, x>0\end{cases}$，则满足 $f\left(x^2-4\right)>f(-3x)$ 的 x 的取值范围为_____.

14．若函数 $f(x)=x\ln(x+\sqrt{a+x^2})$ 为偶函数，则 $a=$_____.

15．设 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_n>0$，$a_1=1$，且 $2S_n=a_n(a_n+t)$，$n\in\mathbf{N}^*$，则 $S_{10}=$_____.

16．函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left[-1,1\right)$，其图象如图所示．函数 $g\left(x\right)$ 是定义域为 R 的奇函数，满足 $g\left(2-x\right)+g\left(x\right)=0$，且当 $x\in\left(0,1\right)$ 时，$g\left(x\right)=f\left(x\right)$．给出下列三个结论：



①$g\left(0\right)=0$；

②函数 $g\left(x\right)$ 在 $\left(-1,5\right)$ 内有且仅有 3 个零点；

③不等式 $f\left(-x\right)<0$ 的解集为 $\left\{x\middle|-1<x<0\right\}$.

其中，正确结论的序号是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=\sin x+\ln x-1$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 在点 $\left(\frac{\pi}{2},f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求证：$f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上存在唯一的极大值；

（Ⅲ）直接写出函数 $f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 上的零点个数.

18．（12 分）已知函数 $f(x)=|ax+1|+|x-1|$.

（1）若 $a=2$，解关于 x 的不等式 $f(x)<9$；

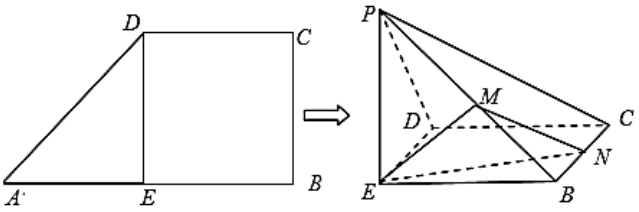
（2）若当 $x>0$ 时，$f(x)>1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

19．（12 分）已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，$a_1=1$，前 n 项和为 S_n，若对任意的 $n\in N^*$，均有 $S_n=a_{n+k}-k$（k 是常数，且 $k\in N^*$）成立，则称数列 $\left\{a_n\right\}$ 为“$H\left(k\right)$ 数列”.

（1）若数列$\{a_n\}$为“$H(1)$数列”，求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n；

（2）若数列$\{a_n\}$为“$H(2)$数列”，且a_2为整数，试问：是否存在数列$\{a_n\}$，使得$\left|a_n^{\,2}-a_{n-1}a_{n+1}\right|\le 40$对任意$n\ge 2$，$n\in N^*$成立？如果存在，求出这样数列$\{a_n\}$的$a_2$的所有可能值，如果不存在，请说明理由.

20.（12分）如图，在直角梯形$ABCD$中，$AB//DC$，$\angle ABC=90°$，$AB=2DC=2BC$，E为AB的中点，沿DE将ΔADE折起，使得点A到点P位置，且$PE\perp EB$，M为PB的中点，N是BC上的动点（与点B，C不重合）.



（Ⅰ）证明：平面$EMN\perp$平面PBC垂直；

（Ⅱ）是否存在点N，使得二面角$B-EN-M$的余弦值$\frac{\sqrt{6}}{6}$？若存在，确定N点位置；若不存在，说明理由.

21.（12分）设F为抛物线$C:y^2=4x$的焦点，P，Q为抛物线C上的两个动点，O为坐标原点.

（Ⅰ）若点F在线段PQ上，求$|PQ|$的最小值；

（Ⅱ）当$OP\perp PQ$时，求点Q纵坐标的取值范围.

22.（10分）设椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，下顶点为$A$，椭圆$C$的离心率是$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\Delta AF_1F_2$的面积是$\sqrt{3}$.

（1）求椭圆C的标准方程.

（2）直线l与椭圆C交于B，D两点（异于A点），若直线AB与直线AD的斜率之和为1，证明：直线l恒过定点，并求出该定点的坐标.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

利用向量的加法的平行四边形法则，判断四边形的形状，推出结果即可.

【详解】

解：非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，可知两个向量垂直，$|\vec{a}|=3$，且$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{4}$，

说明以向量$\vec{a}$，$\vec{b}$为邻边，$\vec{a}+\vec{b}$为对角线的平行四边形是正方形，所以则$|\vec{b}|=3$.

故选：D.

【点睛】

本题考查向量的几何意义，向量加法的平行四边形法则的应用，考查分析问题解决问题的能力，属于基础题.

2、B

【解析】

设点B位于第二象限，可求得点B的坐标，再由直线BF_2与直线$y=\frac{b}{a}x$垂直，转化为两直线斜率之积为-1可得出$\frac{b^2}{a^2}$的值，进而可求得双曲线C的离心率.

【详解】

设点B位于第二象限，由于$BF_1\perp x$轴，则点B的横坐标为$x_B=-c$，纵坐标为$y_B=-\frac{b}{a}x_B=\frac{bc}{a}$，即点$B\left(-c,\frac{bc}{a}\right)$，

由题意可知，直线BF_2与直线$y=\frac{b}{a}x$垂直，$k_{BF_2}=\frac{-\frac{bc}{a}}{2c}=-\frac{b}{2a}=-\frac{a}{b}$，$\therefore\frac{b^2}{a^2}=2$，

因此，双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的计算，解答的关键就是得出a、b、c的等量关系，考查计算能力，属于中等题.

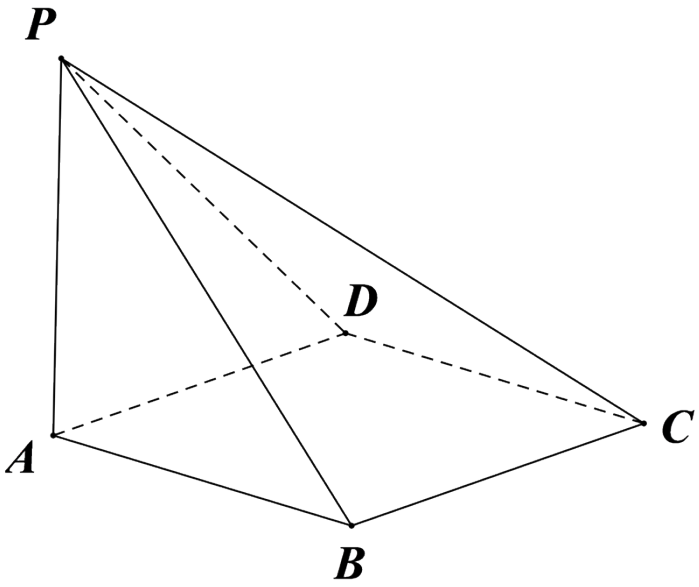
3、D

【解析】

根据三视图知，该几何体是一条垂直于底面的侧棱为2的四棱锥，画出图形，结合图形求出底面积代入体积公式求它的体积.

【详解】

根据三视图知，该几何体是侧棱$PA\perp$底面$ABCD$的四棱锥，如图所示：



结合图中数据知，该四棱锥底面为对角线为 2 的正方形，

高为 $PA=2$，

∴四棱锥的体积为 $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{2^2}{2}\cdot 2=\frac{4}{3}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查由三视图求几何体体积，由三视图正确复原几何体是解题的关键，考查空间想象能力．属于中等题.

4、D

【解析】

根据面面平行的判定及性质求解即可.

【详解】

解：$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$，

由 $a\parallel b$，不一定有 $\alpha\parallel\beta$，α 与 β 可能相交；

反之，由 $\alpha\parallel\beta$，可得 $a\parallel b$ 或 a 与 b 异面，

∴a，b 是两条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，且 $a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$，

则“$a\parallel b$“是“$\alpha\parallel\beta$”的既不充分也不必要条件.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查充分条件与必要条件的判断，考查面面平行的判定与性质，属于基础题.

5、C

【解析】

讨论当$a>1$时，$ax^2+2x+1>0$是否恒成立；讨论当$ax^2+2x+1>0$恒成立时，$a>1$是否成立，即可选出正确答案.

【详解】

解：当$a>1$时，$\Delta=4-4a<0$，由$y=ax^2+2x+1$开口向上，则$ax^2+2x+1>0$恒成立；

当$ax^2+2x+1>0$恒成立时，若$a=0$，则$2x+1>0$ 不恒成立，不符合题意，

若$a\neq 0$ 时，要使得$ax^2+2x+1>0$恒成立，则$\begin{cases}a>0\\ \Delta=4-4a<0\end{cases}$，即$a>1$.

所以“$a>1$”是“$ax^2+2x+1>0$恒成立”的充要条件.

故选:C.

【点睛】

本题考查了命题的关系，考查了不等式恒成立问题.对于探究两个命题的关系时，一般分成两步，若$p\Rightarrow q$，则推出p是q 的充分条件；若$q\Rightarrow p$，则推出p 是q 的必要条件.

6、B

【解析】

由圆C'过原点，知M,N中有一点M与原点重合，作出图形，由$|C'M|=|C'N|=\sqrt{3}$，$|MN|=\sqrt{6}$，得

$C'M\perp C'N$，从而直线MN倾斜角为$\frac{\pi}{4}$，写出 N 点坐标，代入抛物线方程求出参数p，可得F 点坐标，从而得三角形面积.

【详解】

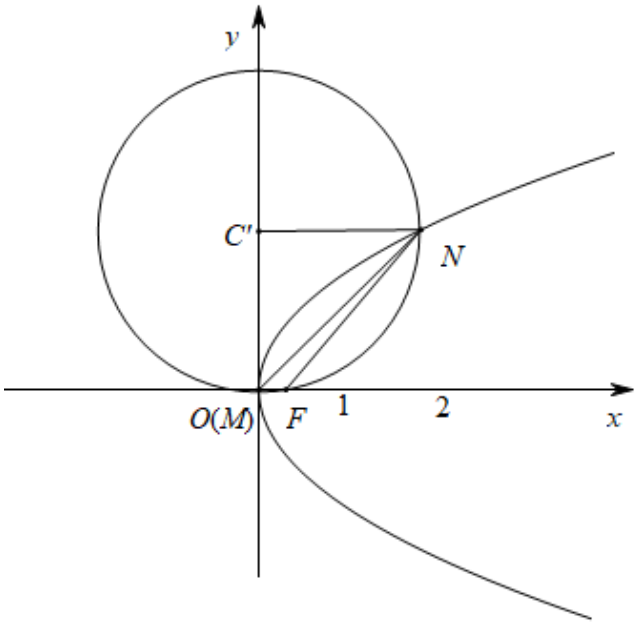
由题意圆C'过原点，所以原点是圆与抛物线的一个交点，不妨设为M，如图，

由于$|C'M|=|C'N|=\sqrt{3}$，$|MN|=\sqrt{6}$，$\therefore C'M\perp C'N$，$\therefore\angle C'MN=\frac{\pi}{4}$，$\angle NOx=\frac{\pi}{4}$，

$\therefore$点N坐标为$(\sqrt{3},\sqrt{3})$，代入抛物线方程得$(\sqrt{3})^2=2p\times\sqrt{3}$，$p=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore F(\frac{\sqrt{3}}{4},0)$，$S_{\Delta FMN}=\frac{1}{2}|MF|\times y_N=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{3}=\frac{3}{8}$.

故选：B.



【点睛】

本题考查抛物线与圆相交问题，解题关键是发现原点 O 是其中一个交点，从而 $\Delta MNC'$ 是等腰直角三角形，于是可得 N 点坐标，问题可解，如果仅从方程组角度研究两曲线交点，恐怕难度会大大增加，甚至没法求解.

7、B

【解析】

函数 $y=f(x)$ 的图象恒在 x 轴的上方，$\frac{e^x}{a}-x>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立.即 $\frac{e^x}{a}>x$，即函数 $y=\frac{e^x}{a}$ 的图象在直线 $y=x$ 上方，先求出两者相切时 a 的值，然后根据 a 变化时，函数 $y=\frac{e^x}{a}$ 的变化趋势，从而得 a 的范围.

【详解】

由题 $\frac{e^x}{a}-x>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立.即 $\frac{e^x}{a}>x$，

$y=\frac{e^x}{a}$ 的图象永远在 $y=x$ 的上方，

设 $y=\frac{e^x}{a}$ 与 $y=x$ 的切点 (x_0,y_0)，则 $\begin{cases}\frac{e^{x_0}}{a}=1\\ \frac{e^{x_0}}{a}=x_0\end{cases}$，解得 $a=e$，

易知 a 越小，$y=\frac{e^x}{a}$ 图象越靠上，所以 $0<a<e$.

故选：B.

【点睛】

本题考查函数图象与不等式恒成立的关系，考查转化与化归思想，首先函数图象转化为不等式恒成立，然后不等式恒成立再转化为函数图象，最后由极限位置直线与函数图象相切得出参数的值，然后得出参数范围.

8、C

【解析】

∵y=f（x+1）是偶函数，∴f（-x+1）=f（x+1），即函数 f（x）关于 x=1 对称.

∵当 x≥1 时，$f\left(x\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}-1$为减函数，∵f（$\log_3 2$）=f（$2-\log_3 2$）= f（$\log_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{2}}$）

且$-\log_{\sqrt{3}}\frac{1}{2}=\log_{\sqrt{3}}^{2}=\log_3 4$，$\log_3 4<\log_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{2}}<3$，∴b＞a＞c，

故选 C

9、D

【解析】

通过三角函数的对称性以及周期性，函数的最值判断选项的正误即可得到结果.

【详解】

解：$A:f(2\pi-x)=\cos(2\pi-x)\sin 2(2\pi-x)=-\cos x\sin 2x=-f(x)$，正确；

$B:f(-x)=\cos(-x)\sin 2(-x)=-\cos x\sin 2x=-f(x)$，为奇函数，周期函数，正确；

$C:f(\pi-x)=\cos(\pi-x)\sin 2(\pi-x)=\cos x\sin 2x=f(x)$，正确；

D：$y=2\sin x\cos^2 x=2\sin x-2\sin^3 x$，令$t=\sin x$，$t\in\left[-1,1\right]$则$g\left(t\right)=2t-2t^3$，$g'\left(t\right)=2-6t^2$，$t\in[-1,1]$，则

$-\frac{\sqrt{3}}{3}<t<\frac{\sqrt{3}}{3}$时$g'\left(t\right)>0$，$-1<t<-\frac{\sqrt{3}}{3}$或$1>t>\frac{\sqrt{3}}{3}$时$g'\left(t\right)<0$，即$g\left(t\right)$在$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$上单调递增，在

$\left(-1,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$和$\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$上单调递减；

且$g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{4\sqrt{3}}{9}$，$g\left(-1\right)=0$，$\therefore y_{max}=g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{4\sqrt{3}}{9}<\frac{\sqrt{3}}{2}$，故 D 错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查三角函数周期性和对称性的判断，利用导数判断函数最值，属于中档题.

10、B

【解析】

依题意，金箠由粗到细各尺重量构成一个等差数列，$a_1=4$则$a_5=2$，由此利用等差数列性质求出结果.

【详解】

设金箠由粗到细各尺重量依次所成得等差数列为$\{a_n\}$，设首项$a_1=4$，则$a_5=2$，$\therefore$公差$d=\frac{a_5-a_1}{5-1}=\frac{2-4}{5-1}=-\frac{1}{2}$，

$\therefore a_2=a_1+d=\frac{7}{2}$.

故选 B

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

11、B

【解析】

根据几何概型的概率公式求出对应面积之比即可得到结论.

【详解】

解：设大正方形的边长为 1，则小直角三角形的边长为$\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则小正方形的边长为$\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}$，小正方形的面积$S=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)^2=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则落在小正方形（阴影）内的米粒数大约为

$\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1\times1}\times500=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times500\approx(1-0.866)\times500=0.134\times500=67$，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查几何概型的概率的应用，求出对应的面积之比是解决本题的关键.

12、D

【解析】

利用交集的定义直接计算即可.

【详解】

$A=\{x\mid x\le2\}$，故$A\cap B=\{0,1,2\}$，

故选：D.

【点睛】

本题考查集合的交运算，注意常见集合的符号表示，本题属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/538106135120006075