

2017 年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

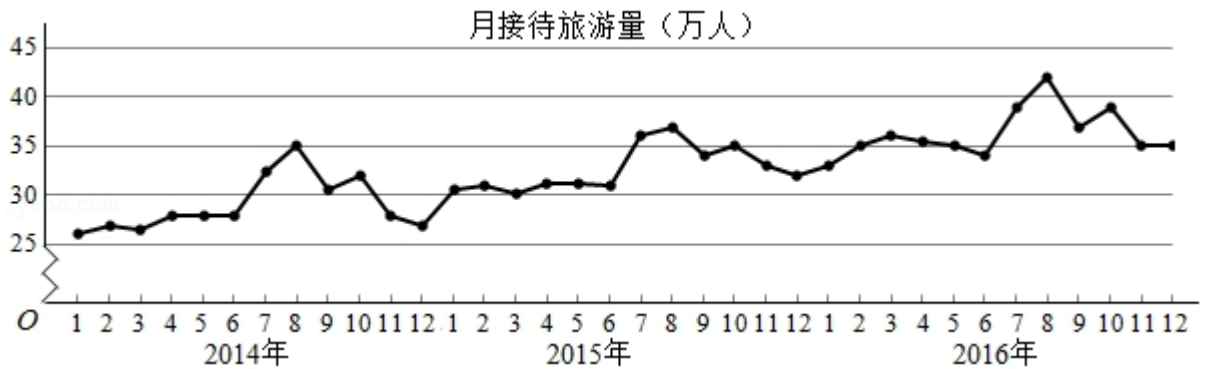
1. (5 分) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. (5 分) 复平面内表示复数 $z = i(-2 + i)$ 的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (5 分) 某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图。



根据该折线图，下列结论错误的是 ()

- A. 月接待游客量逐月增加
 B. 年接待游客量逐年增加
 C. 各年的月接待游客量高峰期大致在 7, 8 月
 D. 各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月，波动性更小，变化比较平稳

4. (5 分) 已知 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{4}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

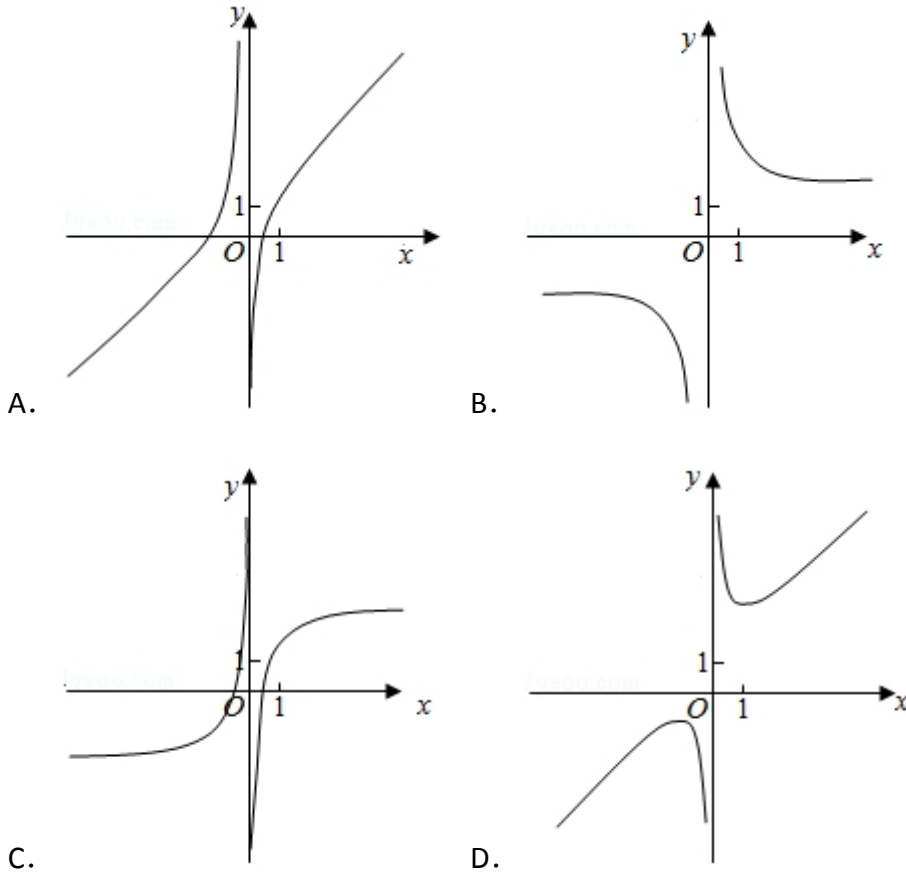
5. (5 分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x+2y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 则 $z = x - y$ 的取值范围是 ()

- A. $[-3, 0]$ B. $[-3, 2]$ C. $[0, 2]$ D. $[0, 3]$

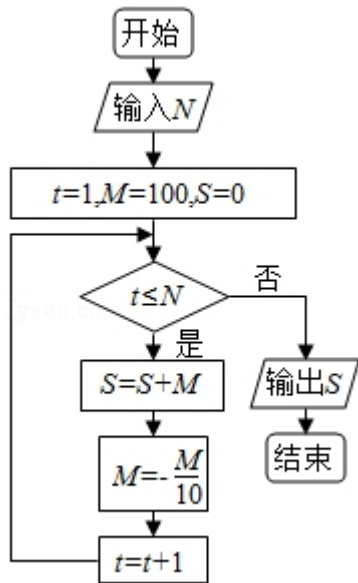
6. (5分) 函数 $f(x) = \frac{1}{5}\sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x - \frac{\pi}{6})$ 的最大值为 ()

- A. $\frac{6}{5}$ B. 1 C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

7. (5分) 函数 $y = 1 + x + \frac{\sin x}{x^2}$ 的部分图象大致为 ()



8. (5分) 执行如图的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为 ()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

9. (5分) 已知圆柱的高为1，它的两个底面的圆周在直径为2的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为 ()

- A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

10. (5分) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 CD 的中点，则 ()

- A. $A_1E \perp DC_1$ B. $A_1E \perp BD$ C. $A_1E \perp BC_1$ D. $A_1E \perp AC$

11. (5分) 已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 ,

且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx - ay + 2ab = 0$ 相切，则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

12. (5分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 $a =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

二、填空题

13. (5分) 已知向量 $\vec{a} = (-2, 3)$ ， $\vec{b} = (3, m)$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $m =$ _____.

14. (5分) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ ($a > 0$) 的一条渐近线方程为 $y = \frac{3}{5}x$ ，则 $a =$ _____.

15. (5分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $C=60^\circ, b=\sqrt{6}, c=3$, 则 $A=$ _____.

16. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$ 的 x 的取值范围是_____.

三、解答题

17. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \dots + (2n-1)a_n = 2n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{\frac{a_n}{2n+1}\}$ 的前 n 项和.

18. (12分) 某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 4 元, 售价每瓶 6 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: $^\circ\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为 300 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率.

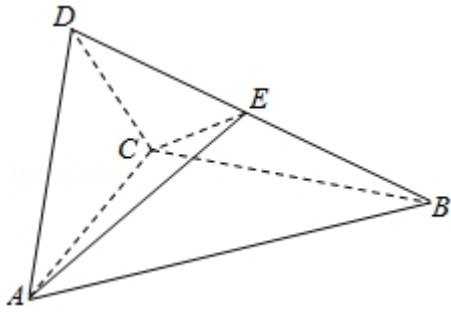
(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率;

(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时, 写出 Y 的所有可能值, 并估计 Y 大于零的概率.

19. (12分) 如图四面体 $ABCD$ 中， $\triangle ABC$ 是正三角形， $AD=CD$.

(1) 证明： $AC \perp BD$;

(2) 已知 $\triangle ACD$ 是直角三角形， $AB=BD$ ，若 E 为棱 BD 上与 D 不重合的点，且 $AE \perp EC$ ，求四面体 $ABCE$ 与四面体 $ACDE$ 的体积比.



20. (12分) 在直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=x^2+mx-2$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，

点 C 的坐标为 $(0, 1)$ ，当 m 变化时，解答下列问题：

(1) 能否出现 $AC \perp BC$ 的情况？说明理由；

(2) 证明过 A 、 B 、 C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为定值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 + (2a+1)x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 当 $a < 0$ 时，证明 $f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2$.

[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

22. (10 分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t \\ y=kt \end{cases}$, (t 为参数)

, 直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases} x=-2+m \\ y=\frac{m}{k} \end{cases}$, (m 为参数). 设 l_1 与 l_2 的交点为 P , 当 k

变化时, P 的轨迹为曲线 C .

(1) 写出 C 的普通方程;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 设 $l_3: \rho(\cos\theta + \sin\theta)$

$-\sqrt{2}=0$, M 为 l_3 与 C 的交点, 求 M 的极径.

[选修 4-5: 不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空, 求 m 的取值范围.

2017 年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. （5 分）已知集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$ ， $B=\{2, 4, 6, 8\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为（ ）
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】1E：交集及其运算.

【专题】11：计算题；37：集合思想；40：定义法；5J：集合.

【分析】利用交集定义先求出 $A \cap B$ ，由此能求出 $A \cap B$ 中元素的个数.

【解答】解：∵集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$ ， $B=\{2, 4, 6, 8\}$ ，

$$\therefore A \cap B = \{2, 4\},$$

∴ $A \cap B$ 中元素的个数为 2.

故选：B.

【点评】本题考查交集中元素个数的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意交集定义的合理运用.

2. （5 分）复平面内表示复数 $z=i(-2+i)$ 的点位于（ ）

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】A4：复数的代数表示法及其几何意义.

【专题】35：转化思想；5N：数系的扩充和复数.

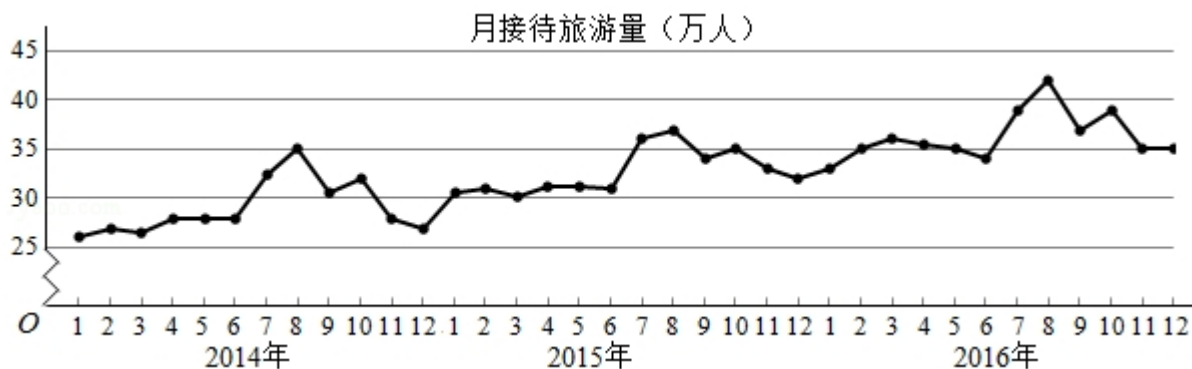
【分析】利用复数的运算法则、几何意义即可得出.

【解答】解： $z=i(-2+i)=-2i-1$ 对应的点 $(-1, -2)$ 位于第三象限.

故选：C.

【点评】 本题考查了复数的运算法则、几何意义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

3. (5分) 某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量(单位:万人)的数据，绘制了下面的折线图.



根据该折线图，下列结论错误的是 ()

- A. 月接待游客量逐月增加
- B. 年接待游客量逐年增加
- C. 各年的月接待游客量高峰期大致在7, 8月
- D. 各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

【考点】 2K: 命题的真假判断与应用; B9: 频率分布折线图、密度曲线.

【专题】 27: 图表型; 2A: 探究型; 5I: 概率与统计.

【分析】 根据已知中2014年1月至2016年12月期间月接待游客量(单位:万人)的数据，逐一分析给定四个结论的正误，可得答案.

【解答】 解: 由已知中2014年1月至2016年12月期间月接待游客量(单位:万人)的数据可得:

月接待游客量逐月有增有减，故A错误;

年接待游客量逐年增加，故B正确;

各年的月接待游客量高峰期大致在7, 8月，故C正确;

各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平

稳，故 D 正确；

故选：A.

【点评】 本题考查的知识点是数据的分析，命题的真假判断与应用，难度不大，属于基础题.

4. (5分) 已知 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{4}{3}$ ，则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

【考点】 GS: 二倍角的三角函数.

【专题】 11: 计算题; 35: 转化思想; 40: 定义法; 56: 三角函数的求值.

【分析】 由条件，两边平方，根据二倍角公式和平方关系即可求出.

【解答】 解: $\because \sin\alpha - \cos\alpha = \frac{4}{3}$,

$$\therefore (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - 2\sin\alpha\cos\alpha = 1 - \sin 2\alpha = \frac{16}{9},$$

$$\therefore \sin 2\alpha = -\frac{7}{9},$$

故选：A.

【点评】 本题考查了二倍角公式，属于基础题.

5. (5分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x+2y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 则 $z=x-y$ 的取值范围是 ()

- A. $[-3, 0]$ B. $[-3, 2]$ C. $[0, 2]$ D. $[0, 3]$

【考点】 7C: 简单线性规划.

【专题】 11: 计算题; 31: 数形结合; 35: 转化思想; 5T: 不等式.

【分析】 画出约束条件的可行域，利用目标函数的最优解求解目标函数的范围即可.

【解答】 解: x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x+2y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的可行域如图:

目标函数 $z=x-y$ ，经过可行域的 A, B 时，目标函数取得最值，

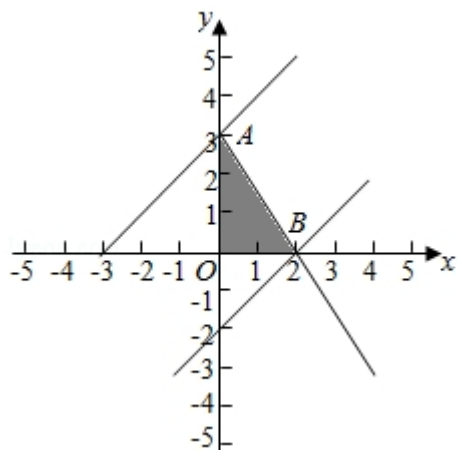
$$\text{由} \begin{cases} x=0 \\ 3x+2y-6=0 \end{cases} \text{解得 A (0, 3),}$$

$$\text{由} \begin{cases} y=0 \\ 3x+2y-6=0 \end{cases} \text{解得 B (2, 0),}$$

目标函数的最大值为：2，最小值为：-3，

目标函数的取值范围：[-3, 2].

故选：B.



【点评】 本题考查线性规划的简单应用，目标函数的最优解以及可行域的作法是解题的关键.

6. (5分) 函数 $f(x) = \frac{1}{5}\sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x - \frac{\pi}{6})$ 的最大值为 ()

A. $\frac{6}{5}$

B. 1

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{1}{5}$

【考点】 HW: 三角函数的最值.

【专题】 11: 计算题; 35: 转化思想; 49: 综合法; 57: 三角函数的图像与性质

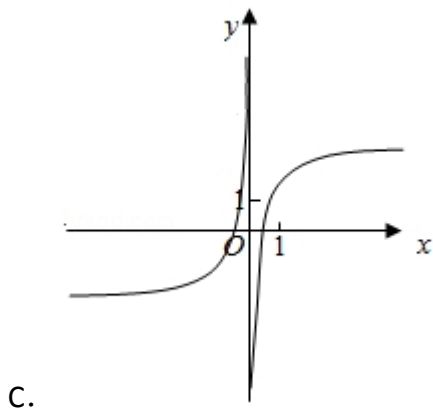
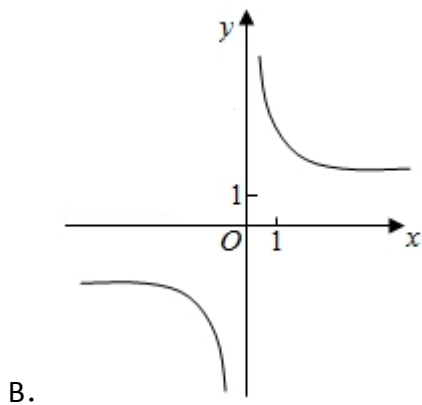
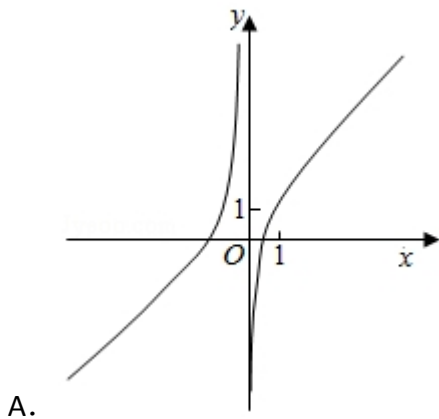
【分析】 利用诱导公式化简函数的解析式，通过正弦函数的最值求解即可.

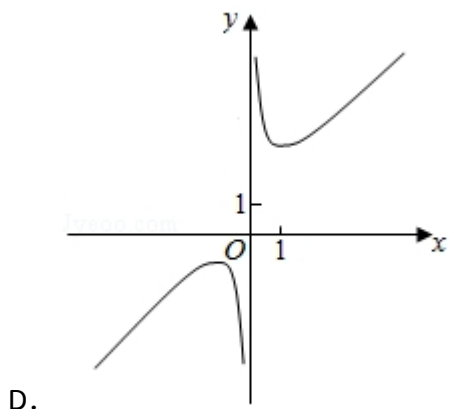
$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 函数 } f(x) &= \frac{1}{5}\sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{5}\sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(-x + \\ &\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{5}\sin(x + \frac{\pi}{3}) + \sin(x + \frac{\pi}{3}) \\ &= \frac{6}{5}\sin(x + \frac{\pi}{3}) \leq \frac{6}{5}. \end{aligned}$$

故选：A.

【点评】 本题考查诱导公式的应用，三角函数的最值，正弦函数的有界性，考查计算能力.

7. (5分) 函数 $y=1+x+\frac{\sin x}{x^2}$ 的部分图象大致为 ()





【考点】 3A: 函数的图象与图象的变换.

【专题】 11: 计算题; 31: 数形结合; 35: 转化思想; 51: 函数的性质及应用.

【分析】 通过函数的解析式, 利用函数的奇偶性的性质, 函数的图象经过的特殊点判断函数的图象即可.

【解答】 解: 函数 $y=1+x+\frac{\sin x}{x^2}$, 可知: $f(x)=x+\frac{\sin x}{x^2}$ 是奇函数, 所以函数的图象关于原点对称,

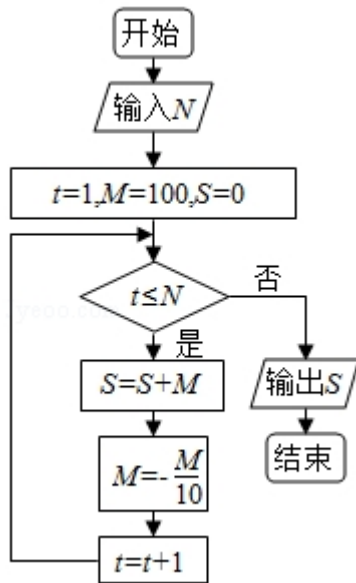
则函数 $y=1+x+\frac{\sin x}{x^2}$ 的图象关于 $(0, 1)$ 对称,

当 $x \rightarrow 0^+$, $f(x) > 0$, 排除 A、C, 当 $x=\pi$ 时, $y=1+\pi$, 排除 B.

故选: D.

【点评】 本题考查函数的图象的判断, 函数的奇偶性以及特殊点是常用方法.

8. (5 分) 执行如图的程序框图, 为使输出 S 的值小于 91, 则输入的正整数 N 的最小值为 ()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

【考点】EF：程序框图.

【专题】11：计算题；39：运动思想；49：综合法；5K：算法和程序框图.

【分析】通过模拟程序，可得到 S 的取值情况，进而可得结论.

【解答】解：由题可知初始值 $t=1$, $M=100$, $S=0$,

要使输出 S 的值小于 91，应满足“ $t \leq N$ ”，

则进入循环体，从而 $S=100$, $M=-10$, $t=2$,

要使输出 S 的值小于 91，应接着满足“ $t \leq N$ ”，

则进入循环体，从而 $S=90$, $M=1$, $t=3$,

要使输出 S 的值小于 91，应不满足“ $t \leq N$ ”，跳出循环体，

此时 N 的最小值为 2，

故选：D.

【点评】本题考查程序框图，判断出什么时候跳出循环体是解决本题的关键，注意解题方法的积累，属于中档题.

9. (5分) 已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为 ()

- A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

【考点】 LF: 棱柱、棱锥、棱台的体积； LR: 球内接多面体.

【专题】 11: 计算题； 34: 方程思想； 40: 定义法； 5Q: 立体几何.

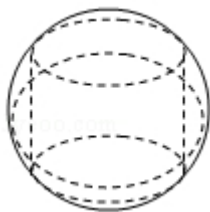
【分析】 推导出该圆柱底面圆周半径 $r = \sqrt{1^2 - (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 由此能求出该圆柱的体积.

【解答】 解: \because 圆柱的高为 1, 它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上,

$$\therefore \text{该圆柱底面圆周半径 } r = \sqrt{1^2 - (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{该圆柱的体积: } V = Sh = \pi \times (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 \times 1 = \frac{3\pi}{4}.$$

故选: B.



【点评】 本题考查圆柱的体积的求法, 考查圆柱、球等基础知识, 考查推理论证能力、运算求解能力、空间想象能力, 考查化归与转化思想, 是中档题.

10. (5分) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CD 的中点, 则 ()

- A. $A_1E \perp DC_1$ B. $A_1E \perp BD$ C. $A_1E \perp BC_1$ D. $A_1E \perp AC$

【考点】 LO: 空间中直线与直线之间的位置关系.

【专题】 11: 计算题； 31: 数形结合； 41: 向量法； 5G: 空间角.

【分析】 法一: 连 B_1C , 推导出 $BC_1 \perp B_1C$, $A_1B_1 \perp BC_1$, 从而 $BC_1 \perp$ 平面 A_1ECB_1 , 由此得到 $A_1E \perp BC_1$.

法二: 以 D 为原点, DA 为 x 轴, DC 为 y 轴, DD_1 为 z 轴, 建立空间直角坐标系, 利用向量法能求出结果.

【解答】 解: 法一: 连 B_1C , 由题意得 $BC_1 \perp B_1C$,

$\because A_1B_1 \perp$ 平面 B_1BCC_1 , 且 $BC_1 \subset$ 平面 B_1BCC_1 ,

$$\therefore A_1B_1 \perp BC_1,$$

$$\therefore A_1B_1 \cap B_1C_1 = B_1,$$

$$\therefore BC_1 \perp \text{平面 } A_1ECB_1,$$

$$\therefore A_1E \subset \text{平面 } A_1ECB_1,$$

$$\therefore A_1E \perp BC_1.$$

故选：C.

法二：以 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DD₁ 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

设正方体 ABCD- A₁B₁C₁D₁ 中棱长为 2，

则 A₁ (2, 0, 2)，E (0, 1, 0)，B (2, 2, 0)，D (0, 0, 0)，C₁ (0, 2, 2)，A (2, 0, 0)，C (0, 2, 0)，

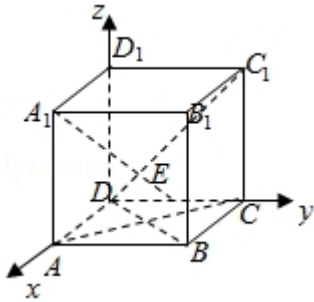
$$\overrightarrow{A_1E} = (-2, 1, -2), \quad \overrightarrow{DC_1} = (0, 2, 2), \quad \overrightarrow{BD} = (-2, -2, 0),$$

$$\overrightarrow{BC_1} = (-2, 0, 2), \quad \overrightarrow{AC} = (-2, 2, 0),$$

$$\therefore \overrightarrow{A_1E} \cdot \overrightarrow{DC_1} = -2, \quad \overrightarrow{A_1E} \cdot \overrightarrow{BD} = 2, \quad \overrightarrow{A_1E} \cdot \overrightarrow{BC_1} = 0, \quad \overrightarrow{A_1E} \cdot \overrightarrow{AC} = 6,$$

$$\therefore A_1E \perp BC_1.$$

故选：C.



【点评】 本题考查线线垂直的判断，是中档题，解题时要认真审题，注意向量法的合理运用.

11. (5分) 已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A₁, A₂,

且以线段 A₁A₂ 为直径的圆与直线 $bx - ay + 2ab = 0$ 相切，则 C 的离心率为()

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/538113012012006033>