

江西省九江第一中学 2024 届高中毕业年级第三次质量预测数学试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

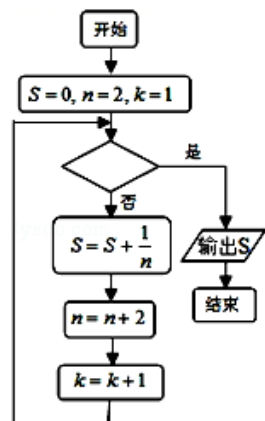
1. M 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点， N 是圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 的对称圆上的一点，则 $|MN|$ 最小值是（ ）

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2} - 1$ B. $\sqrt{3} - 1$ C. $2\sqrt{2} - 1$ D. $\frac{3}{2}$

2. 记 n 个两两无交集的区间的并集为 n 阶区间如 $(-\infty, 1] \cup [2, 3]$ 为 2 阶区间，设函数 $f(x) = \frac{x}{\ln|x|}$ ，则不等式 $f[f(x)] + 3 \leq 0$ 的解集为（ ）

- A. 2 阶区间 B. 3 阶区间 C. 4 阶区间 D. 5 阶区间

3. 如图是计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$ 值的一个程序框图，其中判断框内应填入的条件是（ ）



- A. $k \geq 5$
 B. $k < 5$
 C. $k > 5$
 D. $k \leq 6$

4. 在 $\triangle ABC$ 中， D 在边 AC 上满足 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ ， E 为 BD 的中点，则 $\overrightarrow{CE} =$ （ ）。

- A. $\frac{7}{8}\overrightarrow{BA} - \frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$ B. $\frac{3}{8}\overrightarrow{BA} - \frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$ C. $\frac{3}{8}\overrightarrow{BA} + \frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$ D. $\frac{7}{8}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$

5. 已知函数 $f(x) = \log_2 \left(\frac{1}{|x|} + 1 \right) + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 3}$, 则不等式 $f(\lg x) > 3$ 的解集为 ()

- A. $\left(\frac{1}{10}, 10 \right)$ B. $\left(-\infty, \frac{1}{10} \right) \cup (10, +\infty)$ C. $(1, 10)$ D. $\left(\frac{1}{10}, 1 \right) \cup (1, 10)$

6. 已知复数 z 满足 $\frac{1}{z} = 1 - i$, 则 $\bar{z} =$ ()

- A. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ B. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

7. 甲、乙、丙三人参加某公司的面试, 最终只有一人能够被该公司录用, 得到面试结果以后甲说: 丙被录用了; 乙说: 甲被录用了; 丙说: 我没被录用. 若这三人中仅有一人说法错误, 则下列结论正确的是 ()

- A. 丙被录用了 B. 乙被录用了 C. 甲被录用了 D. 无法确定谁被录用了

8. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线交椭圆 C 于 A, B 两点, 若

$\angle ABF_2 = 90^\circ$, 且 $\triangle ABF_2$ 的三边长 $|BF_2|, |AB|, |AF_2|$ 成等差数列, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 已知复数 z 满足: $zi = 3 + 4i$ (i 为虚数单位), 则 $\bar{z} =$ ()

- A. $4 + 3i$ B. $4 - 3i$ C. $-4 + 3i$ D. $-4 - 3i$

10. 若复数 z 满足 $(1-i)z = -1 + 2i$, 则 $|\bar{z}| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

11. 若复数 $\frac{2a+2i}{1+i}$ ($a \in \mathbb{R}$) 是纯虚数, 则复数 $2a+2i$ 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

12. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$; 命题 $q: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 2^x$, 则下列命题中为真命题的是 ()

- A. $p \wedge q$ B. $\neg p \wedge q$ C. $p \wedge \neg q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 执行以下语句后, 打印纸上打印出的结果应是: _____.

```

i ← 1
x ← 4
While i < 10
  x ← x + 2i
  i ← i + 3
End While
Print “x = ” x

```

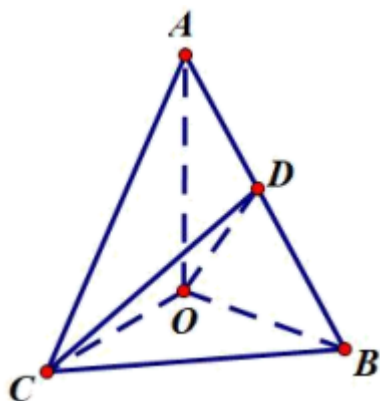
14. 已知圆柱的两个底面的圆周在同一个球的球面上，圆柱的高和球半径均为 2，则该圆柱的底面半径为_____.

15. 等腰直角三角形 ABC 内有一点 P ， $PA=1$ ， $PB=\sqrt{2}$ ， $PC=2$ ， $\angle A=90^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 面积为_____.

16. 圆心在曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0, k > 0)$ 上的圆中，存在与直线 $2x + y + 1 = 0$ 相切且面积为 5π 的圆，则当 k 取最大值时，该圆的标准方程为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，在 $\triangle AOB$ 中，已知 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ ， $\angle BAO = \frac{\pi}{6}$ ， $AB = 4$ ， D 为线段 AB 的中点， $\triangle AOC$ 是由 $\triangle AOB$ 绕直线 AO 旋转而成，记二面角 $B-AO-C$ 的大小为 θ .



(1) 当平面 $COD \perp$ 平面 AOB 时，求 θ 的值；

(2) 当 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 时，求二面角 $B-OD-C$ 的余弦值.

18. (12 分) 某百货商店今年春节期间举行促销活动，规定消费达到一定标准的顾客可进行一次抽奖活动，随着抽奖活动的有效开展，参与抽奖活动的人数越来越多，该商店经理对春节前 7 天参加抽奖活动的人数进行统计， y 表示第 x 天参加抽奖活动的人数，得到统计表格如下：

x	1	2	3	4	5	6	7
y	5	8	8	10	14	15	17

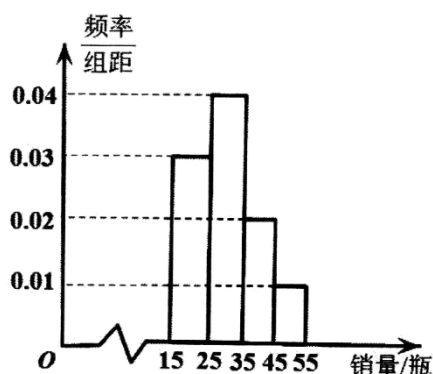
(1) 经过进一步统计分析，发现 y 与 x 具有线性相关关系。请根据上表提供的数据，用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ；

(2) 该商店规定：若抽中“一等奖”，可领取 600 元购物券；抽中“二等奖”可领取 300 元购物券；抽中“谢谢惠顾”，则没有购物券。已知一次抽奖活动获得“一等奖”的概率为 $\frac{1}{6}$ ，获得“二等奖”的概率为 $\frac{1}{3}$

．现有张、王两位先生参与了本次活动，且他们是否中奖相互独立，求此二人所获购物券总金额 X 的分布列及数学期望．

参考公式：
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}, \quad \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 364, \quad \sum_{i=1}^7 x_i^2 = 140.$$

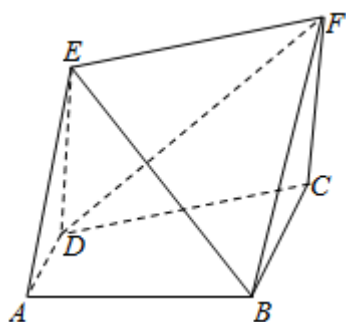
19. (12 分) 某早餐店对一款新口味的酸奶进行了一段时间试销，定价为 5 元/瓶. 酸奶在试销售期间足量供应，每天的销售数据按照 $[15, 25]$, $(25, 35]$, $(35, 45]$, $(45, 55]$ 分组，得到如下频率分布直方图，以不同销量的频率估计概率.



- (1) 从试销售期间任选三天，求其中至少有一天的酸奶销量大于 35 瓶的概率；
- (2) 试销结束后，这款酸奶正式上市，厂家只提供整箱批发：大箱每箱 50 瓶，批发成本 75 元；小箱每箱 30 瓶，批发成本 60 元. 由于酸奶保质期短，当天未卖出的只能作废. 该早餐店以试销售期间的销量作为参考，决定每天仅批发一箱（计算时每个分组取中间值作为代表，比如销量为 $(45, 55]$ 时看作销量为 50 瓶）.
 - ① 设早餐店批发一大箱时，当天这款酸奶的利润为随机变量 X ，批发一小箱时，当天这款酸奶的利润为随机变量 Y ，求 X 和 Y 的分布列和数学期望；
 - ② 以利润作为决策依据，该早餐店应每天批发一大箱还是一小箱？

注：销售额=销量×定价；利润=销售额-批发成本.

20. (12 分) 如图所示，直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD \perp AB$ ， $AB = BC = 2AD = 2$ ，四边形 $EDCF$ 为矩形， $CF = \sqrt{3}$ ，平面 $EDCF \perp$ 平面 $ABCD$.



(1)求证: $DF \perp$ 平面 ABE ;

(2)求平面 ABE 与平面 EFB 所成锐二面角的余弦值.

(3)在线段 DF 上是否存在点 P, 使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 若存在, 求出线段 BP 的长, 若不存在, 请说明理由.

21. (12 分) 以平面直角坐标系 xOy 的原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 且在两种坐标系中取相同的长度单位,

建立极坐标系, 已知曲线 $C_1: \rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$, 曲线 $C_2: \begin{cases} x = \cos 2\theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 求曲线 C_1, C_2 交点的直角坐标.

22. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a = b \cos C + c \sin B$.

(1) 求 B 的值;

(2) 设 $\angle BAC$ 的平分线 AD 与边 BC 交于点 D , 已知 $AD = \frac{17}{7}$, $\cos A = -\frac{7}{25}$, 求 b 的值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、C

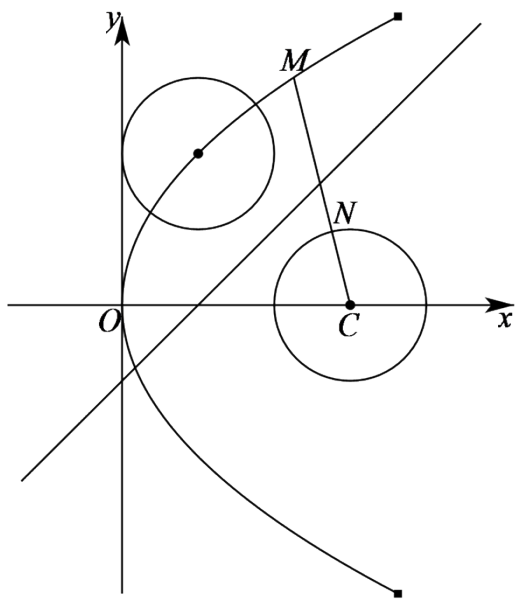
【解析】

求出点 $(1, 2)$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 的对称点 C 的坐标, 进而可得出圆 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 的

对称圆 C 的方程, 利用二次函数的基本性质求出 $|MC|$ 的最小值, 由此可得出 $|MN|_{\min} = |MC|_{\min} - 1$, 即可得解.

【详解】

如下图所示:



设点 $(1, 2)$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 的对称点为点 $C(a, b)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{a+1}{2} - \frac{b+2}{2} - 1 = 0 \\ \frac{b-2}{a-1} = -1 \end{cases}, \text{整理得} \begin{cases} a-b-3=0 \\ a+b-3=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=3 \\ b=0 \end{cases}, \text{即点 } C(3, 0),$$

所以, 圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 的对称圆 C 的方程为 $(x-3)^2 + y^2 = 1$,

$$\text{设点 } M\left(\frac{y^2}{4}, y\right), \text{ 则 } |MC| = \sqrt{\left(\frac{y^2}{4} - 3\right)^2 + y^2} = \sqrt{\frac{y^4}{16} - \frac{y^2}{2} + 9} = \sqrt{\frac{1}{16}(y^2 - 4)^2 + 8},$$

当 $y = \pm 2$ 时, $|MC|$ 取最小值 $2\sqrt{2}$, 因此, $|MN|_{\min} = |MC|_{\min} - 1 = 2\sqrt{2} - 1$.

故选: C.

【点睛】

本题考查抛物线上一点到圆上一点最值的计算, 同时也考查了两圆关于直线对称性的应用, 考查计算能力, 属于中等题.

2、D

【解析】

可判断函数为奇函数, 先讨论当 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 时的导数情况, 再画出函数大致图形, 将所求区间端点值分别看作对应常函数, 再由图形确定具体自变量范围即可求解

【详解】

当 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 时, $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$. 令 $f'(x) = 0$ 得 $x = e$. 可得 $f'(x)$ 和 $f(x)$ 的变化情况如下表:

x	$x \rightarrow 0$	$(0,1)$	$(1,e)$	e	$(e, +\infty)$
$f'(x)$	/	-	-	0	+
$f(x)$	$f(x) \rightarrow 0$	] 1	] 1	e	Z

令 $f(x)=t$ ，则原不等式变为 $f(t) \leq -3$ ，由图像知 $f(t) \leq -3$ 的解集为 $t \in (-\infty, t_1] \cup (t_2, -1) \cup [t_3, 1)$ ，再次由图像得到

$f(x) \in (-\infty, t_1] \cup [t_2, -1) \cup [t_3, 1)$ 的解集由 5 段分离的部分组成，所以解集为 5 阶区间。



故选：D

【点睛】

本题考查由函数的奇偶性，单调性求解对应自变量范围，导数法研究函数增减性，数形结合思想，转化与化归思想，属于难题

3、B

【解析】

根据计算结果，可知该循环结构循环了 5 次；输出 S 前循环体的 n 的值为 12，k 的值为 6，进而可得判断框内的不等式。

【详解】

因为该程序图是计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$ 值的一个程序框图

所以共循环了 5 次

所以输出 S 前循环体的 n 的值为 12，k 的值为 6，

即判断框内的不等式应为 $k \geq 6$ 或 $k > 5$

所以选 C

【点睛】

本题考查了程序框图的简单应用，根据结果填写判断框，属于基础题。

4、B

【解析】

由 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ ，可得 $\overrightarrow{CD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$ ， $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CA})$ ，再将 $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$ 代入即可.

【详解】

因为 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ ，所以 $\overrightarrow{CD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$ ，故 $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}(-\overrightarrow{BC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}) = \frac{3}{8}\overrightarrow{BA} - \frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查平面向量的线性运算性质以及平面向量基本定理的应用，是一道基础题.

5、D

【解析】

先判断函数的奇偶性和单调性，得到 $-1 < \lg x < 1$ ，且 $\lg x \neq 0$ ，解不等式得解.

【详解】

由题得函数的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

因为 $f(-x) = f(x)$ ，

所以 $f(x)$ 为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的偶函数，

因为函数 $y = \frac{1}{|x|} + 1$ ， $y = \sqrt{\frac{1}{x^2} + 3}$ 都是在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

所以函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

因为 $f(1) = 3, f(\lg x) > 3 = f(1)$ ，

所以 $-1 < \lg x < 1$ ，且 $\lg x \neq 0$ ，

解得 $x \in \left(\frac{1}{10}, 1\right) \cup (1, 10)$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查函数的奇偶性和单调性的判断，考查函数的奇偶性和单调性的应用，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

6、B

【解析】

利用复数的代数运算法则化简即可得到结论.

【详解】

$$\text{由 } \frac{1}{z} = 1-i, \text{ 得 } z = \frac{1}{1-i} = \frac{1+i}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i,$$

$$\text{所以, } \bar{z} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i.$$

故选: B.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算, 考查复数的基本概念, 属于基础题.

7、C

【解析】

假设若甲被录用了, 若乙被录用了, 若丙被录用了, 再逐一判断即可.

【详解】

解: 若甲被录用了, 则甲的说法错误, 乙, 丙的说法正确, 满足题意,

若乙被录用了, 则甲、乙的说法错误, 丙的说法正确, 不符合题意,

若丙被录用了, 则乙、丙的说法错误, 甲的说法正确, 不符合题意,

综上可得甲被录用了,

故选: C.

【点睛】

本题考查了逻辑推理能力, 属基础题.

8、C

【解析】

根据等差数列的性质设出 $|BF_2|$, $|AB|$, $|AF_2|$, 利用勾股定理列方程, 结合椭圆的定义, 求得 $|BF_2| = a = |BF_1|$. 再利用勾股定理建立 a, c 的关系式, 化简后求得离心率.

【详解】

由已知 $|BF_2|$, $|AB|$, $|AF_2|$ 成等差数列, 设 $|BF_2| = x$, $|AB| = x + d$, $|AF_2| = x + 2d$.

由于 $\angle ABF_2 = 90^\circ$, 据勾股定理有 $|BF_2|^2 + |AB|^2 = |AF_2|^2$, 即 $x^2 + (x + d)^2 = (x + 2d)^2$, 化简得 $x = 3d$;

由椭圆定义知 $\triangle ABF_2$ 的周长为 $x + x + d + x + 2d = 3x + 3d = 12d = 4a$, 有 $a = 3d$, 所以 $x = a$, 所以

$$|BF_2| = a = |BF_1|;$$

在直角 $\triangle BF_2F_1$ 中，由勾股定理， $2a^2 = 4c^2$ ， $\therefore$ 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查椭圆离心率的求法，考查椭圆的定义，考查等差数列的性质，属于中档题.

9、A

【解析】

利用复数的乘法、除法运算求出 z ，再根据共轭复数的概念即可求解.

【详解】

$$\text{由 } zi = 3 + 4i, \text{ 则 } z = \frac{3 + 4i}{i} = \frac{3i - 4}{-1} = 4 - 3i,$$

$$\text{所以 } \bar{z} = 4 + 3i.$$

故选：A

【点睛】

本题考查了复数的四则运算、共轭复数的概念，属于基础题.

10、C

【解析】

把已知等式变形，利用复数代数形式的除法运算化简，再由复数模的计算公式求解.

【详解】

$$\text{解：由 } (1-i)z = -1 + 2i, \text{ 得 } z = \frac{-1 + 2i}{1-i} = \frac{(-1 + 2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i,$$

$$\therefore |\bar{z}| = |z| = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

故选 C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数模的求法，是基础题.

11、B

【解析】

化简复数 $\frac{2a+2i}{1+i}$ ，由它是纯虚数，求得 a ，从而确定 $2a+2i$ 对应的点的坐标.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/545104121321012000>