

专题 03 菱形的性质和判定（四大类型）

题型归纳

【
题

【题型 1 菱形的概念和性质】

【题型 2 菱形的面积】

【题型 3 菱形的判定】

【题型 4 菱形的性质与判定综合】

题型专练

【题型 1 菱形的概念和性质】

1. （2023 春•光泽县期中）菱形具有而平行四边形不一定具有的性质是（ ）

- A. 对角相等
- B. 对角线相等
- C. 对角线互相平分
- D. 对角线互相垂直

【答案】D

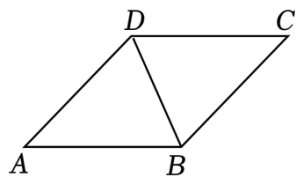
【解答】解：∵菱形具有的性质有：四边相等，两组对边平行且相等，两组对角分别相等，对角线互相平分，对角线互相垂直；

平行四边形的性质有：两组对边分别平行且相等，两组对角分别相等，对角线互相平分，

∴菱形具有而平行四边形不一定具有的性质是四边相等，对角线互相垂直，

故选：D.

2. （2023 春•中阳县月考）如图，BD 为菱形 ABCD 的对角线，已知 $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数为（ ）



- A. 130°
- B. 50°
- C. 55°
- D. 65°

【答案】D

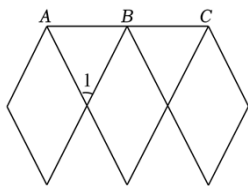
【解答】解：∵四边形 ABCD 是菱形，

∴ $\angle A = \angle C = 50^\circ$ ， $BC = CD$ ，

∴ $\angle BDC = \angle CBD = 65^\circ$ ，

故选：D.

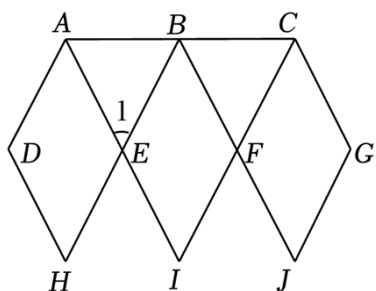
3. （2023 春•涵江区期中）如图所示的是菱形网格窗的一部分（网格窗中每个菱形边长相同），若两个固定点间的距离 $AB=BC=24\text{cm}$ ， $\angle 1=60^\circ$ ，则每个小菱形的边长为（ ）



- A. 12cm B. 24cm C. 16cm D. 20cm

【答案】B

【解答】解：如图：



$\because$ 四边形 $ADHE$ 和四边形 $BEIF$ 是全等的菱形，

$\therefore AD=AE=BE$ ，

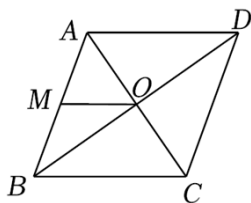
又 $\because \angle 1=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，

$\therefore AE=BE=AB=24\text{cm}$ ，

故选：B.

4. （2023 春•抚顺期中）如图，菱形 $ABCD$ 的一边中点 M 到对角线交点 O 的距离为 10cm ，则菱形 $ABCD$ 的周长为（ ）



- A. 40cm B. 60cm C. 80cm D. 100cm

【答案】C

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB=AD=CD=BC$ ， $BO=DO$ ，

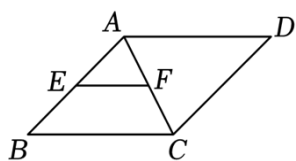
又 $\because$ 点 M 是 AB 的中点，

$\therefore AD=2OM=20\text{cm}$ ，

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的周长 $=4 \times 20 = 80 (\text{cm})$ ，

故选：C.

5. (2023•郸城县模拟) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AB, AC 的中点, 若菱形 $ABCD$ 的周长为 16, 则 EF 的长度为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AB=AD=CB=CD,$$

$\because$ 菱形 $ABCD$ 的周长为 16,

$$\therefore AB=AD=CB=CD=4BC=16,$$

$$\therefore BC=4,$$

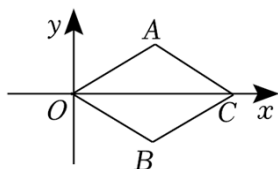
$\because E, F$ 分别为 AB, AC 的中点,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore EF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 4=2,$$

故选: B.

6. (2023 春•丰南区期中) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OACB$ 的顶点 C 的坐标是 $(6, 0)$, 点 A 的纵坐标是 1, 则点 B 的坐标是 ()



- A. $(3, 1)$ B. $(3, -1)$ C. $(1, -3)$ D. $(1, 3)$

【答案】B

【解答】解: $\because$ 菱形 $OACB$ 的顶点 C 的坐标是 $(6, 0)$,

$\therefore$ 点 A , 点 B 的横坐标为 3,

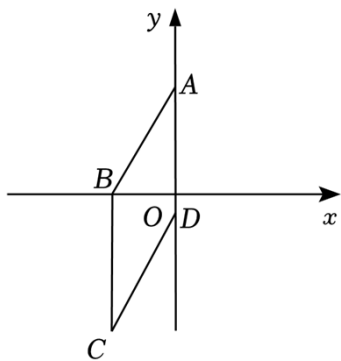
$\because$ 点 A 的纵坐标是 1,

$\therefore$ 点 B 的纵坐标为 -1,

$\therefore$ 点 $B(3, -1)$,

故选: B.

7. (2023 春•濮阳期末) 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, 已知 $A(0, 4)$, $B(-3, 0)$. 则点 C 的坐标是 ()



- A. $(-3, -4)$ B. $(-2, -4)$ C. $(-3, -5)$ D. $(-4, -5)$

【答案】C

【解答】解：∵ $A(0, 4)$ ， $B(-3, 0)$ ．

$$\therefore OA=4, OB=3,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

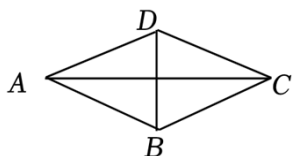
$$\therefore BC=AB=5, BC \parallel AD,$$

∵ C 点在第三象限，

$$\therefore C(-3, -5) .$$

故选：C．

8. （2023 春•江油市期末）如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $\angle ACD=30^\circ$ ， $BD=8$ ，则 $CD=$ （ ）



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

【答案】D

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore \angle BCA = \angle ACD, DC=BC,$$

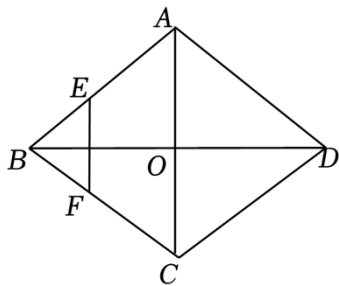
$$\therefore \angle BCD = 2\angle ACD = 2 \times 30^\circ = 60^\circ ,$$

∴ $\triangle BCD$ 是等边三角形，

$$\therefore CD=BD=8.$$

故选：D．

9. （2023 春•应城市期中）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ，点 E ， F 分别是 AB ， BC 边上的中点，连接 EF ，若 $EF=\sqrt{3}$ ， $BD=4$ ，则菱形 $ABCD$ 的周长为（ ）



- A. $4\sqrt{7}$ B. $4\sqrt{6}$ C. 4 D. 28

【答案】A

【解答】解：∵点E，F分别是AB，BC边上的中点，

∴EF是△ABC的中位线，

$$\therefore AC=2EF=2\sqrt{3},$$

∵四边形ABCD是菱形，BD=4，

$$\therefore AB=BC=CD=AD, OA=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}, OB=\frac{1}{2}BD=2, AC\perp BD,$$

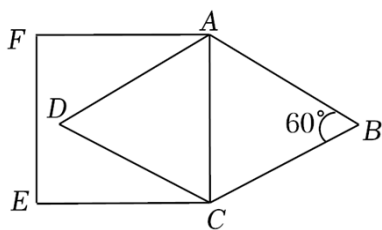
$$\therefore \angle AOB=90^\circ,$$

$$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{7},$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的周长}=4AB=4\sqrt{7},$$

故选：A.

10. (2023春•南召县期末)如图，在菱形ABCD中， $\angle B=60^\circ$ ，AB=2，则以AC为一边的正方形ACEF的周长为()



- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

【答案】B

【解答】解：∵四边形ABCD为菱形，

$$\therefore AB=BC,$$

$$\therefore \angle B=60^\circ,$$

∴△ABC为等边三角形，

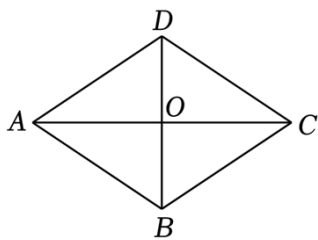
$$\therefore AC=AB=2,$$

$$\therefore \text{以 } AC \text{ 为一边的正方形 } ACEF \text{ 的周长为: } 4AB=4\times 2=8.$$

故选：B.

【题型 2 菱形的面积】

11. (2023 春·漳州期末) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AC=8$, $BD=6$, 则菱形的面积为 ()



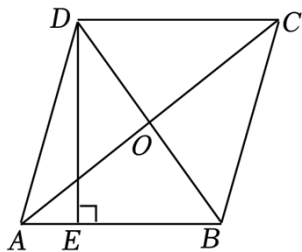
- A. 48 B. 40 C. 24 D. 20

【答案】C

【解答】解: 菱形的面积为 $6 \times 8 \div 2 = 24$,

故选: C.

12. (2023 春·樊城区期末) 如图, 菱形 $ABCD$ 面积为 24, 对角线 $AC=8$, $DE \perp AB$ 于点 E , 则 $DE=$ ()



- A. 3 B. 4 C. $\frac{12}{5}$ D. $\frac{24}{5}$

【答案】D

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 $AC=8$,

$$\therefore OA=OC=\frac{1}{2}AC=4, \quad OB=OD=\frac{1}{2}BD, \quad AC \perp BD,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 8 \cdot BD = 24,$$

$$\therefore BD=6,$$

$$\therefore OB=3,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

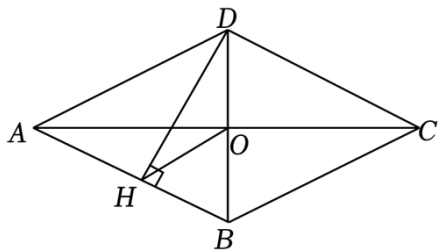
$$\text{又} \because S_{\text{菱形}ABCD} = AB \cdot DE = 24,$$

$$\therefore 5DE = 24,$$

$$\text{解得: } DE = \frac{24}{5},$$

故选: D.

13. (2023 春·陕西期末) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H . 连接 OH , 若 $OA=4$, $OH=2$, 则菱形 $ABCD$ 的面积为 ()



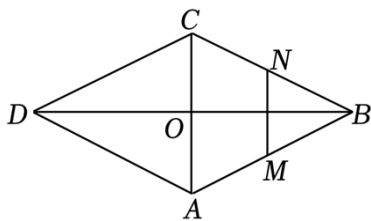
- A. 8 B. 16 C. 24 D. 3

【答案】B

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，
 $\therefore OA=OC, OB=OD, AC \perp BD$ ，
 $\because DH \perp AB$ ，
 $\therefore \angle BHD = 90^\circ$ ，
 $\therefore BD = 2OH$ ，
 $\because OH = 2$ ，
 $\therefore BD = 4$ ，
 $\because OA = 4$ ，
 $\therefore AC = 8$ ，
 $\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积 $= \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ 。

故选：B。

14. （2023 春•重庆期末）如图，点 O 为菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 的交点，点 M, N 分别为边 AB, BC 的中点，连接 MN ，若 $MN=2, BD=4\sqrt{3}$ ，则菱形的面积为（ ）



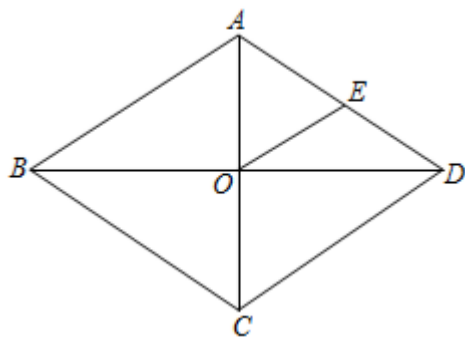
- A. $16\sqrt{3}$ B. 12 C. $8\sqrt{3}$ D. 16

【答案】C

【解答】解：∵ M, N 是 AB 和 BC 的中点，即 MN 是 $\triangle ABC$ 的中位线，
 $\therefore AC = 2MN = 4$ ，
 $\therefore$ 菱形的面积 $= \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ ，

故选：C。

15. (2023 春•廊坊期末) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 交于点 O , E 为边 AD 的中点, $OE=5$, $OB=8$, 则菱形 $ABCD$ 的面积为 ()



- A. 48 B. 96 C. 120 D. 128

【答案】B

【解答】解: $\because$ 菱形的对角线、 BD 交于点 O , $OB=8$,

$$\therefore OA=OC, OD=OB, AC \perp BD,$$

$$\therefore BD=2OB=16,$$

$$\because E \text{ 为边 } AD \text{ 的中点}, OE=5,$$

$$\therefore AD=2OE=10,$$

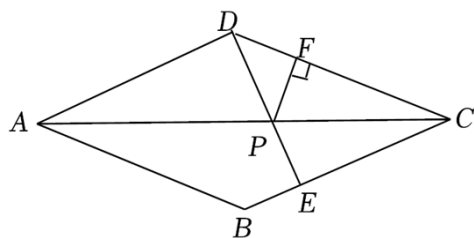
$$\therefore AO = \sqrt{AD^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore AC=2OA=12,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96,$$

故选: B.

16. (2023•西安三模) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle DAB=45^\circ$, $DE \perp BC$ 于点 E , 交对角线 AC 于点 P , 过点 P 作 $PF \perp CD$ 于点 F . 若 $\triangle PDF$ 的周长为 8. 则菱形 $ABCD$ 的面积为 ()



- A. 16 B. $16\sqrt{2}$ C. 32 D. $32\sqrt{2}$

【答案】D

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore BC=CD, \angle BCD = \angle BAD, \angle ACB = \angle ACD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\therefore DE \perp BC,$$

$\therefore \triangle CDE$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle CDE = 45^\circ, CD = \sqrt{2}DE,$$

$$\therefore PF \perp CD,$$

$\therefore \triangle DPF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore PF = DF, PD = \sqrt{2}PF,$$

设 $PF = DF = x$, 则 $PD = \sqrt{2}x$,

$\therefore \triangle PDF$ 的周长为 8,

$$\therefore x + x + \sqrt{2}x = 8,$$

解得: $x = 8 - 4\sqrt{2}$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ACD, DE \perp BC, PF \perp CD,$$

$$\therefore PE = PF = x,$$

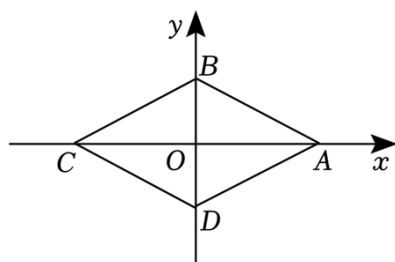
$$\therefore DE = x + \sqrt{2}x = (1 + \sqrt{2}) \times (8 - 4\sqrt{2}) = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore BC = CD = \sqrt{2}DE = 8,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积} = BC \times DE = 8 \times 4\sqrt{2} = 32\sqrt{2},$$

故选: D.

17. (2023•河西区一模) 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, A, B 两点的坐标分别是 $(\sqrt{3}, 0), (0, 1)$, 点 C, D 在坐标轴上, 则菱形 $ABCD$ 的面积等于 ()



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $4\sqrt{3}$

【答案】C

【解答】解: $\because A, B$ 两点的坐标分别是 $(\sqrt{3}, 0), (0, 1)$,

$$\therefore OA = \sqrt{3}, OB = 1,$$

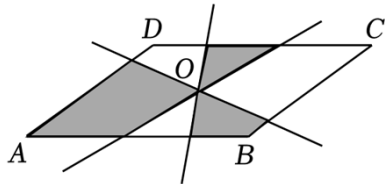
$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$$\therefore AC = 2AO = 2\sqrt{3}, BD = 2BO = 2,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3},$$

故选：C.

18. (2022 秋•峰峰矿区校级期末) 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, O 是两条对角线的交点, 过 O 点的三条直线将菱形分成阴影和空白部分. 当菱形的两条对角线的长分别为 6 和 8 时, 则阴影部分的面积为()



- A. 48 B. 24 C. 12 D. 6

【答案】C

【解答】解: $\because$ 菱形的两条对角线的长分别为 6 和 8,

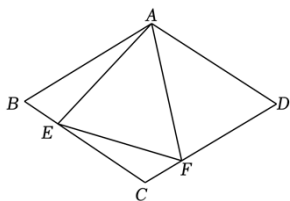
$$\therefore \text{菱形的面积} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24,$$

$\because O$ 是菱形两条对角线的交点,

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2} \times 24 = 12.$$

故选：C.

19. (2023•三亚模拟) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $\angle BAD=120^\circ$, $\triangle AEF$ 为等边三角形, 点 E, F 分别在菱形的边 BC, CD 上滑动, 且 E, F 不与 B, C, D 重合, 则四边形 $AECF$ 的面积是()



- A. 4 B. $4\sqrt{3}$ C. 8 D. $8\sqrt{3}$

【答案】B

【解答】解: 连接 AC , 如图所示,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD=120^\circ$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$, $BC = AB = 4$,

$\therefore \angle 1 + \angle EAC = 60^\circ$, $\angle 3 + \angle EAC = 60^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

$\because \angle BAD = 120^\circ$, $BC \parallel AD$,

$\therefore \angle ABC = \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle 4 = 60^\circ, AC = AB,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 3 \\ AB = AC \\ \angle ABC = \angle 4 \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF \text{ (ASA)}.$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACF},$$

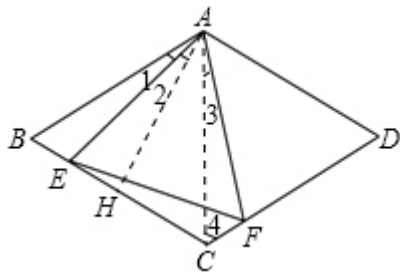
故 $S_{\text{四边形} AECF} = S_{\triangle AEC} + S_{\triangle ACF} = S_{\triangle AEC} + S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABC}$, 是定值,

过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H , 则 $BH = \frac{1}{2}BC = 2$,

$$\therefore AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$S_{\text{四边形} AECF} = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3},$$

故选: B .



【题型 3 菱形的判定】

20. (2023 秋•垣曲县期中) 下列选项中能使平行四边形 $ABCD$ 成为菱形的是 ()

A. $AB = CD$

B. $AB = BC$

C. $\angle BAD = 90^\circ$

D. $AC = BD$

【答案】 B

【解答】解: A 、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB = CD$, 故选项 A 不符合题意;

B 、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB = BC$,

$\therefore \square ABCD$ 为菱形, 故选项 B 符合题意;

C 、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \square ABCD$ 为矩形, 故选项 C 不符合题意;

D 、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AC = BD$,

$\therefore \square ABCD$ 为矩形, 故选项 D 不符合题意;

故选: B .

21. (2023 春•荔城区校级期末) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/545044200340011340>