二〇二四年绥化市初中毕业学业考试

数学试题

考生注意：

1．考试时间 120 分钟

2．本试题共三道大题，28 个小题，总分 120 分

3．所有答案都必须写在答题卡上所对应的题号后的指定区域内

一、单项选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的方框涂黑

1．实数 $-\frac{1}{2025}$ 的相反数是

A．2025　　B．－2025　　C．$-\frac{1}{2025}$　　D．$\frac{1}{2025}$

2．下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　　）

A．平行四边形　　B．等腰三角形　　C．圆　　D．菱形

3．某几何体是由完全相同的小正方体组合而成，下图是这个几何体的三视图，那么构成这个几何体的小正方体的个数是（　　）

A．5 个　　B．6 个　　C．7 个　　D．8 个

4．若式子 $\sqrt{2m-3}$ 有意义，则 m 的取值范围是（　　）

A．$m\le\frac{2}{3}$　　B．$m\ge-\frac{3}{2}$　　C．$m\ge\frac{3}{2}$　　D．$m\le-\frac{2}{3}$

5．下列计算中，结果正确的是（　　）

A．$\left(-3\right)^{-2}=\frac{1}{9}$　　B．$\left(a+b\right)^{2}=a^{2}+b^{2}$　　C．$\sqrt{9}=\pm3$　　D．$\left(-x^{2}y\right)^{3}=x^{6}y^{3}$

6．小影与小冬一起写作业，在解一道一元二次方程时，小影在化简过程中写错了常数项，因而得到方程的两个根是 6 和 1；小冬在化简过程中写错了一次项的系数，因而得到方程的两个根是－2 和－5．则原来的方程是（　　）

A．$x^{2}+6x+5=0$　　B．$x^{2}-7x+10=0$　　C．$x^{2}-5x+2=0$　　D．$x^{2}-6x-10=0$

7．某品牌女运动鞋专卖店，老板统计了一周内不同鞋码运动鞋的销售量如下表：

鞋码	36	37	38	39	40
平均每天销售量/双	10	12	20	12	12

如果每双鞋的利润相同，你认为老板最关注的销售数据是下列统计量中的（　　）

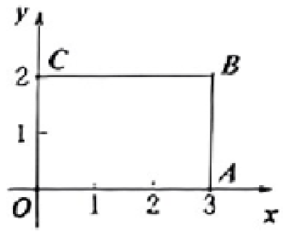
A．平均数　　B．中位数　　C．众数　　D．方差

8．一艘货轮在静水中的航速为 40km/h，它以该航速沿江顺流航行 120km 所用时间，与以该航速沿江逆流

航行 80km 所用时间相等，则江水的流速为（　　）

A．5km/h　　B．6km/h　　C．7km/h　　D．8km/h

9．如图，矩形 $OABC$ 各顶点的坐标分别为 $O(0,0)$，$A(3,0)$，$B(3,2)$，$C(0,2)$，以原点 O 为位似中心，将这个矩形按相似比 $\frac{1}{3}$ 缩小，则顶点 B 在第一象限对应点的坐标是（　　）



A．$(9,4)$　　B．$(4,9)$　　C．$\left(1,\frac{3}{2}\right)$　　D．$\left(1,\frac{2}{3}\right)$

10．下列叙述正确的是（　　）

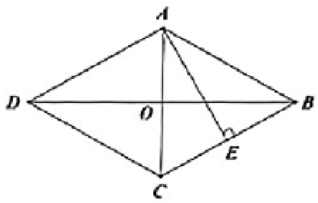
A．顺次连接平行四边形各边中点一定能得到一个矩形

B．平分弦的直径垂直于弦

C．物体在灯泡发出的光照射下形成的影子是中心投影

D．相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦心距也相等

11．如图，四边形 $ABCD$ 是菱形，$CD=5$，$BD=8$，$AE\perp BC$ 于点 E，则 AE 的长是（　　）

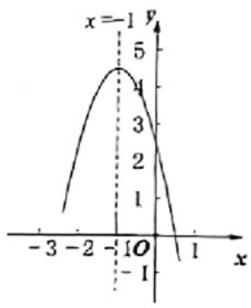


A．$\frac{24}{5}$　　B．6　　C．$\frac{48}{5}$　　D．12

12．二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的部分图象如图所示，对称轴为直线 $x=-1$，则下列结论中：

①$\frac{b}{c}>0$　②$am^2+bm\leq a-b$（m 为任意实数）　③$3a+c<1$

④若 $M(x_1,y)$、$N(x_2,y)$ 是抛物线上不同的两个点，则 $x_1+x_2\leq -3$．其中正确的结论有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

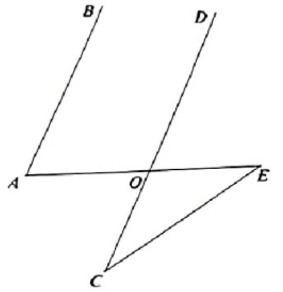
二、填空题（本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

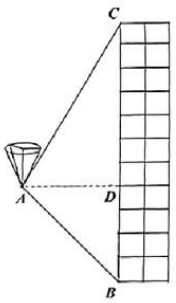
13．我国疆域辽阔，其中领水面积约为$370000\mathrm{km}^2$，把 370000 这个数用科学记数法表示为______.

14．分解因式：$2mx^2-8my^2=$______.

15．如图，$AB\parallel CD$，$\angle C=33^\circ$，$OC=OE$．则$\angle A=$______°.



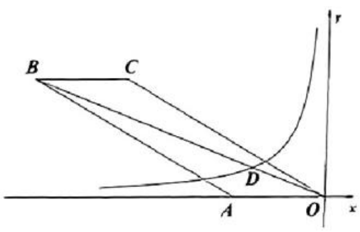
16．如图，用热气球的探测器测一栋楼的高度，从热气球上的点 A 测得该楼顶部点 C 的仰角为 60°，测得底部点 B 的俯角为 45°，点 A 与楼 BC 的水平距离 $AD=50\mathrm{m}$，则这栋楼的高度为______m（结果保留根号）.



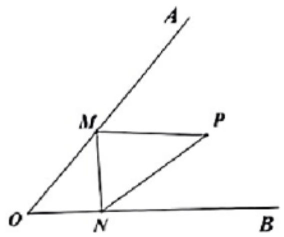
17．化简：$\dfrac{x-y}{x}\div\left(x-\dfrac{2xy-y^2}{x}\right)=$______.

18．用一个圆心角为 126°，半径为 10cm 的扇形作一个圆锥的侧面，这个圆锥的底面圆的半径为______cm.

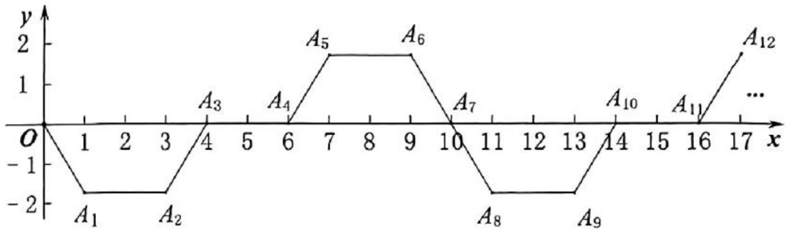
19．如图，已知点$A(-7,0)$，$B(x,10)$，$C(-17,y)$，在平行四边形 $ABCO$ 中，它的对角线 OB 与反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$的图象相交于点 D，且$OD:OB=1:4$，则$k=$______.



20．如图，已知$\angle AOB=50^\circ$，点 P 为$\angle AOB$内部一点，点 M 为射线 OA、点 N 为射线 OB 上的两个动点，当$\triangle PMN$的周长最小时，则$\angle MPN=$______.



21．如图，已知 $A_1\left(1,-\sqrt{3}\right)$，$A_2\left(3,-\sqrt{3}\right)$，$A_3\left(4,0\right)$，$A_4\left(6,0\right)$，$A_5\left(7,\sqrt{3}\right)$，$A_6\left(9,\sqrt{3}\right)$，$A_7\left(10,0\right)$，$A_8\left(11,-\sqrt{3}\right)\cdots$，依此规律，则点 A_{2024} 的坐标为______.

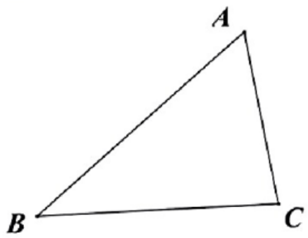


22．在矩形 *ABCD* 中，$AB=4\text{cm}$，$BC=8\text{cm}$，点 *E* 在直线 *AD* 上，且 $DE=2\text{cm}$，则点 *E* 到矩形对角线所在直线的距离是______cm.

三、解答题（本题共 6 个小题，共 54 分）

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

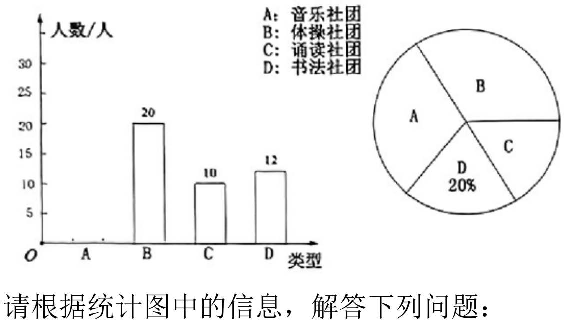
23．（7 分）已知：$\triangle ABC$.



（1）尺规作图：画出 $\triangle ABC$ 的重心 *G*.（保留作图痕迹，不要求写作法和证明）

（2）在（1）的条件下，连接 *AG*，*BG*．已知 $\triangle ABG$ 的面积等于 5cm^2，则 $\triangle ABC$ 的面积是______cm^2.

24．（7 分）为了落实国家“双减”政策，某中学在课后服务时间里，开展了音乐、体操、诵读、书法四项社团活动．为了了解七年级学生对社团活动的喜爱情况，该校从七年级全体学生中随机抽取了部分学生进行“你最喜欢哪一项社团活动”的问卷调查，每人必须选择一项社团活动（且只能选择一项）．根据调查结果，绘制成如下两幅统计图．



请根据统计图中的信息，解答下列问题：

（1）参加本次问卷调查的学生共有______人.

（2）在扇形统计图中，*A* 组所占的百分比是______，并补全条形统计图.

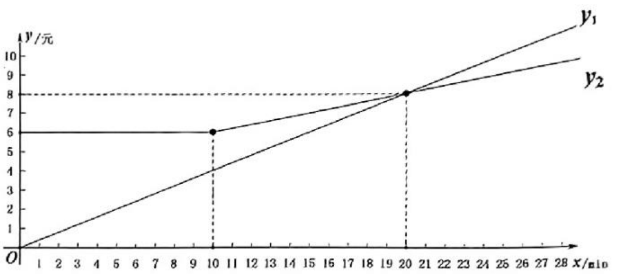
（3）端午节前夕，学校计划进行课后服务成果展示，准备从这 4 个社团中随机抽取 2 个社团汇报展示．请用树状图法或列表法，求选中的 2 个社团恰好是 B 和 C 的概率．

25．（9 分）为了响应国家提倡的“节能环保”号召，某共享电动车公司准备投入资金购买 A、B 两种电动车．若购买 A 种电动车 25 辆、B 种电动车 80 辆，需投入资金 30.5 万元；若购买 A 种电动车 60 辆、B 种电动车 120 辆，需投入资金 48 万元．已知这两种电动车的单价不变．

（1）求 A、B 两种电动车的单价分别是多少元？

（2）为适应共享电动车出行市场需求，该公司计划购买 A、B 两种电动车 200 辆，其中 A 种电动车的数量不多于 B 种电动车数量的一半．当购买 A 种电动车多少辆时，所需的总费用最少，最少费用是多少元？

（3）该公司将购买的 A、B 两种电动车投放到出行市场后，发现消费者支付费用 y 元与骑行时间 $x\ \text{min}$ 之间的对应关系如下图．其中 A 种电动车支付费用对应的函数为 y_1；B 种电动车支付费用是 10min 之内，起步价 6 元，对应的函数为 y_2．请根据函数图象信息解决下列问题．



①小刘每天早上需要骑行 A 种电动车或 B 种电动车去公司上班．已知两种电动车的平均行驶速度均为 300m/min（每次骑行均按平均速度行驶，其它因素忽略不计），小刘家到公司的距离为 8km，那么小刘选择______种电动车更省钱（填写 A 或 B）．

②直接写出两种电动车支付费用相差 4 元时，x 的值______．

26．（10 分）如图 1，O 是正方形 $ABCD$ 对角线上一点，以 O 为圆心，OC 长为半径的⊙O 与 AD 相切于点 E，与 AC 相交于点 F．

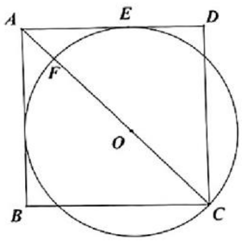


图1

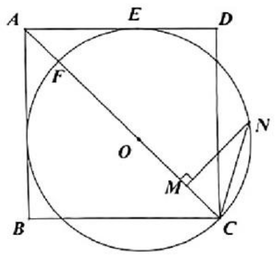


图2

（1）求证：AB 与⊙O 相切．

（2）若正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2}+1$，求⊙O 的半径．

（3）如图 2，在（2）的条件下，若点 M 是半径 OC 上的一个动点，过点 M 作 $MN \perp OC$ 交 CE 于点 N．当 $CM:FM=1:4$ 时，求 CN 的长．

27．（10 分）综合与实践

问题情境

在一次综合与实践课上，老师让同学们以两个全等的等腰直角三角形纸片为操作对象．

纸片$\triangle ABC$和$\triangle DEF$满足$\angle ACB=\angle EDF=90^\circ$，$AC=BC=DF=DE=2\text{cm}$．

下面是创新小组的探究过程．

操作发现

（1）如图1，取AB的中点O，将两张纸片放置在同一平面内，使点O与点F重合．当旋转$\triangle DEF$纸片交AC边于点H、交BC边于点G时，设$AH=x\left(1<x<2\right)$，$BG=y$，请你探究出y与x的函数关系式，并写出解答过程．

问题解决

（2）如图2，在（1）的条件下连接GH，发现$\triangle CGH$的周长是一个定值．请你写出这个定值，并说明理由．

拓展延伸

（3）如图3，当点F在AB边上运动（不包括端点A、B），且始终保持$\angle AFE=60^\circ$．

请你直接写出$\triangle DEF$纸片的斜边EF与$\triangle ABC$纸片的直角边所夹锐角的正切值______（结果保留根号）．

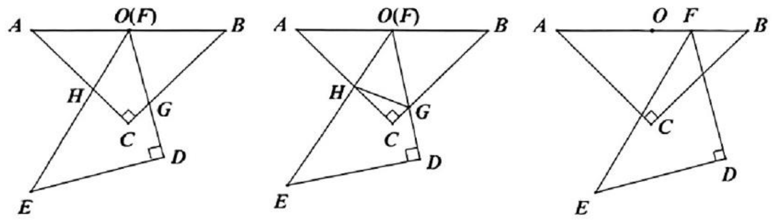
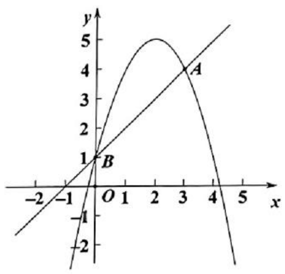
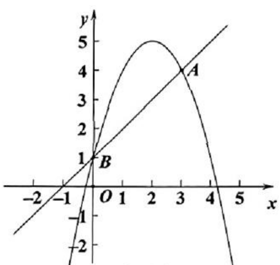


图1　　图2　　图3

28．（11分）综合与探究

如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线$y=-x^2+bx+c$与直线相交于A,B两点，其中点$A\left(3,4\right)$，$B\left(0,1\right)$．





(备用图)

（1）求该抛物线的函数解析式．

（2）过点B作$BC\parallel x$轴交抛物线于点C，连接AC，在抛物线上是否存在点P使$\tan\angle BCP=\dfrac{1}{6}\tan\angle ACB$．若存在，请求出满足条件的所有点$P$的坐标；若不存在，请说明理由．（提示：依题意补全图形，并解答）

（3）将该抛物线向左平移2个单位长度得到$y_1=a_1x^2+b_1x+c_1\left(a_1\neq 0\right)$，平移后的抛物线与原抛物线相交于点$D$，点$E$为原抛物线对称轴上的一点，$F$是平面直角坐标系内的一点，当以点$B$、$D$、$E$、$F$为顶点的四边形是菱形时，请直接写出点$F$的坐标．

二〇二四年绥化市初中毕业学业考试

数学试题答案解析

考生注意：

1．考试时间 120 分钟

2．本试题共三道大题，28 个小题，总分 120 分

3．所有答案都必须写在答题卡上所对应的题号后的指定区域内

一、单项选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的方框涂黑

1. 实数 $-\dfrac{1}{2025}$ 的相反数是（　　）

A. 2025　　B. -2025　　C. $-\dfrac{1}{2025}$　　D. $\dfrac{1}{2025}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了相反数的定义，熟练掌握相反数的定义是解题的关键．

【详解】解：实数 $-\dfrac{1}{2025}$ 的相反数是 $\dfrac{1}{2025}$，

故选：D．

2. 下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　　）

A. 圆　　B. 菱形　　C. 平行四边形　　D. 等腰三角形

【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念进行判断即可．

【详解】A、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项错误；

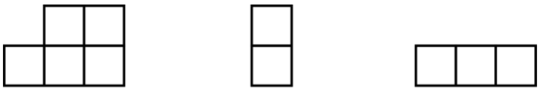
C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项正确，

故选 D．

【点睛】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念.辨别轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；.辨别中心对称图形的关键是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

3. 某几何体是由完全相同的小正方体组合而成，下图是这个几何体的三视图，那么构成这个几何体的小正方体的个数是（　　）



主视图　　左视图　　俯视图

A. 5 个　　B. 6 个　　C. 7 个　　D. 8 个

【答案】A

【解析】

【分析】此题主考查了三视图，由主视图易得这个几何体共有 2 层，由俯视图可得第一层立方体的个数，由主视图和左视图可得第二层立方体的个数，相加即可．

【详解】解：由三视图易得最底层有3个正方体，第二层有2个正方体，那么共有$3+2=5$个正方体组成．

故选：A．

4. 若式子$\sqrt{2m-3}$有意义，则m的取值范围是（　　）

A. $m\le \frac{2}{3}$　　B. $m\ge -\frac{3}{2}$　　C. $m\ge \frac{3}{2}$　　D. $m\le -\frac{2}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，根据题意可得$2m-3\ge 0$，即可求解．

【详解】解：∵式子$\sqrt{2m-3}$有意义，

$\therefore 2m-3\ge 0$，

解得：$m\ge \frac{3}{2}$，

故选：C．

5. 下列计算中，结果正确的是（　　）

A. $\left(-3\right)^{-2}=\frac{1}{9}$　　B. $\left(a+b\right)^{2}=a^{2}+b^{2}$

C $\sqrt{9}=\pm 3$　　D. $\left(-x^{2}y\right)^{3}=x^{6}y^{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了负整数指数幂，完全平方公式，算术平方根，积的乘方，据此逐项分析计算，即可求解．

【详解】解：A. $\left(-3\right)^{-2}=\frac{1}{9}$，故该选项正确，符合题意；

B. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，故该选项不正确，不符合题意；

C. $\sqrt{9}=3$，故该选项不正确，不符合题意；

D. $(-x^2y)^3=-x^6y^3$，故该选项不正确，不符合题意；

故选：A．

6. 小影与小冬一起写作业，在解一道一元二次方程时，小影在化简过程中写错了常数项，因而得到方程的两个根是6和1；小冬在化简过程中写错了一次项的系数，因而得到方程的两个根是-2和-5．则原来的方程是（　　）

A. $x^2+6x+5=0$　　B. $x^2-7x+10=0$

C. $x^2-5x+2=0$　　D. $x^2-6x-10=0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，根据题意得出原方程中$x_1+x_2=7$，$x_1x_2=10$，逐项分析判断，即可求解．

【详解】解：∵小影在化简过程中写错了常数项，得到方程的两个根是6和1；

∴$x_1+x_2=6+1=7$，

又∵写错了一次项的系数，因而得到方程的两个根是-2和-5．

∴$x_1x_2=10$

A. $x^2+6x+5=0$中，$x_1+x_2=-6$，$x_1x_2=5$，故该选项不符合题意；

B. $x^2-7x+10=0$中，$x_1+x_2=7$，$x_1x_2=10$，故该选项符合题意；

C. $x^2-5x+2=0$中，$x_1+x_2=5$，$x_1x_2=2$，故该选项不符合题意；

D. $x^2-6x-10=0$中，$x_1+x_2=6$，$x_1x_2=-10$，故该选项不符合题意；

故选：B．

7. 某品牌女运动鞋专卖店，老板统计了一周内不同鞋码运动鞋的销售量如表：

鞋码	36	37	38	39	40
平均每天销售量/双	10	12	20	12	12

如果每双鞋的利润相同，你认为老板最关注的销售数据是下列统计量中的（　　）

A. 平均数　　B. 中位数　　C. 众数　　D. 方差

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查统计的有关知识，了解平均数、中位数、众数、方差的意义；平均数、中位数、众数是描述一组数据集中程度的统计量；方差是描述一组数据离散程度的统计量．销量大的尺码就是这组数据的众数．

【详解】解：由于众数是数据中出现次数最多的数，故老板最关注的销售数据的统计量是众数．

故选：C．

8. 一艘货轮在静水中的航速为$40\mathrm{km/h}$，它以该航速沿江顺流航行$120\mathrm{km}$所用时间，与以该航速沿江逆流航行$80\mathrm{km}$所用时间相等，则江水的流速为（　　）

A. $5\mathrm{km/h}$　　B. $6\mathrm{km/h}$　　C. $7\mathrm{km/h}$　　D. $8\mathrm{km/h}$

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了分式方程的应用，利用顺水速＝静水速＋水速，逆水速＝静水速－水速，设未知数列出方程，解方程即可求出答案．

【详解】解：设江水的流速为x km/h，根据题意可得：

$$\frac{120}{40+x}=\frac{80}{40-x},$$

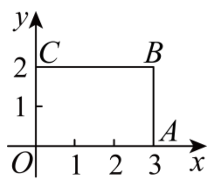
解得：$x=8$，

经检验：$x=8$是原方程的根，

答：江水的流速为$8\mathrm{km/h}$．

故选：D．

9. 如图，矩形$OABC$各顶点　坐标分别为$O(0,0)$，$A(3,0)$，$B(3,2)$，$C(0,2)$，以原点O为位似中心，将这个矩形按相似比$\frac{1}{3}$缩小，则顶点B在第一象限对应点的坐标是（　　）



A. $(9,4)$　　B. $(4,9)$　　C. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$　　D. $\left(1,\frac{2}{3}\right)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了位似图形的性质，根据题意B的坐标乘以$\frac{1}{3}$，即可求解.

【详解】解：依题意，$B(3,2)$，以原点O为位似中心，将这个矩形按相似比$\frac{1}{3}$缩小，则顶点B在第一象限对应点的坐标是$\left(1,\frac{2}{3}\right)$

故选：D.

10. 下列叙述正确的是（　　）

A. 顺次连接平行四边形各边中点一定能得到一个矩形

B. 平分弦的直径垂直于弦

C. 物体在灯泡发出的光照射下形成的影子是中心投影

D. 相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦心距也相等

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了矩形的判定，垂径定理，中心投影，弧、弦与圆心角的关系，根据相关定理逐项分析判断，即可求解.

【详解】A. 顺次连接平行四边形各边中点不一定能得到一个矩形，故该选项不正确，不符合题意；

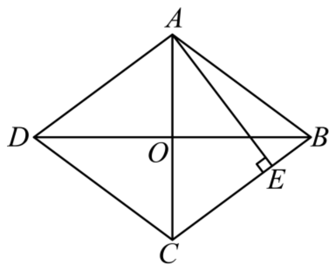
B. 平分弦（非直径）的直径垂直于弦，故该选项不正确，不符合题意；

C. 物体在灯泡发出的光照射下形成的影子是中心投影，故该选项正确，符合题意；

D. 在同圆或等圆 中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦心距也相等，故该选项不正确，不符合题意；

故选：C.

11. 如图，四边形$ABCD$是菱形，$CD=5$，$BD=8$，$AE\perp BC$于点E，则AE的长是（　　）



A. $\frac{24}{5}$　　B. 6　　C. $\frac{48}{5}$　　D. 12

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理，菱形的性质，根据勾股定理求得OC，进而得出$AC=6$，进而根据等面积法，即可求解．

【详解】解：∵四边形$ABCD$是菱形，$CD=5$，$BD=8$，

∴$DO=\frac{1}{2}BD=4$，$AC\perp BD$，$BC=CD=5$，

在Rt$\triangle CDO$中，$CO=\sqrt{DC^2-DO^2}=3$，

∴$AC=2OC=6$，

∵菱形$ABCD$的面积为$\frac{1}{2}AC\times BD=BC\times AE$，

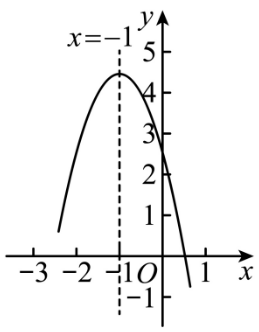
∴$AE=\frac{\frac{1}{2}\times 8\times 6}{5}=\frac{24}{5}$，

故选：A．

12. 二次函数$y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$的部分图象如图所示，对称轴为直线$x=-1$，则下列结论中：

①$\frac{b}{c}>0$　②$am^2+bm\leq a-b$（m为任意实数）　③$3a+c<1$

④若$M\left(x_1,y\right)$、$N\left(x_2,y\right)$是抛物线上不同的两个点，则$x_1+x_2\leq -3$．其中正确的结论有（　　）



A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象的性质，根据抛物线的开口方向，对称轴可得$a<0$，$b=2a<0$即可判断①，$x=-1$时，函数值最大，即可判断②，根据$x=1$时，$y<0$，即可判断③，根据对称性可得$x_1+x_2=-2$即可判段④，即可求解．

【详解】解：∵二次函数图象开口向下

$\therefore a<0$

$\because$对称轴为直线$x=-1$，

$\therefore x=-\dfrac{b}{2a}=-1$

$\therefore b=2a<0$

$\because$抛物线与y轴交于正半轴，则$c>0$

$\therefore \dfrac{b}{c}<0$，故①错误，

$\because$抛物线开口向下，对称轴为直线$x=-1$，

$\therefore$当$x=-1$时，y取得最大值，最大值为$a-b+c$

$\therefore am^2+bm+c\le a-b+c$ （m为任意实数）

即$am^2+bm\le a-b$，故②正确；

$\because x=1$时，$y<0$

即$a+b+c<0$

$\because b=2a$

$\therefore a+2a+c<0$

即$3a+c<0$

$\therefore 3a+c<1$，故③正确；

$\because M(x_1,y)$、$N(x_2,y)$是抛物线上不同的两个点，

$\therefore M,N$关于$x=-1$对称，

$\therefore \dfrac{x_1+x_2}{2}=-1$即$x_1+x_2=-2$故④不正确

正确的有②③

故选：B

二、填空题（本题共10个小题，每小题3分，共30分）

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

13. 中国的领水面积约为370 000 km²，将数370 000用科学记数法表示为：__________.

【答案】3.7×10^5

【解析】

【详解】科学记数法是指：$a\times10^n$，且$1\le|a|<10$，n为原数的整数位数减一，$370000=3.7\times10^5$.

故答案为：3.7×10^{5}.

14. 分解因式：$2mx^{2}-8my^{2}=$______.

【答案】$2m\left(x+2y\right)\left(x-2y\right)$

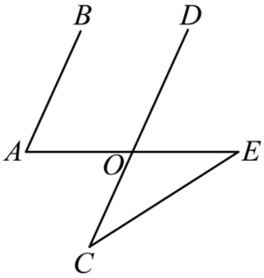
【解析】

【分析】本题考查了因式分解，先提公因式$2m$，然后根据平方差公式因式分解，即可求解.

【详解】解：$2mx^{2}-8my^{2}=2m\left(x^{2}-4y^{2}\right)=2m\left(x+2y\right)\left(x-2y\right)$

故答案为：$2m\left(x+2y\right)\left(x-2y\right)$.

15. 如图，$AB\parallel CD$，$\angle C=33^{\circ}$，$OC=OE$．则$\angle A=$______$^{\circ}$.



【答案】66

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，等边对等角，三角形外角的性质，根据等边对等角可得$\angle E=\angle C=33^{\circ}$，根据三角形的外角的性质可得$\angle DOE=66^{\circ}$，根据平行线的性质，即可求解.

【详解】解：$\because OC=OE$，$\angle C=33^{\circ}$，

$\therefore \angle E=\angle C=33^{\circ}$，

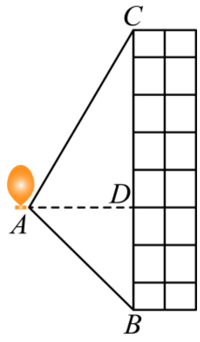
$\therefore \angle DOE=\angle E+\angle C=66^{\circ}$，

$\because AB\parallel CD$，

$\therefore \angle A=\angle DOE=66^{\circ}$，

故答案为：66.

16. 如图，用热气球的探测器测一栋楼的高度，从热气球上的点 A 测得该楼顶部点C的仰角为60°，测得底部点 B 的俯角为45°，点 A 与楼BC的水平距离$AD=50\text{m}$，则这栋楼的高度为______m（结果保留根号）.



【答案】$\left(50+50\sqrt{3}\right)$##$\left(50\sqrt{3}+50\right)$

【解析】

【分析】本题考查解直角三角形—仰角俯角问题．注意准确构造直角三角形是解答此题的关键．根据题意得$\angle BAD=45^\circ$，$\angle CAD=60^\circ$，$AD=50\text{m}$，然后利用三角函数求解即可．

【详解】解：依题意，$\angle BAD=45^\circ$，$\angle CAD=60^\circ$，$AD=50\text{m}$．

在$\text{Rt}\triangle ABD$中，$BD=AD\cdot\tan45^\circ=50\times1=50\text{m}$，

在$\text{Rt}\triangle ACD$中，$CD=AD\cdot\tan60^\circ=50\times\sqrt{3}=50\sqrt{3}\text{m}$，

$\therefore BC=BD+CD=\left(50+50\sqrt{3}\right)\text{m}$．

故答案为：$\left(50+50\sqrt{3}\right)$．

17. 计算：$\dfrac{x-y}{x}\div\left(x-\dfrac{2xy-y^2}{x}\right)=$__________．

【答案】$\dfrac{1}{x-y}$

【解析】

【分析】本题考查了分式的混合运算．先算括号内的减法，把除法变成乘法，再根据分式的乘法法则进行计算即可．

【详解】解：$\dfrac{x-y}{x}\div\left(x-\dfrac{2xy-y^2}{x}\right)$

$=\dfrac{x-y}{x}\div\dfrac{x^2-2xy+y^2}{x}$

$=\dfrac{x-y}{x}\cdot\dfrac{x}{(x-y)^2}$

$=\dfrac{1}{x-y}$，

故答案为：$\dfrac{1}{x-y}$．

18. 用一个圆心角为$126°$，半径为10cm的扇形作一个圆锥的侧面，这个圆锥的底面圆的半径为______cm．

【答案】$\dfrac{7}{2}$

【解析】

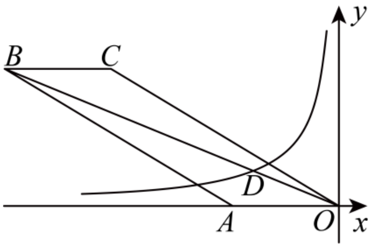
【分析】本题考查了弧长公式，根据圆锥的底面圆的周长等于侧面的弧长，代入数据计算，即可求解．

【详解】解：设这个圆锥的底面圆的半径为$R\text{cm}$，由题意得，$\dfrac{126}{180}\times 10\times \pi = 2\pi R$

解得：$R=\dfrac{7}{2}\text{cm}$

故答案为：$\dfrac{7}{2}$．

19. 如图，已知点$A\left(-7,0\right)$，$B\left(x,10\right)$，$C\left(-17,y\right)$，在平行四边形$ABCO$中，它的对角线OB与反比例函数$y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$的图象相交于点$D$，且$OD:OB=1:4$，则$k=$______．

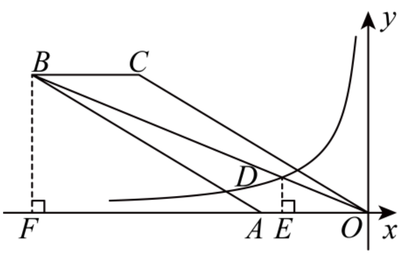


【答案】-15

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数与平行四边形综合，相似三角形的性质与判定，分别过点B,D，作x的垂线，垂足分别为F,E，根据平行四边形的性质得出$B\left(-24,10\right)$，证明$\triangle ODE\backsim\triangle OBF$得出$OE=6$，$DE=2.5$，进而可得$D\left(-6,2.5\right)$，即可求解．

【详解】如图所示，分别过点B,D，作x的垂线，垂足分别为F,E，



∵四边形 $AOCB$ 是平行四边形，点 $A(-7,0)$， $B(x,10)$， $C(-17,y)$，

∴ $OA=BC=7$，

∴ $x=-24$，即 $B(-24,10)$，则 $OF=24$， $BF=10$

∵ $DE\perp x$ 轴， $BF\perp x$ 轴，

∴ $DE/\!/BF$

∴ $\triangle ODE\backsim\triangle OBF$

∴ $\dfrac{OE}{OF}=\dfrac{OD}{OB}=\dfrac{DE}{BF}=\dfrac{1}{4}$

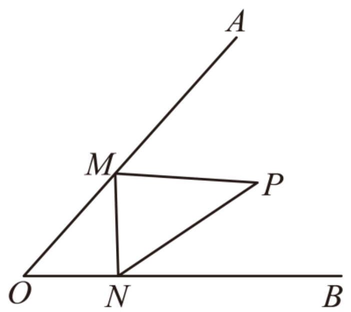
∴ $OE=6$， $DE=2.5$

∴ $D(-6,2.5)$

∴ $k=-6\times 2.5=-15$

故答案为： -15.

20. 如图，已知 $\angle AOB=50°$，点 P 为 $\angle AOB$ 内部一点，点 M 为射线 OA、点 N 为射线 OB 上的两个动点，当□PMN 的周长最小时，则 $\angle MPN=$______.



【答案】$80°$ ## 80 度

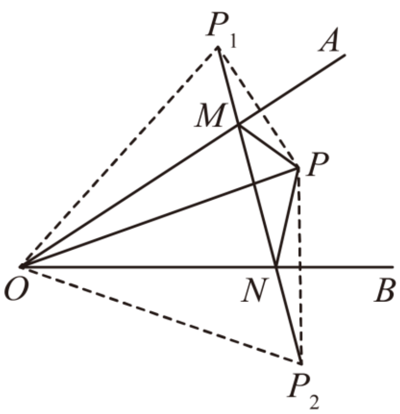
【解析】

【分析】本题考查了轴对称﹣最短路线问题，等腰三角形的性质，三角形内角和定理的应用；作关于 OA，OB 的对称点 P_1，P_2．连接 OP_1，OP_2．则当 M， N 是 P_1P_2 与 OA，OB 的交点时，□PMN 的周长最短，根据对称的性质可以证得: $\angle OP_1M=\angle OPM=50°$, $OP_1=OP_2=OP$,根据等腰三角形的性质即可求解.

【详解】解：作 P 关于 OA，OB 的对称点 P_1，P_2．连接 OP_1，OP_2．则当 M， N 是 P_1P_2 与 OA，OB 的交点时，□PMN 的周长最短，连接 P_1O、P_2O，

∵ PP_1 关于 OA 对称，

$\therefore \angle P_1OP = 2\angle MOP$，$OP_1 = OP$，$P_1M = PM$，$\angle OP_1M = \angle OPM$



同理，$\angle P_2OP = 2\angle NOP$，$OP = OP_2$，

$\therefore \angle P_1OP_2 = \angle P_1OP + \angle P_2OP = 2(\angle MOP + \angle NOP) = 2\angle AOB = 100°$，$OP_1 = OP_2 = OP$，

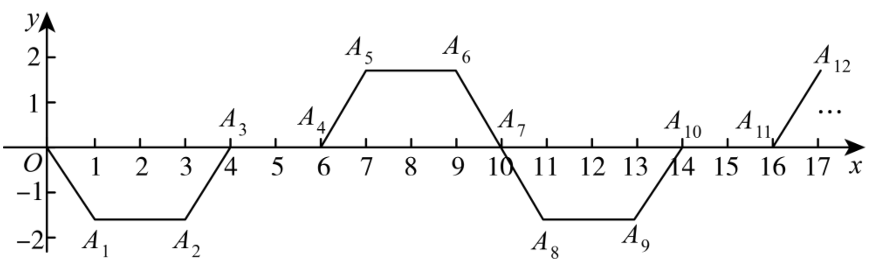
$\therefore \triangle P_1OP_2$ 是等腰三角形.

$\therefore \angle OP_2N = \angle OP_1M = 40°$，

$\therefore \angle MPN = \angle MPO + \angle NPO = \angle OP_2N + \angle OP_1M = 80°$

故答案为：$80°$.

21．如图，已知 $A_1\left(1,-\sqrt{3}\right)$，$A_2\left(3,-\sqrt{3}\right)$，$A_3(4,0)$，$A_4(6,0)$，$A_5\left(7,\sqrt{3}\right)$，$A_6\left(9,\sqrt{3}\right)$，$A_7(10,0)$，$A_8\left(11,-\sqrt{3}\right)\cdots$，依此规律，则点 A_{2024} 的坐标为______.



【答案】$\left(2891,-\sqrt{3}\right)$

【解析】

【分析】本题考查了点坐标的规律探究．解题的关键在于根据题意推导出一般性规律．根据题意可知 7 个点坐标的纵坐标为一个循环，A_{7n} 的坐标为 $(10n,0)$，据此可求得 A_{2024} 的坐标.

【详解】解：$\because A_1\left(1,-\sqrt{3}\right)$，$A_2\left(3,-\sqrt{3}\right)$，$A_3(4,0)$，$A_4(6,0)$，$A_5\left(7,\sqrt{3}\right)$，$A_6\left(9,\sqrt{3}\right)$，$A_7(10,0)$，$A_8\left(11,-\sqrt{3}\right)\cdots$，，

$\therefore$ 可知 7 个点坐标的纵坐标为一个循环，A_{7n} 的坐标为 $(10n,0)$，$A_{7n+1}\left(10n+1,-\sqrt{3}\right)$

$\because 2024\div 7=289\cdots 1$，

$\therefore A_{2023}$ 的坐标为 $(2890,0)$.

$\therefore A_{2024}$ 坐标为 $\left(2891,-\sqrt{3}\right)$

故答案为：$\left(2891,-\sqrt{3}\right)$.

22. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4\text{cm}$，$BC=8\text{cm}$，点 E 在直线 AD 上，且 $DE=2\text{cm}$，则点 E 到矩形对角线所在直线的距离是______ cm.

【答案】$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 或 $2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题考查了矩形的性质，解直角三角形，设 AC,BD 交于点 O，点 E_1 在线段 AD 上，E_2 在 AD 的延长线上，过点 AC 作 AC，BD 的垂线，垂足分别为 F_1,F_2,F_3，进而分别求得垂线段的长度，即可求解.

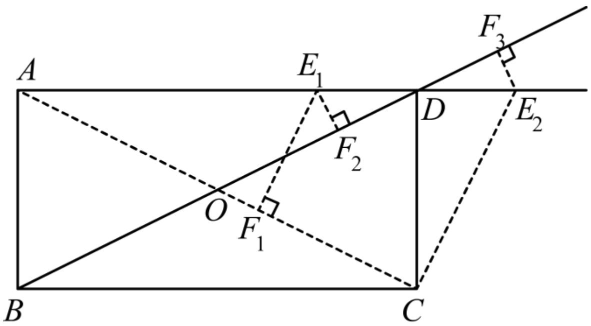
【详解】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=4$，$BC=8$，

$\therefore AD=BC=8$，$CD=AB=4$，

$\therefore AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

$\therefore \sin\angle CAD=\frac{CD}{AC}=\frac{4}{4\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos\angle CAD=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\tan\angle CAD=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

如图所示，设 AC,BD 交于点 O，点 E_1 在线段 AD 上，E_2 在 AD 的延长线上，过点 AC 作 AC，BD 的垂线，垂足分别为 F_1,F_2,F_3



$\because AO=DO$

$\therefore \angle OAD=\angle ODA$

当 E 在线段 AD 上时，

$\therefore AE_1 = AD - DE = 8 - 2 = 6$

Rt□AE_1F_1中个，$E_1F_1 = AE_1 \cdot \sin\angle CAD = \frac{\sqrt{5}}{5} \times 6 = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

$\because \angle OAD = \angle ODA$

在Rt□E_1F_2D中，$E_1F_2 = DE_1 \sin\angle E_1DF_2 = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$；

当E在射线AD上时，

在Rt□DCE_2中，$\tan\angle DCE_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\therefore \angle CAD = \angle DCE$

$\therefore \angle DCE + \angle DCA = 90°$

$\therefore E_2C \perp AC$

$\therefore E_2C = \sqrt{DE_2 + DC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$，

在Rt□DE_2F_3中，$E_2F_3 = DE_2 \times \sin\angle E_2DF_3 = DE_2 \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

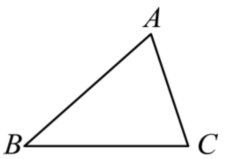
综上所述，点E到对角线所在直线的距离为：$\frac{2\sqrt{5}}{5}$或$\frac{6\sqrt{5}}{5}$或$2\sqrt{5}$

故答案为：$\frac{2\sqrt{5}}{5}$或$\frac{6\sqrt{5}}{5}$或$2\sqrt{5}$.

三、解答题（本题共6个小题，共54分）

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

23. 已知：□ABC.



（1）尺规作图：画出□ABC的重心G.（保留作图痕迹，不要求写作法和证明）

（2）在（1）的条件下，连接AG，BG．已知□ABG的面积等于5cm^2，则□ABC的面积是______cm^2.

【答案】（1）见解析　　（2）15

【解析】

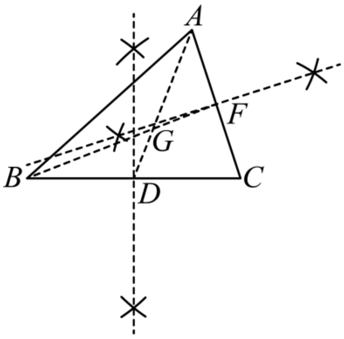
【分析】本题考查了三角形重心的性质，画垂线；

（1）分别作 BC, AC 的中线，交点即为所求；

（2）根据三角形重心的性质可得 $\frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle ABD}}=\frac{2}{3}$，根据三角形中线的性质可得 $S_{\triangle ABC}=2S_{\triangle ABD}=15\text{cm}^2$

【小问 1 详解】

解：作法：如图所示



①作 BC 的垂直平分线交 BC 于点 D

②作 AC 的垂直平分线交 AC 于点 F

③连接 AD、BF 相交于点 G

④标出点 G，点 G 即为所求

【小问 2 详解】

解：∵ G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$\therefore AG=\frac{2}{3}AD$

$\therefore \frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle ABD}}=\frac{2}{3}$

∵ $\triangle ABG$ 的面积等于 5cm^2，

$\therefore S_{\triangle ABD}=7.5\text{cm}^2$

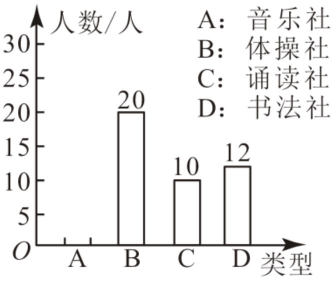
又∵ D 是 BC 的中点，

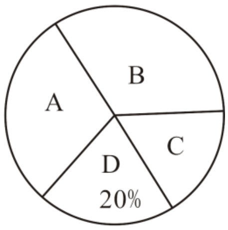
$\therefore S_{\triangle ABC}=2S_{\triangle ABD}=15\text{cm}^2$

故答案为：15．

24. 为了落实国家“双减”政策，某中学在课后服务时间里，开展了音乐、体操、诵读、书法四项社团活动．为了了解七年级学生对社团活动的喜爱情况，该校从七年级全体学生中随机抽取了部分学生进行“你最喜欢哪一项社团活动”的问卷调查，每人必须选择一项社团活动（且只能选择一项）．根据调查结果，绘制成如

下两幅统计图.





请根据统计图中的信息，解答下列问题：

（1）参加本次问卷调查的学生共有______人.

（2）在扇形统计图中，A 组所占的百分比是______，并补全条形统计图.

（3）端午节前夕，学校计划进行课后服务成果展示，准备从这 4 个社团中随机抽取 2 个社团汇报展示．请用树状图法或列表法，求选中的 2 个社团恰好是 B 和 C 的概率.

【答案】（1）60

（2）30%，作图见解析

（3）$\dfrac{1}{6}$

【解析】

【分析】本题考查了条形统计图与扇形统计图信息关联，列表法或画树状图法求概率；

（1）根据 D 组的人数除以占比得出总人数；

（2）根据总人数求得 A 组的人数，进而求得占比，以及补全统计图；

（3）根据列表法或画树状图法求概率，即可求解.

小问 1 详解】

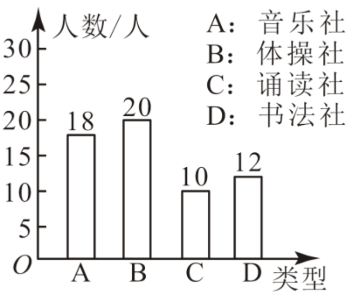
解：参加本次问卷调查的学生共有$12\div20\%=60$（人）；

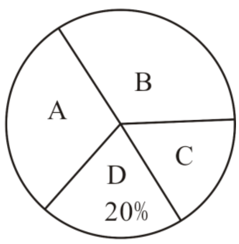
【小问 2 详解】

解：A 组人数为$60-20-10-12=18$人

A 组所占的百分比为：$\dfrac{18}{60}\times100\%=30\%$

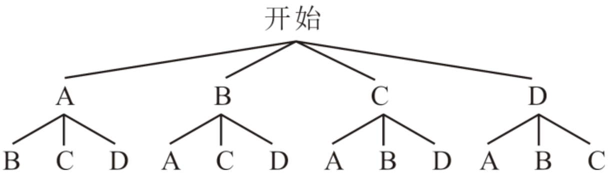
补全统计图如图所示，





【小问 3 详解】

画树状图法如下图



列表法如下图

	A	B	C	D
A		(B,A)	(C,A)	(D,A)
B	(A,B)		(C,B)	(D,B)
C	(A,C)	(B,C)		(D,C)
D	(A,D)	(B,D)	(C,D)	

由树状图法或列表法可以看出共有 12 种结果出现的可能性相等，选中的 2 个社团恰好是 B 和 C 的情况有两种.

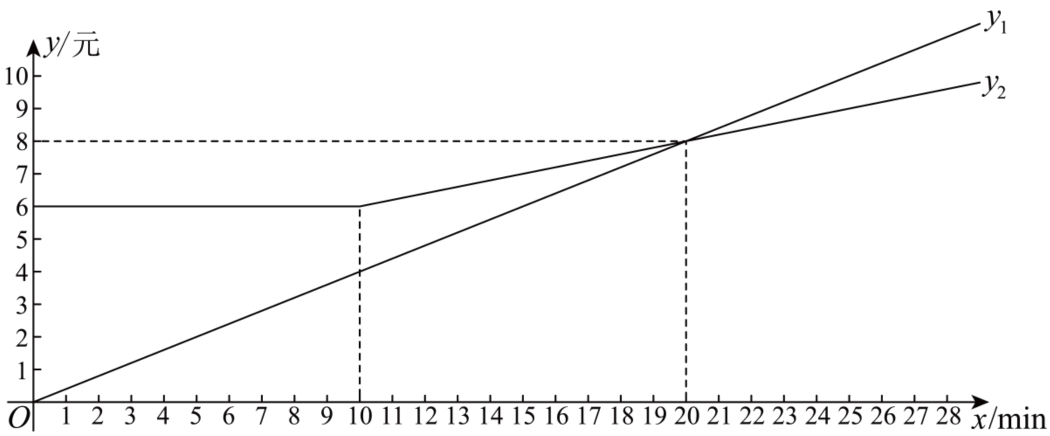
$\therefore P$（选中的 2 个社团恰好是 B 和 C）$=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$.

25. 为了响应国家提倡的“节能环保”号召，某共享电动车公司准备投入资金购买 A 、B 两种电动车．若购买 A 种电动车 25 辆、B 种电动车 80 辆，需投入资金 30.5 万元；若购买 A 种电动车 60 辆、B 种电动车 120 辆，需投入资金 48 万元．已知这两种电动车的单价不变.

（1）求 A 、B 两种电动车的单价分别是多少元？

（2）为适应共享电动车出行市场需求，该公司计划购买 A 、B 两种电动车 200 辆，其中 A 种电动车的数量不多于 B 种电动车数量的一半．当购买 A 种电动车多少辆时，所需的总费用最少，最少费用是多少元？

（3）该公司将购买的 A 、B 两种电动车投放到出行市场后，发现消费者支付费用 y 元与骑行时间 x min 之间的对应关系如图．其中 A 种电动车支付费用对应的函数为 y_1；B 种电动车支付费用是 10min 之内，起步价 6 元，对应的函数为 y_2．请根据函数图象信息解决下列问题.



①小刘每天早上需要骑行 A 种电动车或 B 种电动车去公司上班．已知两种电动车的平均行驶速度均为 3 00m / min（每次骑行均按平均速度行驶，其它因素忽略不计），小刘家到公司的距离为 8km，那么小刘选择______种电动车更省钱（填写 A 或 B）．

②直接写出两种电动车支付费用相差 4 元时，x 的值______．

【答案】（1） A 、B 两种电动车的单价分别为 1000 元、3500 元

（2）当购买 A 种电动车 66 辆时所需的总费用最少，最少费用为 535000 元

（3）①B　②5 或 40

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，一元一次不等式的应用，一次函数的应用；

（1）设 A 、B 两种电动车的单价分别为 x 元、y 元，根据题意列二元一次方程组，解方程组，即可求解；

（2）设购买 A 种电动车 m 辆，则购买 B 种电动车 $(200-m)$ 辆，根据题意得出 m 的范围，进而根据一次函数的性质，即可求解；

（3）①根据函数图象，即可求解；

②分别求得 y_1, y_2 的函数解析式，根据 $|y_2-y_1|=4$，解方程，即可求解．

【小问 1 详解】

解：设 A 、B 两种电动车的单价分别为 x 元、y 元

由题意得，$\begin{cases}25x+80y=305000\\60x+120y=480000\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1000\\y=3500\end{cases}$

答： A 、B 两种电动车的单价分别为 1000 元、3500 元

【小问 2 详解】

设购买A种电动车m辆，则购买8种电动车$(200-m)$辆，

由题意得：$m\le\frac{1}{2}(200-m)$

解得：$m\le\frac{200}{3}$

设所需购买总费用为w元，则$w=1000m+3500(200-m)=-2500m+700000$

$\because -2500<0$，w随着 m的增大而减小，

$\because m$取正整数

$\therefore m=66$时，w最少

$\therefore w_{最少}=700000-2500\times66=535000$（元）

答：当购买A种电动车66辆时所需的总费用最少，最少费用为535000元

【小问3详解】

解：①$\because$两种电动车的平均行驶速度均为$300\text{m}/\text{min}$，小刘家到公司的距离为8km，

$\therefore$所用时间为$\frac{8000}{300}=26\frac{2}{3}$分钟，

根据函数图象可得当$x>20$时，$y_2<y_1$更省钱，

$\therefore$小刘选择B种电动车更省钱，

故答案为：B.

②设$y_1=k_1x$，将$(20,8)$代入得，

$8=20k_1$

解得：$k=\frac{2}{5}$

$\therefore y_1=\frac{2}{5}x$；

当$0<x\le10$时，$y_2=6$，

当$x>10$时，设$y_2=k_2x+b_2$，将$(10,6)$，$(20,8)$代入得，

$$\begin{cases}6=10k_2+b_2\\8=20k_2+b_2\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}k_2=\frac{1}{5}\\b_2=4\end{cases}$

$\therefore y_2=\dfrac{1}{5}x+4$

依题意，当$0<x<10$时，$y_2-y_1=4$

即$6-\dfrac{2}{5}x=4$

解得：$x=5$

当$x>10$时，$\left|y_2-y_1\right|=4$

即$\left|\dfrac{1}{5}x+4-\dfrac{2}{5}x\right|=4$

解得：$x=0$（舍去）或$x=40$

故答案为：5或40．

26. 如图1，O是正方形$ABCD$对角线上一点，以O为圆心，OC长为半径的⊙O与AD相切于点E，与AC相交于点F．

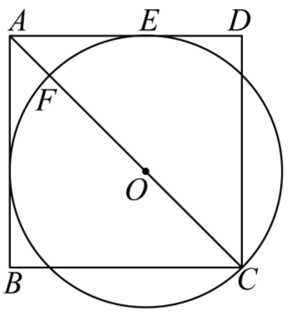


图1

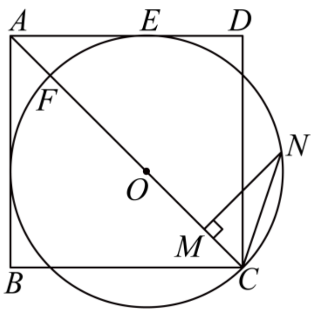


图2

（1）求证：AB与⊙O相切.

（2）若正方形$ABCD$的边长为$\sqrt{2}+1$，求⊙O的半径.

（3）如图2，在（2）的条件下，若点M是半径OC上的一个动点，过点M作$MN\perp OC$交$\overset{\frown}{CE}$于点N．当$CM:FM=1:4$时，求CN的长.

【答案】（1）证明见解析

（2）$\sqrt{2}$

（3）$\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

【解析】

【分析】（1）方法一：连接OE，过点O作$OG\perp AB$于点G，四边形$ABCD$是正方形，AC是正方形的对角线，得出$OE=OG$，进而可得OG为⊙O的半径，又$OG\perp AB$，即可得证；

方法二：连接OE，过点O作$OG \perp AB$于点G，根据正方形的性质证明$\triangle AOE \cong \triangle AOG(\mathrm{AAS})$得出$OE = OG$，同方法一即可得证；

方法三：过点O作$OG \perp AB$于点G，连接OE．得出四边形$AEOG$为正方形，则$OE = OG$，同方法一即可得证；

（2）根据$\odot O$与AD相切于点E，得出$\angle AEO = 90^\circ$，由（1）可知$AE = OE$，设$AE = OE = OC = OF = R$，在$\mathrm{Rt}\triangle AEO$中，勾股定理得出$AO = \sqrt{2}R$，在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中，勾股定理求得AC，进而根据$OA + OC = AC$建立方程，解方程，即可求解.

（3）方法一：连接ON，设$CM = k$，在$\mathrm{Rt}\triangle OMN$中，由勾股定理得：$MN = 2k$，在$\mathrm{Rt}\triangle CMN$中，由勾股定理得：$CN = \sqrt{5}k$，结合题意$FC = 5k = 2R = 2\times\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$得出$k = \frac{2\sqrt{2}}{5}$，即可得出$CN = \frac{2\sqrt{10}}{5}$；

方法二：连接FN，证明$\triangle CNM \backsim \triangle CFN$得出$CN^2 = CM \cdot CF$，进而可得$CM = \frac{1}{5}CF = \frac{2\sqrt{2}}{5}$，同理可得$CN$

方法三：连接FN，证明$\triangle CNM \backsim \triangle CFN$得出$NC^2 = MC \cdot FC$，设$CM = k$，则$FC = 5k$，进而可得$NC = \sqrt{5}k$，进而同方法一，即可求解.

【小问1详解】

方法一：证明：连接OE，过点O作$OG \perp AB$于点G，

$\because \odot O$与AD相切于点E，

$\therefore OE \perp AD$.

$\because$四边形$ABCD$是正方形，AC是正方形的对角线，

$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 45^\circ$，

$\therefore OE = OG$，

$\because OE$为$\odot O$的半径，

$\therefore OG$为$\odot O$的半径，

$\because OG \perp AB$，

$\therefore AB$与$\odot O$相切.

方法二：

证明：连接OE，过点O作$OG \perp AB$于点G，

$\because \odot O$与AD相切于点E，$\therefore OE \perp AD$，

$\therefore \angle AEO=\angle AGO=90^{\circ}$，

$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore \angle BAC=\angle DAC=45^{\circ}$，

又$\because$ $AO=AO$，

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle AOG\left(\mathrm{AAS}\right)$，

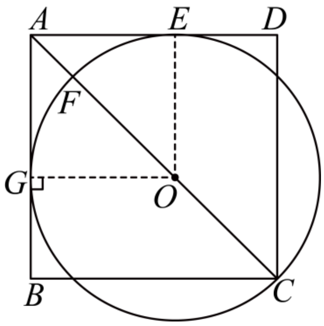
$\therefore OE=OG$，

$\because OE$为$\odot O$的半径，

$\therefore OG$为$\odot O$的半径，

$\because OG\perp AB$，

$\therefore AB$与$\odot O$相切.



方法三：

证明：过点O作$OG\perp AB$于点G，连接OE.

$\because AD$与$\odot O$相切，OE为$\odot O$半径，

$\therefore OE\perp AE$，

$\therefore \angle AEO=90^{\circ}$，

$\because OG\perp AB$，

$\therefore \angle AGO=90^{\circ}$，

又$\because$四边形$ABCD$为正方形，

$\therefore \angle BAD=90^{\circ}$，

$\therefore$四边形$AEOG$为矩形，

又$\because AC$为正方形的对角线，

$\therefore \angle EAO=\angle GAO=\angle AOE=45^{\circ}$，

$\therefore OE=AE$，

$\therefore$矩形$AEOG$为正方形，

$\therefore OE=OG$.