难关必刷 01 有理数与整式加减综合之规律探究与新定义（解答 40 题专练）

一、解答题

1.（2022 秋·江西景德镇·七年级统考期中）材料一：对任意有理数 a，b 定义运算“⊗”，

$a\otimes b=a+b-\frac{2023}{2}$，如：$1\otimes 2=1+2-\frac{2023}{2}$，$1\otimes 2\otimes 3=1+2-\frac{2023}{2}+3-\frac{2023}{2}=-2017$.

材料二：规定$[a]$表示不超过 a 的最大整数，如$[3.1]=3$，$[-2]=-2$，$[-1.3]=-2$.

(1)$2\otimes 6=$_____，$[-\pi]^{[\pi]}=$_____；

(2)求$1\otimes 2\otimes 3\otimes 4\ldots\otimes 2022\otimes 2023$的值：

(3)若有理数 m，n 满足$m=2[n]=3[n+1]$，请直接写出$m\otimes[m+n]$的结果.

2.（2022 秋·浙江台州·七年级校考期中）定义：对于任意的有理数 a，$b(a\neq b)$，$a\oplus b=\frac{1}{2}(|a-b|+a+b)$

(1)探究性质：

①例：$3\oplus 2=$_____；$2\oplus 3=$_____；$(-3)\oplus 2=$_____；$(-3)\oplus(-2)=$_____；

②可以再举几个例子试试，你有什么发现吗？请用含 a，b 的式子表示出$a\oplus b$的一般规律；

(2)性质应用：

①运用发现的规律求【$(-92.5)\oplus 16.33$】⊕【$(-33.8)\oplus(-4)$】的值；

②将 -11，-10，-9，-8……，7，8 这 20 个连续的整数，任意分为 10 组，每组两个数，现将每组的两个数中任一数值记作 a，另一个记作 b，求出$a\oplus b$，10 组数代入后可求得 10 个$a\oplus b$的值，则这 10 个值的和的最小值是____.

3.（2022 秋·浙江温州·七年级校联考期中）如图，从左边第一个格子开始向右数，在每个小格子中都填入

一个整数，使得其中任意三个相邻格子中所填整数之和都相等.

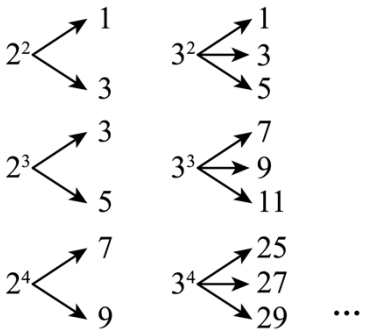
–2	a			6	b			–9	c	…	

(1)可求得$a=$____，第 2022 个格子中的数为 ____；

(2)求前 2022 个格子中所填整数之和S的值；

(3)若前m个格子中所填整数之和$S=-2022$，求m的值.（直接写出答案即可）

4.（2022 秋·浙江温州·七年级校考期中）我校七年级数学兴趣小组成员们自主开展数学微项目研究．结合本阶段学内容特点，他们决定研究数的一些“神秘”性质.

<table>
<tr><td colspan="3">探索数的神秘性质</td></tr>
<tr><td>素材</td><td>尼科马霍斯是古希腊数学家，他的著作《算术入门》中记载了各种数分门别类的整理成果，其中任何一个整数 m 的立方都可以写成 m 个连续奇数之和.</td><td>举例论证：
$1^3=1$；$2^3=3+5$；$3^3=7+9+11$；
请你按规律写出：
$4^3=_$.</td></tr>
<tr><td>规律总结</td><td>当 m 是奇数 7 时，则等号右边式子中的中间数（即第 4 个数）为_；</td><td>当 m 为偶数 10 时，则等号右边式子中的中间两个数（即第 5 和第 6 个数）为_.</td></tr>
<tr><td>综合应用</td><td colspan="2">利用上面结论计算：$1^3+2^3+3^3+\ldots+9^3+10^3+11^3$.</td></tr>
<tr><td>拓展延伸</td><td colspan="2">我们还发现以下规律：已知 $m\geq 2$，$n\geq 3$，且 m，n 均为正整数，如果将 m^n 进行如图所示的“分解”：

若 m^n（且 m，n 均为不大于 7 的正整数）的分解中有奇数 31，则 m^n 的值为_.</td></tr>
</table>

5.（2021 春·山东青岛·七年级校考期中）问题再现：

数形结合是解决数学问题的一种重要的思想方法，借助这种方法可将抽象的数学知识变得直观起来并且具有可操作性，从而可以帮助我们快速解题．初中数学里的一些代数公式，很多都可以通过表示几何图形面

积的方法进行直观推导和解释．例如：利用图形的几何意义推证完全平方公式．将一个边长为 a 的正方形的边长增加 b，形成两个矩形和两个正方形，如图 1，这个图形的面积可以表示成：$(a+b)^2$ 或 $a^2+2ab+b^2$，$\therefore (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，这就验证了两数和的完全平方公式．

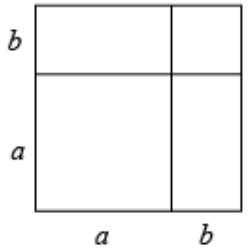


图1

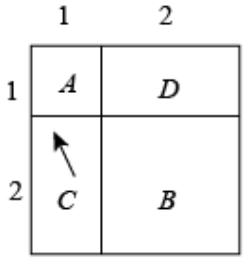
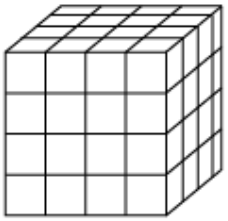
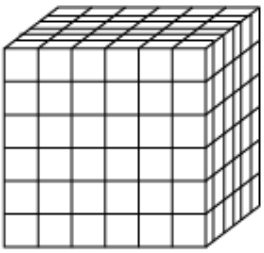


图2


图3


图4

问题提出：

如何利用图形几何意义的方法推证：$1^3+2^3=3^2$，如图 2，A 表示 1 个 1×1 的正方形，即：$1\times1\times1=1^3$，B 表示 1 个 2×2 的正方形，C 与 D 恰好可以拼成 1 个 2×2 的正方形，因此：B、C、D 就可以表示 2 个 2×2 的正方形，即：$2\times2\times2=2^3$，而 A、B、C、D 恰好可以拼成一个 $(1+2)\times(1+2)$ 的大正方形，由此可得：$1^3+2^3=(1+2)^2=3^2$．

(1)尝试解决：请你类比上述推导过程，利用图形几何意义方法推证：$1^3+2^3+3^3=$_____（要求自己构造图形并写出推证过程）．

(2)类比归纳：请用上面的表示几何图形面积的方法探究：$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=$_____（要求直接写出结论，不必写出解题过程）．

(3)实际应用：图 3 是由棱长为 1 的小正方体搭成的大正方体，图中大小正方体一共有多少个？为了正确数出大小正方体的总个数，我们可以分类统计，即分别数出棱长是 1，2，3 和 4 的正方体的个数，再求总和．例如：棱长是 1 的正方体有：$4\times4\times4=4^3$ 个，棱长是 2 的正方体有：$3\times3\times3=3^3$ 个，棱长是 3 的正方体有：$2\times2\times2=2^3$ 个，棱长是 4 的正方体有：$1\times1\times1=1^3$ 个，然后利用（3）类比归纳的结论，可得：_____=_____．

(4)图 4 是由棱长为 1 的小正方体成的大正方体，图中大小正方体一共有_____个．

(5)逆向应用：如果由棱长为 1 的小正方体搭成的大正方体中，通过上面的方式数出的大小正方体一共有 3025 个，那么棱长为 1 的小正方体一共有_____个．

6.（2020 秋·浙江宁波·七年级校考期中）规定：求若干个相同的有理数（均不等于 0）的除法运算叫做除方，如 2÷2÷2，（-3）÷（-3）÷（-3）÷（-3）等．类比有理数的乘方，我们把 2÷2÷2 记作 2③，读作“2 的圈 3 次方”，（-3）÷（-3）÷（-3）÷（-3）记作（-3）④，读作“-3 的圈 4 次方”，一般地，把 $\underbrace{a\div a\div a\div\ldots\div a}_{n个a}$（a≠0）记作 a⓷，读作“a 的圈 n 次方”.

【初步探究】

（1）直接写出计算结果：2③=___，（$\frac{1}{2}$）⑤=___；

（2）关于除方，下列说法错误的是___

A．任何非零数的圈 2 次方都等于 1；

B．对于任何正整数 n，1⓷=1；

C．3④=4③；

D．负数的圈奇数次方结果是负数，负数的圈偶数次方结果是正数.

【深入思考】

我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？

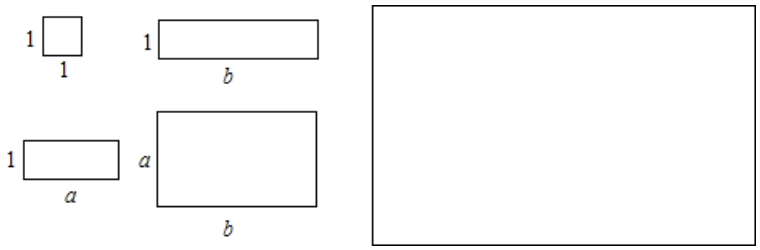
（1）试一试：仿照上面的算式，将下列运算结果直接写成幂的形式.

（-3）④=___； 5⑥=___；（-$\frac{1}{2}$）⑩=___.

（2）想一想：将一个非零有理数 a 的圈 n 次方写成幂的形式等于___；

（3）算一算：$12^2\div(-\frac{1}{3})④\times(-2)⑤-(-\frac{1}{3})⑥\div3^3$

7.（2023 春·江苏盐城·七年级统考期中）【操作发现】如图，现有1×1，$1\times a$，$1\times b$，$a\times b$的矩形卡片各一张，请你在下面的方框内将它们拼成一个大的矩形（要求：画出分割线，并标注必要的线段长）．观察操作前后的面积可以得到一个等式，这个等式是_____.



【应用探究】对于一个正整数 n，若能找到正整数 a，b，使得 $n=a+b+ab$，则称 n 为一个“奇妙数”．例如 $3=1+1+1\times1$，则 3 就是一个“奇妙数”．根据“奇妙数”的规定，解决下列问题：

（1）7 是不是一个“奇妙数”？为什么？

（2）从 1 到 15 这 15 个正整数中“奇妙数”有哪些?

【活动拓展】在一次数学活动课上，黑板上写有 1、$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、…、$\frac{1}{60}$ 共 60 个数字．小王老师要求同学们进行以下操作：每次操作先从黑板上的数中任选取 2 个数 a、b，然后删去这两个数 a 和 b，同时在黑板上写出与 $a+b+ab$ 的值相等的数．试求经过 59 次操作后黑板上剩下的数．

8.（2020 秋·广东惠州·七年级校考期中）观察以下一系列等式：

①$2^2-2^1=4-2=2^1$；

②$2^3-2^2=8-4=2^2$；

③$2^4-2^3=16-8=2^3$；

④_____；…

（1）请按这个顺序仿照前面的等式写出第④个等式：_____；

（2）根据你上面所发现的规律，用含字母 n 的式子表示第 n 个等式：_____，并说明这个规律的正确性；

（3）请利用上述规律计算：$2^1+2^2+2^3+\ldots+2^{100}$.

9.（2022 秋·广东东莞·七年级校考期中）观察下列各式：

$1^2=\frac{1\times2\times3}{6}$；$1^2+2^2=\frac{2\times3\times5}{6}$；$1^2+2^2+3^2=\frac{3\times4\times7}{6}$；$1^2+2^2+3^2+4^2=\frac{4\times5\times9}{6}$；……

（1）根据你发现的规律，计算下面算式的值：$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=$____；

（2）请用一个含 n 的算式表示这个规律：$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=$____；

（3）根据发现的规律，请计算算式$51^2+52^2+\cdots+99^2+100^2$的值（写出必要的解题过程）.

10.（2022 秋·河南郑州·七年级校考期中）【阅读】求值$1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{10}$.

解：设 S= $1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{10}$①

将等式①的两边同时乘以 2 得：2S= $2+2^2+2^3+2^4\ldots+2^{11}$②

由②－①得：$2S-S=2^{11}-1$

即：S= $1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{10}=2^{11}-1$

【运用】仿照此法计算：

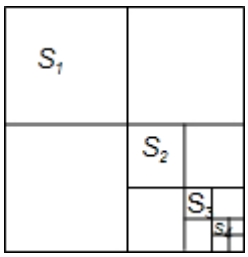
$1+5+5^2+5^3+\ldots+5^{100}$ ；

【延伸】如图，将边长为 1 的正方形分成 4 个完全一样的小正方形，得到左上角一个小正方形为 S_1，选取右下角的小正方形进行第二次操作，又得到左上角更小的正方形 S_2，依次操作 2019 次，依次得到小正方形 S_1、S_2、S_3、…、S_{2019}.

完成下列问题：

（1）小正方形的面积 S_{2019} 等于_____；

（2）求正方形 S_1、S_2、S_3、…、S_{2019} 的面积和.



11.（2021 秋·福建泉州·七年级福建省永春第一中学校考期中）探究规律，完成相关题目

老师说：“我定义了一种新的运算，叫※（加乘）运算.”

老师写出了一些按照※（加乘）运算法则进行运算的式子:

(+2) ※(+4)=+6 ； (-3) ※(-4)=+7

(-2) ※(+3)=-5 ； (+5) ※(-6)=-11

0※(+9)=+9；(-7) ※0=+7

小明看完算式后说：我知道老师定义的※（加乘）运算法则了，聪明的你看出来了吗？请你帮忙归纳※（加乘）运算法则：

（1）归纳※（加乘）运算法则：

两数进行※（加乘）运算时，_

特别是 0 和任何数进行※（加乘）运算，或是任何数和 0 进行※（加乘）运算_

（2）计算：-5※〔0※（-3）〕=_

（3）若（4-2b）※（｜a｜-1）=0,求 a+b 的值

12.（2020 秋·山东枣庄·七年级统考期中）同学们学过有理数减法可以转化为有理数加法来运算，有理数除法可以转化为有理数乘法来运算．其实这种转化的数学方法，在学习数学时会经常用到，通过转化我们可以把一个复杂问题转化为一个简单问题来解决．

例如：计算$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}$.

此题我们按照常规的运算方法计算比较复杂，但如果采用下面的方法把乘法转化为减法后计算就变得非常简单．

分析方法：因为$\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$，$\frac{1}{4\times5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$.

所以，将以上 4 个等式两边分别相加即可得到结果，解法如下：

$$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}$$
$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)$$
$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$$
$$=\frac{4}{5}$$

（1）$\frac{1}{n(n+1)}=$_____；

（2）应用上面的方法计算：$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\ldots+\frac{1}{2019\times2020}$.

（3）类比应用上面的方法探究并计算：$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{7\times9}+\frac{1}{9\times11}+\frac{1}{11\times13}+\frac{1}{13\times15}$.

13.（2020 秋·山西太原·七年级山西实验中学校考期中）定义：若a是不为 1 的有理数，我们把$\frac{1}{1-a}$称为a的差倒数．如：2 的差倒数是$\frac{1}{1-2}=-1$，-1的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$．已知$a_1=-\frac{1}{3}$，$a_2$是$a_1$的差倒数，$a_3$是$a_2$的差倒数，则$a_3=$_____；$a_4$是$a_3$的差倒数，…，依次类推，回答下列问题：

（1）$a_2=$_____，$a_3=$_____，$a_4=$_____.

（2）求$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2019}$的值.

14.（2022 秋·湖南衡阳·七年级校考期中）观察下列等式：

$\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\ldots\ldots$

（1）仿照上面的等式，把后面这个代数式写成上面等式右边的形式：$\frac{1}{n(n+1)}=$_____.

（2）直接写出下面算式的结果：$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\ldots+\frac{1}{2019\times2020}=$_____；

以下两小题，需写出解答过程：

（3）计算：$\left|\frac{1}{2}-1\right|+\left|\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right|+\cdots+\left|\frac{1}{99}-\frac{1}{98}\right|+\left|\frac{1}{100}-\frac{1}{99}\right|$

（4）探究并计算：$\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{6\times8}+\cdots+\frac{1}{2006\times2008}$.

15.（2021 春·浙江·七年级期中）数学中有很多的可逆的推理．如果$10^b=n$，那么利用可逆推理，已知 n 可求 b 的运算，记为$b=f\ \ (n)$，如$10^2=100$，

则$2=f(100)$;$10^4=10000$，则$4=f(10000)$.

①根据定义，填空：$f(10)=$_____，$f\left(10^3\right)=$_____.

②若有如下运算性质：$f(mn)=f(m)+f(n)$,$f\left(\frac{n}{m}\right)=f(n)-f(m)$.

根据运算性质填空，填空：若$f(2)=0.3010$，则$f(4)=$_____；$f(5)=$_____；

③下表中与数 x 对应的$f(x)$有且只有两个是错误的，请直接找出错误并改正．

x	1.5	3	5	6	8	9	12	27
$f(x)$	$3a-b+c$	$2a-b$	$a+c$	$1+a-b-c$	$3-3a-3c$	$4a-2b$	$3-b-2c$	$6a-3b$

错误的式子是_____，_____；分别改为_____，_____.

16.（2023 春·四川达州·七年级校考期中）数学问题：计算$\frac{1}{m}+\frac{1}{m^2}+\frac{1}{m^3}+\cdots\frac{1}{m^n}$（其中$m$，$n$都是正整数，且$m\geq2$，$n\geq1$）.

探究问题：为解决上面的数学问题，我们运用数形结合的思想方法，通过不断地分割一个面积为1 的正方形，把数量关系和几何图形巧妙地结合起来，并采取一般问题特殊化的策略来进行探究．

探究一：计算$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}$.

第1次分割，把正方形的面积二等分，其中阴影部分的面积为$\frac{1}{2}$.

第2次分割，把上次分割图中空白部分的面积继续二等分，阴影部分的面积之和为$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}$.

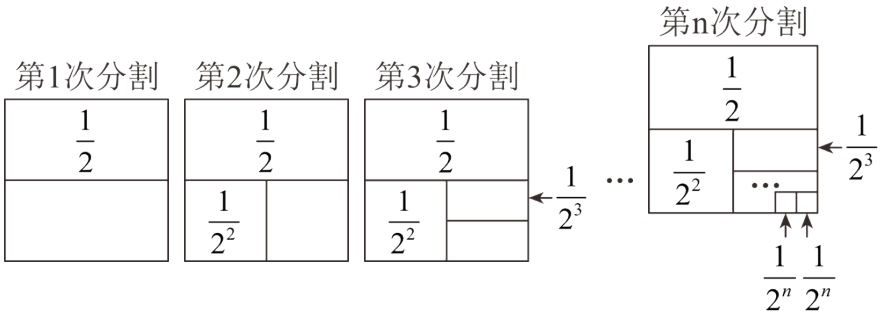
第3次分割，把上次分割图中空白部分的面积继续二等分，$\llcorner$.

$\llcorner$

第n次分割，把上次分割图中空白部分的面积最后二等分，所有阴影部分的面积之和

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}$，最后空白部分的面积是$\frac{1}{2^n}$.

第n次分割图可得等式：$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}$.



探究二：计算$\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^n}$.

第1次分割，把正方形的面积三等分，其中阴影部分的面积为$\frac{2}{3}$.

第2次分割，把上次分割图中空白部分的面积继续三等分，阴影部分的面积之和为$\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}$.

第3次分割，把上次分割图中空白部分的面积继续三等分，$\llcorner$.

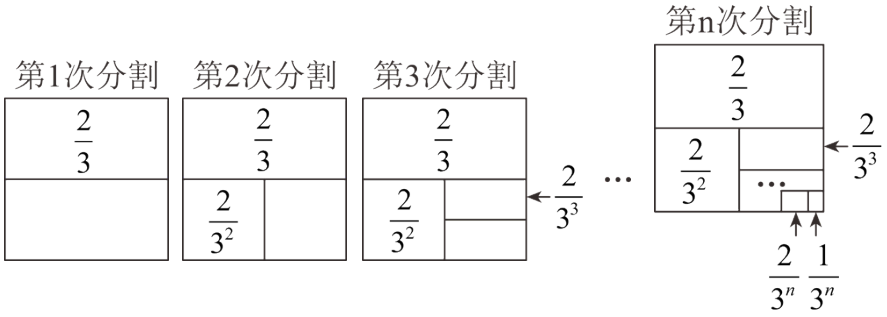
$\llcorner$

第n次分割，把上次分割图中空白部分的面积最后三等分，所有阴影部分的面积之和为

$\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\cdots+\frac{2}{3^n}$，最后空白部分的面积是$\frac{1}{3^n}$.

根据第n次分割图可得等式：$\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\cdots+\frac{2}{3^n}=1-\frac{1}{3^n}$，

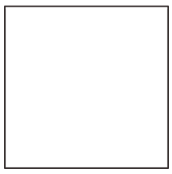
两边同除以2，得$\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^n}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\times 3^n}$.



探究三：计算$\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\cdots+\frac{1}{4^n}$.

（仿照上述方法，只画出第n次分割图，在图上标注阴影部分面积，并写出探究过程）

第n次分割



解决问题：根据前面探究结果：

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^n}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\times 3^n}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\cdots+\frac{1}{4^n}=$_____.

L

$\frac{1}{m}+\frac{1}{m^2}+\frac{1}{m^2}+\cdots+\frac{1}{m^n}=$_____.（只填空，其中$m$，$n$都是正整数，且$m\geq 2$，$n\geq 1$）

拓广应用：计算$\frac{5-1}{5}+\frac{5^2-1}{5^2}+\frac{5^3-1}{5^3}+\cdots+\frac{5^n-1}{5^n}$.

17.（2021 秋·湖北武汉·七年级武汉市武珞路中学校考期中）观察下面三行数：

2，-4，8，-16，32，-64；

3，-3，9，-15，33，-63；

-5，7，-17，31，-65，127.

（1）第一行的第 9 个数是_，第一行的第n个数是_；

（2）取每一行的第 8 个数，分别记为a,b,c，则$a-2b+c=$_；

（3）小明在第二行中取连续三个数，并求出他们的和为 387，则$n=$_；

（4）取每行数的第n 个数，这三个数中任意两个数之差的最大值为 6146，则$n=$_.

18.（2022 秋·四川资阳·七年级校考期中）概念学习

现规定：求若干个相同的有理数（均不等于 0）的商的运算叫做除方，比如$2\div2\div2$，

$(-3)\div(-3)\div(-3)\div(-3)$等，类比有理数的乘方，我们把$2\div2\div2$写作$2^{③}$，读作“2 的圈 3 次方”，

$(-3)\div(-3)\div(-3)\div(-3)$写作$(-3)^{④}$，读作“$(-3)$的圈 4 次方”，一般地，把$\underbrace{a\div a\div a\div\cdots\div a}_{n个a}(a\neq0)$写作$a^{ⓝ}$，读作“a 的圈 n 次方”.

初步探究

（1）直接写出计算结果：$3^{②}=$_____，$\left(-\frac{1}{3}\right)^{③}=$_____；

（2）下列关于除方说法中，错误的有_____；（在横线上填写序号即可）

A．任何非零数的圈 2 次方都等于 1

B．任何非零数的圈 3 次方都等于它的倒数

C．负数的圈奇数次方结果是负数，负数的圈偶数次方结果是正数

D．圈 n 次方等于它本身的数是 1 或 –1

深入思考

我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，那么有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？

除方 $\longrightarrow$ $2^{④}=2\div2\div2\div2=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$ $\longrightarrow$ 乘方幂的形式

（3）归纳：请把有理数 $a(a\neq0)$ 的圈 $n(n\geq3)$ 次方写成幂的形式为：$a^{⑪}=$_____；

（4）比较：$(-2)^{⑧}$_____$(-4)^{⑥}$；填“>”“<”或“=”）

（5）计算：$-1^{⑳}+1\div\left(-\frac{1}{2}\right)^{④}\times(-7)^{⑥}-(-48)\div\left(\frac{1}{7}\right)^{④}$.

19．（2021 秋·重庆渝中·七年级重庆巴蜀中学校考期中）阅读理解：

一个多位数，如果根据它的位数，可以从左到右分成左、中、右三个数位相同的整数，其中 a 代表这个整数分出来的左边数，b 代表的这个整数分出来的中间数，c 代表这个整数分出来的右边数，其中 a，b，c 数位相同，若 $b-a=c-b$，我们称这个多位数为等差数．

例如：357 分成了三个数 3，5，7，并且满足：5－3＝7－5；

413223 分成三个数 41，32，23，并且满足：32－41＝23－32；

所以：357 和 413223 都是等差数．

（1）判断：148 _____等差数，514335_____等差数；（用“是”或“不是”填空）

（2）若一个三位数是等差数，试说明它一定能被 3 整除；

（3）若一个三位数 T 是等差数，且 T 是 24 的倍数，求该等差数 T.

20.（2022 秋·江苏·七年级期中）先阅读下列材料，然后解答问题：

材料：从 4 张不同的卡片中选取 2 张，有 6 种不同的选法，抽象成数学问题就是从 4 个不同元素中选取 2 个元素的组合，组合数记为 $C_4^2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$．一般地，从 n 个不同元素中选取 m 个元素的组合数记作 C_n^m，$C_n^m=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)(m-2)\cdots2\times1}$（$m\le n$）．

例如：从 6 个不同元素中选 3 个元素的组合，组合数记作 $C_6^3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

（1）为迎接国家建设工作检查，学校将举办小型书画展览．王老师在班级 8 幅优秀书画中选取 3 幅，共有多少种选法？

（2）探索发现：

计算：$C_3^2=$____，$C_3^3=$____，$C_4^3=$____，$C_5^3=$____，$C_5^4=$____，$C_6^4=$____．

由上述计算，试猜想 C_n^k，C_n^{k+1}，C_{n+1}^{k+1} 之间有什么关系．（只写结论，不需说明理由）

（3）请你直接利用（2）中猜想的结论计算：$C_4^3+C_4^2+C_5^2+C_6^2+\ldots+C_{10}^2$．

21.（2021 秋·辽宁鞍山·七年级统考期中）仔细观察下列三组数：

第一组：－1，8，－27，64，－125，….

第二组：1，－4，9，－16，25，…

第三组：－2，－8，－18，－32，－50，…

（1）第一组的第 6 个数是 ____；

（2）第二组的第 n 个数是 ____；

（3）分别取每一组的第 10 个数，计算这三个数的和．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/546230015200010202