

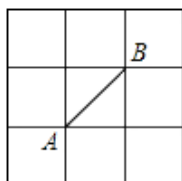
浙江省杭州市文澜中学 2024 届中考数学模试卷

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

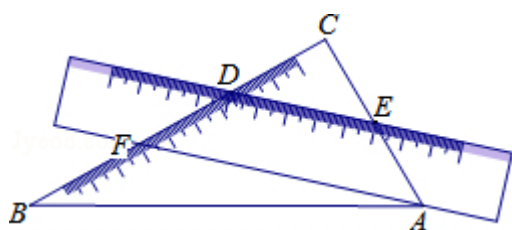
一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 在如图所示的正方形网格中，网格线的交点称为格点，已知 A、B 是两格点，如果 C 也是图中的格点，且使得 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，则这样的点 C 有()



- A. 6 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 9 个

2. 将一把直尺和一块含 30° 和 60° 角的三角板 ABC 按如图所示的位置放置，如果 $\angle CDE=40^\circ$ ，那么 $\angle BAF$ 的大小为()



- A. 10° B. 15° C. 20° D. 25°

3. 下列四个几何体中，左视图为圆的是()



4. 已知点 A $(1-2x, x-1)$ 在第二象限，则 x 的取值范围在数轴上表示正确的是()



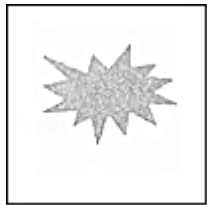
5. 已知 $\vec{a} = 5\vec{b}$ ，下列说法中，不正确的是()

- A. $\vec{a} - 5\vec{b} = 0$ B. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同
C. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ D. $|\vec{a}| = 5|\vec{b}|$

6. 下列运算正确的是()

- A. $x^3+x^3=2x^6$ B. $x^6 \div x^2=x^3$ C. $(-3x^3)^2=2x^6$ D. $x^2 \cdot x^{-3}=x^{-1}$

7. 如图，为测量平地上一块不规则区域（图中的阴影部分）的面积，画一个边长为 4m 的正方形，使不规则区域落在正方形内．现向正方形内随机投掷小球（假设小球落在正方形内每一点都是等可能的），经过大量重复投掷试验，发现小球落在不规则区域的频率稳定在常数 0.65 附近，由此可估计不规则区域的面积约为（ ）

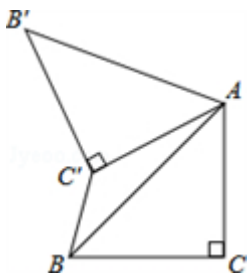


- A. $2.6m^2$ B. $5.6m^2$ C. $8.25m^2$ D. $10.4m^2$

8. 若代数式 $\frac{1}{2-x}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x \neq -2$ D. $x \neq 2$

9. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=BC=\sqrt{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 到 $\triangle AB'C'$ 的位置，连接 $C'B$ ，则 $C'B$ 的长为（ ）



- A. $2-\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}-1$ D. 1

10. 九年级学生去距学校 10 km 的博物馆参观，一部分学生骑自行车先走，过了 20 min 后，其余学生乘汽车出发，结果他们同时到达.已知汽车的速度是骑车学生速度的 2 倍，求骑车学生的速度.设骑车学生的速度为 x km/h，则所列方程正确的是（ ）

- A. $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} - \frac{1}{3}$ B. $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} - 20$
C. $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} + \frac{1}{3}$ D. $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} + 20$

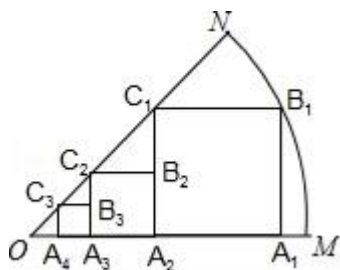
二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

11. 已知 y 与 x 的函数满足下列条件：①它的图象经过 $(1, 1)$ 点；②当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小．写出一个符合条件的函数：_____.

12. 分解因式： $8a^3 - 8a^2 + 2a =$ _____.

13. 如图所示，扇形 OMN 的圆心角为 45° ，正方形 $A_1B_1C_1A_2$ 的边长为 2，顶点 A_1, A_2 在线段 OM 上，顶点 B_1 在弧 MN 上，顶点 C_1 在线段 ON 上，在边 A_2C_1 上取点 B_2 ，以 A_2B_2 为边长继续作正方形 $A_2B_2C_2A_3$ ，使得点 C_2

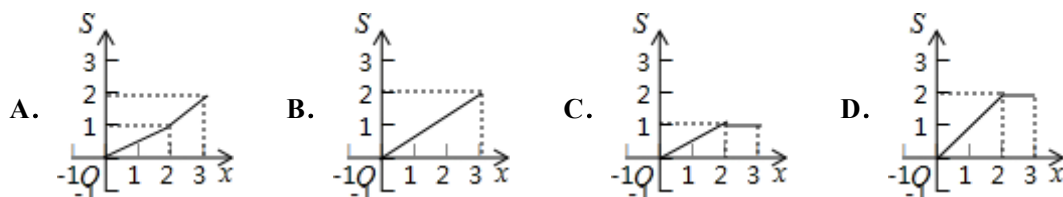
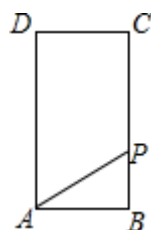
在线段 ON 上, 点 A_3 在线段 OM 上,, 依次规律, 继续作正方形, 则 $A_{2018}M =$ _____.



14. 将数字 37000000 用科学记数法表示为_____.

15. 计算: $2\sin 45^\circ - |-5| + \left(\frac{1}{3} + \sqrt{3}\right)^0 - \sqrt{18}$.

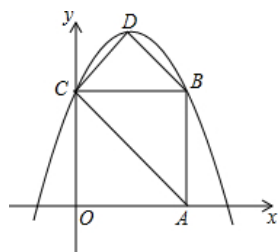
16. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $BC=2$, 点 P 从点 B 出发, 沿 $B-C-D$ 向终点 D 匀速运动, 设点 P 走过的路程为 x , $\triangle ABP$ 的面积为 S , 能正确反映 S 与 x 之间函数关系的图象是()



17. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (5 - \pi)^0 =$ _____.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 69 分)

18. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $OABC$ 的边长为 4, 顶点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 B 、 C 两点, 点 D 为抛物线的顶点, 连接 AC 、 BD 、 CD .



(1) 求此抛物线的解析式.

(2) 求此抛物线顶点 D 的坐标和四边形 $ABCD$ 的面积.

19. (5 分)

某景区商店销售一种纪念品，每件的进货价为 40 元. 经市场调研，当该纪念品每件的销售价为 50 元时，每天可销售 200 件；当每件的销售价每增加 1 元，每天的销售数量将减少 10 件. 当每件的销售价为 52 元时，该纪念品每天的销售数量为_____件；当每件的销售价 x 为多少时，销售该纪念品每天获得的利润 y 最大？并求出最大利润.

20. (8 分) 如图 1 在正方形 $ABCD$ 的外侧作两个等边三角形 ADE 和 DCF ，连接 AF ， BE .

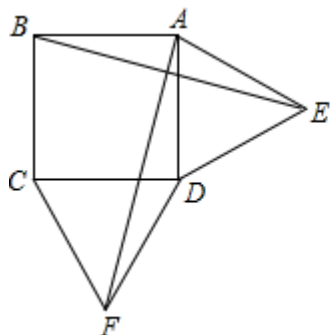


图1

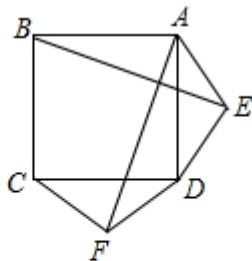
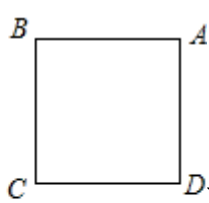


图2



备用图

请判断： AF 与 BE 的数量关系是_____，

位置关系_____；如图 2，若将条件“两个等边三角形 ADE 和 DCF ”变为“两个等腰三角形 ADE 和 DCF ，且 $EA=ED=FD=FC$ ”，第 (1) 问中的结论是否仍然成立？请作出判断并给予证明；若三角形 ADE 和 DCF 为一般三角形，且 $AE=DF$ ， $ED=FC$ ，第 (1) 问中的结论都能成立吗？请直接写出你的判断.

21. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=\alpha$ ，点 P 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $\angle PAC+\angle PCA=\frac{\alpha}{2}$ ，连接 PB ，试探究 PA 、 PB 、 PC 满足的等量关系.

(1) 当 $\alpha=60^\circ$ 时，将 $\triangle ABP$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle ACP'$ ，连接 PP' ，如图 1 所示. 由 $\triangle ABP \cong \triangle ACP'$ 可以证得 $\triangle APP'$ 是等边三角形，再由 $\angle PAC+\angle PCA=30^\circ$ 可得 $\angle APC$ 的大小为_____度，进而得到 $\triangle CPP'$ 是直角三角形，这样可以得到 PA 、 PB 、 PC 满足的等量关系为_____；

(2) 如图 2，当 $\alpha=120^\circ$ 时，参考 (1) 中的方法，探究 PA 、 PB 、 PC 满足的等量关系，并给出证明；

(3) PA 、 PB 、 PC 满足的等量关系为_____.

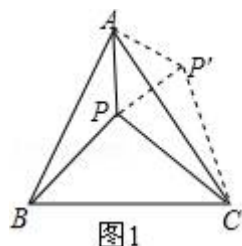


图1

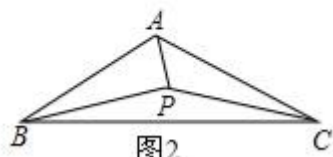
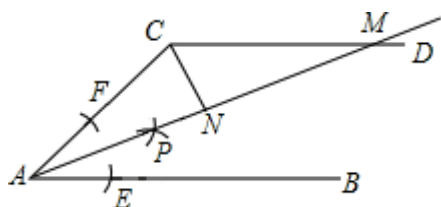


图2

22. (10 分) 现有一次函数 $y=mx+n$ 和二次函数 $y=mx^2+nx+1$ ，其中 $m \neq 0$ ，若二次函数 $y=mx^2+nx+1$ 经过点 $(2, 0)$ ， $(3, 1)$ ，试分别求出两个函数的解析式. 若一次函数 $y=mx+n$ 经过点 $(2, 0)$ ，且图象经过第一、三象限. 二次函数 $y=mx^2+nx+1$ 经过点 (a, y_1) 和 $(a+1, y_2)$ ，且 $y_1 > y_2$ ，请求出 a 的取值范围. 若二次函数 $y=mx^2+nx+1$ 的顶点坐标为 $A(h, k)$ ($h \neq 0$)，同时二次函数 $y=x^2+x+1$ 也经过 A 点，已知 $-1 < h < 1$ ，请求出 m 的取值范围.

23. (12 分) 如图， $AB \parallel CD$ ，以点 A 为圆心，小于 AC 长为半径作圆弧，分别交 AB ， AC 于 E ， F 两点，再分别以 E ， F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 长为半径作圆弧，两条圆弧交于点 P ，连接 AP ，交 CD 于点 M ，若 $\angle ACD=110^\circ$ ，求 $\angle CMA$

的度数_____.



24. (14 分) 为了提高服务质量, 某宾馆决定对甲、乙两种套房进行星级提升, 已知甲种套房提升费用比乙种套房提升费用少 3 万元, 如果提升相同数量的套房, 甲种套房费用为 625 万元, 乙种套房费用为 700 万元.

(1) 甲、乙两种套房每套提升费用各多少万元?

(2) 如果需要甲、乙两种套房共 80 套, 市政府筹资金不少于 2090 万元, 但不超过 2096 万元, 且所筹资金全部用于甲、乙种套房星级提升, 市政府对两种套房的提升有几种方案? 哪一种方案的提升费用最少?

(3) 在 (2) 的条件下, 根据市场调查, 每套乙种套房的提升费用不会改变, 每套甲种套房提升费用将会提高 a 万元 ($a > 0$), 市政府如何确定方案才能使费用最少?

参考答案

一、选择题 (每小题只有一个正确答案, 每小题 3 分, 满分 30 分)

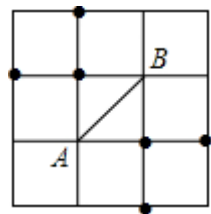
1、A

【解析】

根据题意, 结合图形, 分两种情况讨论: ①AB 为等腰 $\triangle ABC$ 底边; ②AB 为等腰 $\triangle ABC$ 其中的一条腰.

【详解】

如图: 分情况讨论:



①AB 为等腰直角 $\triangle ABC$ 底边时, 符合条件的 C 点有 2 个;

②AB 为等腰直角 $\triangle ABC$ 其中的一条腰时, 符合条件的 C 点有 4 个.

故选: C.

【点睛】

本题考查了等腰三角形的判定; 解答本题关键是根据题意, 画出符合实际条件的图形, 再利用数学知识来求解. 数形结合的思想是数学解题中很重要的解题思想.

2、A

【解析】

先根据 $\angle CDE=40^\circ$ ，得出 $\angle CED=50^\circ$ ，再根据 $DE\parallel AF$ ，即可得到 $\angle CAF=50^\circ$ ，最后根据 $\angle BAC=60^\circ$ ，即可得出 $\angle BAF$ 的大小。

【详解】

由图可得， $\angle CDE=40^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，

$\therefore \angle CED=50^\circ$ ，

又 $\because DE\parallel AF$ ，

$\therefore \angle CAF=50^\circ$ ，

$\because \angle BAC=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAF=60^\circ-50^\circ=10^\circ$ ，

故选 A.

【点睛】

本题考查了平行线的性质，熟练掌握这一点是解题的关键.

3、A

【解析】

根据三视图的法则可得出答案.

【详解】

解：左视图为从左往右看得到的视图，

A.球的左视图是圆，

B.圆柱的左视图是长方形，

C.圆锥的左视图是等腰三角形，

D.圆台的左视图是等腰梯形，

故符合题意的选项是 A.

【点睛】

错因分析 较容易题.失分原因是不会判断常见几何体的三视图.

4、B

【解析】

先分别求出每一个不等式的解集，再根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【详解】

解：根据题意，得： $\begin{cases} 1-2x < 0 & \text{①} \\ x-1 > 0 & \text{②} \end{cases}$ ，

解不等式①，得： $x > \frac{1}{2}$ ，

解不等式②，得： $x > 1$ ，

∴不等式组的解集为 $x > 1$ ，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查解一元一次不等式组，关键要掌握解一元一次不等式的方法，牢记确定不等式组解集方法.

5、A

【解析】

根据平行向量以及模的定义的知识求解即可求得答案，注意掌握排除法在选择题中的应用.

【详解】

A、 $\vec{a} - 5\vec{b} = \vec{0}$ ，故该选项说法错误

B、因为 $\vec{a} = 5\vec{b}$ ，所以 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同，故该选项说法正确，

C、因为 $\vec{a} = 5\vec{b}$ ，所以 $\vec{a} // \vec{b}$ ，故该选项说法正确，

D、因为 $\vec{a} = 5\vec{b}$ ，所以 $|\vec{a}| = 5|\vec{b}|$ ；故该选项说法正确，

故选：A.

【点睛】

本题考查了平面向量，注意，平面向量既有大小，又有方向，平行向量，也叫共线向量，是指方向相同或相反的非零向量. 零向量和任何向量平行.

6、D

【解析】

分析：根据合并同类项法则，同底数幂相除，积的乘方的性质，同底数幂相乘的性质，逐一判断即可.

详解：根据合并同类项法则，可知 $x^3+x^3=2x^3$ ，故不正确；

根据同底数幂相除，底数不变指数相加，可知 $a^6 \div a^2 = a^4$ ，故不正确；

根据积的乘方，等于各个因式分别乘方，可知 $(-3a^3)^2 = 9a^6$ ，故不正确；

根据同底数幂相乘，底数不变指数相加，可得 $x^2 \cdot x^{-3} = x^{-1}$ ，故正确.

故选 D.

点睛：此题主要考查了整式的相关运算，是一道综合性题目，熟练应用整式的相关性质和运算法则是解题关键.

7、D

【解析】

首先确定小石子落在不规则区域的概率，然后利用概率公式求得其面积即可．

【详解】

∵经过大量重复投掷试验，发现小石子落在不规则区域的频率稳定在常数 0.65 附近，

∴小石子落在不规则区域的概率为 0.65，

∴正方形的边长为 4m，

∴面积为 16 m²

设不规则部分的面积为 s m²

$$\text{则 } \frac{s}{16} = 0.65$$

解得：s=10.4

故答案为：D．

【点睛】

利用频率估计概率．

8、D

【解析】

试题解析：要使分式 $\frac{1}{2-x}$ 有意义，

则 $1-x \neq 0$ ，

解得：x≠1．

故选 D．

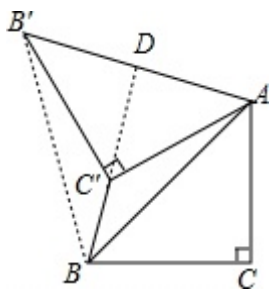
9、C

【解析】

延长 BC'交 AB'于 D，根据等边三角形的性质可得 BD⊥AB'，利用勾股定理列式求出 AB，然后根据等边三角形的性质和等腰直角三角形的性质求出 BD、C'D，然后根据 BC'=BD-C'D 计算即可得解．

【详解】

解：延长 BC'交 AB'于 D，连接 BB'，如图，



在 $\text{Rt}\triangle AC'B'$ 中, $AB' = \sqrt{2} AC' = 2$,

$\therefore BC'$ 垂直平分 AB' ,

$$\therefore C'D = \frac{1}{2} AB = 1,$$

$\therefore BD$ 为等边三角形 $\triangle ABB'$ 的高,

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2} AB' = \sqrt{3},$$

$$\therefore BC' = BD - C'D = \sqrt{3} - 1.$$

故本题选择 C.

【点睛】

熟练掌握勾股定理以及由旋转 60° 得到 $\triangle ABB'$ 是等边三角形是解本题的关键.

10、C

【解析】

试题分析：设骑车学生的速度为 $x \text{ km/h}$ ，则汽车的速度为 $2x \text{ km/h}$ ，由题意得， $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} + \frac{1}{3}$ ，故选 C.

考点：由实际问题抽象出分式方程.

二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

11、 $y = -x + 2$ （答案不唯一）

【解析】

①图象经过 $(1, 1)$ 点；②当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小，这个函数解析式为 $y = -x + 2$ ，

故答案为 $y = -x + 2$ （答案不唯一）.

12、 $2a(2a - 1)^2$

【解析】

提取 $2a$ ，再将剩下的 $4a^2 - 4a + 1$ 用完全平方和公式配出 $(2a - 1)^2$ ，即可得出答案.

【详解】

$$\text{原式} = 2a(4a^2 - 4a + 1) = 2a(2a - 1)^2.$$

【点睛】

本题考查了因式分解，仔细观察题目并提取公因式是解决本题的关键.

13、 $2\sqrt{5} - \frac{1}{2^{2015}}$.

【解析】

探究规律，利用规律即可解决问题.

【详解】

$\because \angle MON = 45^\circ$,

$\therefore \triangle C_2B_2C_2$ 为等腰直角三角形，

$\therefore C_2B_2 = B_2C_2 = A_2B_2$.

$\because$ 正方形 $A_2B_2C_2A_2$ 的边长为 2，

$\therefore OA_3 = AA_3 = A_2B_2 = \frac{1}{2} A_2C_2 = 2$. $OA_2 = 4$, $OM = OB_2 = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

同理，可得出： $OA_n = A_{n-2}A_n = \frac{1}{2} A_{n-2}A_{n-2} = \frac{1}{2^{n-3}}$,

$\therefore OA_{2028} = A_{2028}A_{2027} = \frac{1}{2^{2015}}$,

$\therefore A_{2028}M = 2\sqrt{5} - \frac{1}{2^{2015}}$.

故答案为 $2\sqrt{5} - \frac{1}{2^{2015}}$.

【点睛】

本题考查规律型问题，解题的关键是学会探究规律的方法，学会利用规律解决问题，属于中考常考题型.

14、 3.7×10^7

【解析】

根据科学记数法即可得到答案.

【详解】

数字 37000000 用科学记数法表示为 3.7×10^7 .

【点睛】

本题主要考查了科学记数法的基本概念，解本题的要点在于熟知科学记数法的相关知识.

15、 $-4 - 2\sqrt{2}$

【解析】

此题涉及特殊角的三角函数值、零指数幂、二次根式化简，绝对值的性质. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/546115041103010231>