

第 5 章 影响线

一. 教学目的

通过本章的学习，理解影响线的概念，能够正确的画出结构的影响线，利用影响线能够求出相应结构的最不利荷载位置。

二. 主要章节

§5-1 移动和荷载影响线的概念

§5-2 静力法作简支梁的影响线

§5-3 结点荷载作用下梁的影响线

§5-4 静力法作桁架的影响线

§5-5 机动法作影响线

§5-6 影响线的应用

§5-7 用求解器计算结构的影响线

§5-8 小结

§5-9 思考与讨论

§5-10 习题

§5-11 测验

三. 学习指导

本章所学的内容与前几章所学内容有一个最大的不同，本章主要讨论的是结构在移动荷载作用下的内力计算以及内力随荷载移动的变化规律，计算的方法依然是静力平衡的方法，学习时应注意与以前所学的共同点和不同点。

四. 参考资料

《结构力学教程(I)》P187～226

§5-1 移动荷载和影响线的概念

一. 移动荷载

结构所承受的荷载作用点在结构上是移动的。

桥梁上承受火车、汽车和走动的人群等荷载；厂房中的吊车梁承受的吊车荷载等都是移动荷载。

二. 影响线的概念

工程中的移动荷载是多种多样的，不可能针对每一个结构在各种移动荷载作用下产生的效果进行一一的分析，研究移动荷载对结构各种力学物理量的变化规律。一般只需研究具有典型意义的一个竖向单位集中荷载 $F_P = 1$ 沿结构移动时，某一量值（内力、支反力等）的变化规律，再利用叠加原理，求出移动荷载对结构某一量值的影响。

影响线：单位移动荷载作用下，结构上某一量值 Z 的变化规律的图形称为该量值 Z 的影响线。

§5-2 静力法作简支梁的影响线

一. 教学目的

本节是利用静力平衡的方法，以荷载的作用位置坐标为变量，确定某一量值的影响函数，从而确定影响线。通过本章的学习，能够正确理解影响线的概念并能应用静力法做出简支梁的影响线。

二. 主要内容

1. 支座反力的影响线
2. 剪力影响线
3. 弯矩影响线

三. 学习指导

影响线的关键是理解变量的意义和水平坐标、纵坐标的物理意义，数学方法相对比较简单容易掌握。

四. 参考资料

《结构力学教程(I)》P188~192

5.2.1 支座反力的影响线

现先研究如何确定图 5-1a 所示简支梁支座反力的影响线。

以梁的支座 A 为原点，以荷载的作用点到 A 的距离为变量。

由图可知，当荷载由一端 A 移到另一端 B 时，变量由 0 变到 l 。

由平衡方程求支反力的大小：

$$\sum M_B = 0 \quad F_{RA}l - F_P(l-x) = 0$$

$$F_{RA} = \frac{l-x}{l} F_P \quad (0 \leq x \leq l)$$

F_{RA} 与 F_P 成正比，比例系数 $(l-x)/l$ 称为 F_{RA} 的影响系数，用 $\bar{F}_{RA}$ 表示，即：

$$\bar{F}_{RA} = \frac{l-x}{l} \quad (0 \leq x \leq l)$$

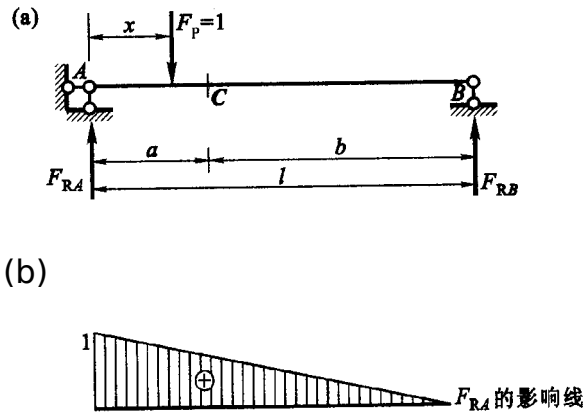


图 5-1

利用函数关系画出支座 A 的支反力的影响线(图 5-1b)。

5.2.2 剪力影响线

计算图 5-2a 所示截面 C 处的剪力的影响系数，并做出剪力影响线。

由于移动荷载有可能在截面的左侧，也可能在截面的右侧，因此，应对以上两种情况分别进行考虑。

1. 移动荷载在截面的左侧

$$F_{QC} = F_{RA} - F_P = -\frac{x}{l} \quad (0 \leq x \leq a)$$

2. 移动荷载在截面的右侧

$$F_{QC} = F_{RA} = \frac{l-x}{l} \quad (a \leq x \leq l)$$

利用函数关系画出截面 C 处剪力的影响线图 5-2b。

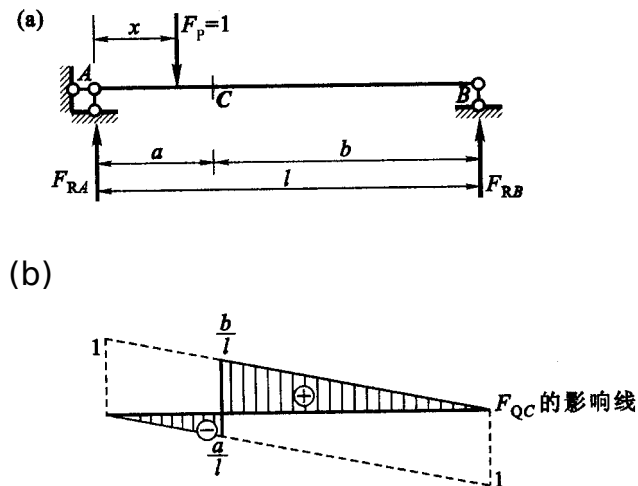


图 5-2

特点：影响线由两段平行线组成，在截面 C 处产生突变，平行线的端点应注意虚线部分。

5.2.3 弯矩影响线

现在分析图 5-3a 所示截面 C 处弯矩的影响线。

分析与剪力影响线的方法相同，主要考虑移动荷载的位置。

1. 移动荷载在截面的左侧

$$M_C = F_{RA} \times a - F_P(a - x) = \frac{x}{l}b \quad (0 \leq x \leq a)$$

2. 移动荷载在截面的右侧

$$M_C = F_{RA} \times a = \frac{l-x}{l}a \quad (a \leq x \leq l)$$

作图 (5-3b)

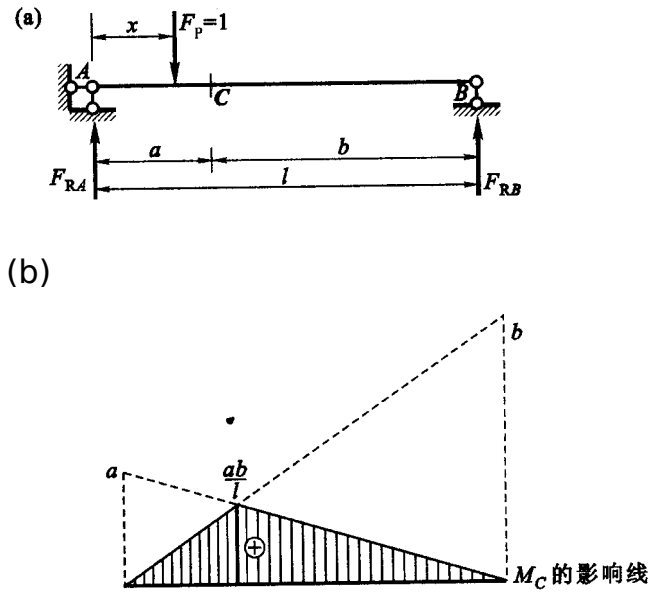


图 5-3

特点：影响线由两段组成，形成一个三角形，在截面处形成一个极大值，说明移动荷载移动到截面 C 时， C 截面的弯矩最大。

§5-3 结点荷载作用下梁的影响线

图 5-4a 所示为一桥梁结构承载示意图,荷载直接作用在纵梁上,不论纵梁受何种荷载,而主梁只在结点处承受集中力,因此,主梁承受的是结点荷载。

1. 支反力和结点处弯矩的影响线与简支梁相同（为什么？）

2. 主要考虑 D 截面弯矩的影响线的画法。

(1) 假设移动单位荷载直接作用在主梁 AB 上，则 M_D 的影响线为一三角形，顶点坐标为：

$$\frac{ab}{l} = \frac{\frac{3}{2}d \times \frac{5}{2}d}{4d} = \frac{15}{16}d$$

(2) 按比例计算出 C 、 E 两点的竖距：

$$y_C = \frac{15}{16}d \times \frac{2}{3} = \frac{5}{8}d$$

$$y_E = \frac{15}{16}d \times \frac{4}{5} = \frac{3}{4}d$$

(3) 将 C、D 两点的竖距连一直线，即得到结点荷载作用下的 M_D 影响线（图 5-4b）

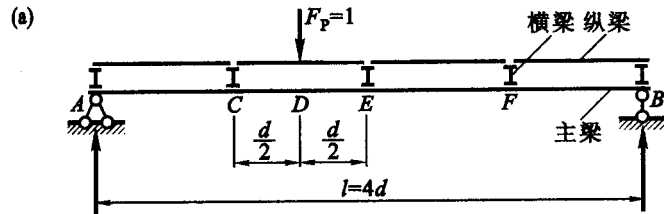


图 5-4a

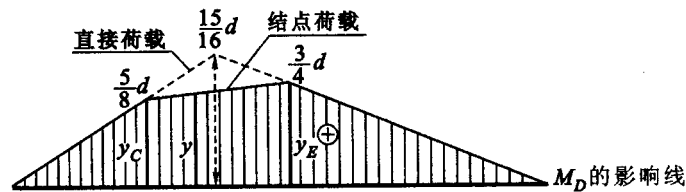


图 5-4b

结论：

1. 在结点荷载作用下，结构任何影响线在相邻两结点之间为直线。
2. 先作直接荷载作用下的影响线，用直线连接相邻两结点的竖距，就得到结点荷载作用下的影响线。

利用本结论可做出 CE 之间任何截面的剪力影响线，请自己练习。

§5-4 静力法作桁架的影响线

本节主要是利用截面法和结点法，在充分利用平衡条件的基础上，结合实际例子来分析桁架的影响线。

如图 5-5a 为一桁架结构，下面主要分析上弦杆、下弦杆、竖杆、斜杆轴力的影响线。

1. 上弦杆 bc 的轴力影响线

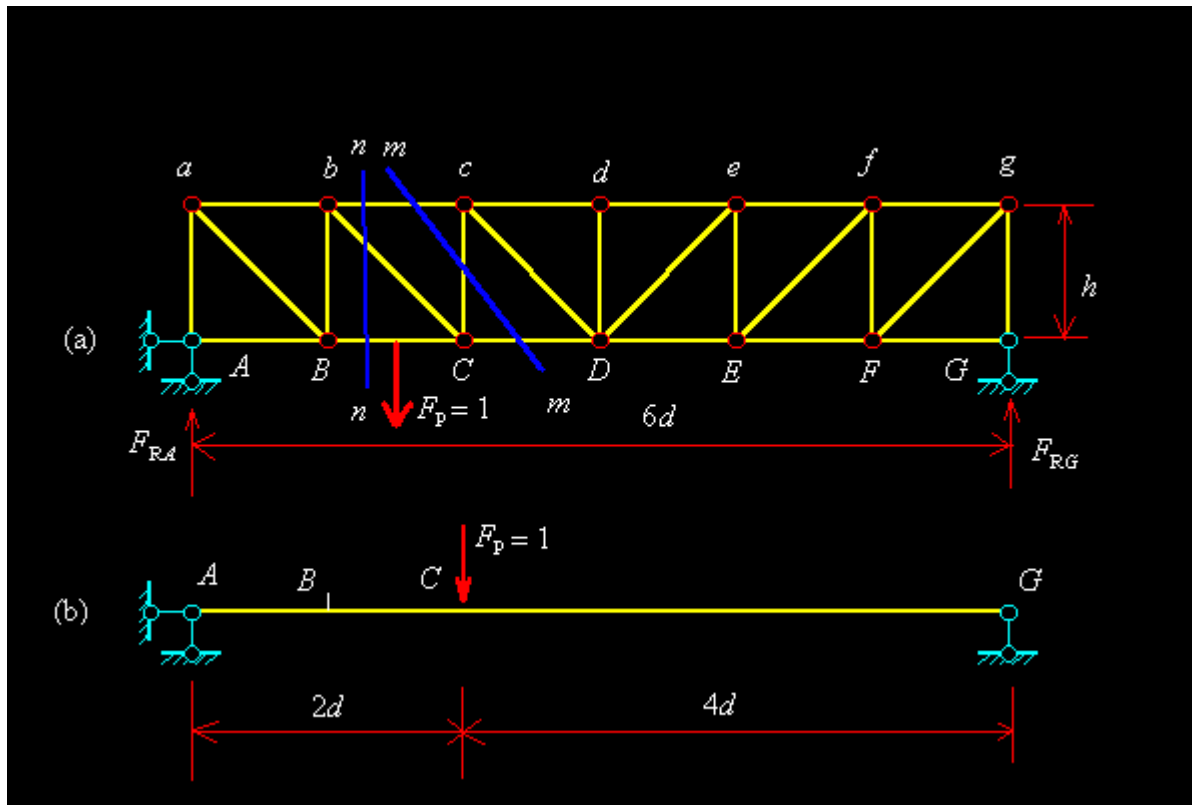


图 5-5a、b

欲求 bc 杆的轴力，作截面 $m-m$ ，以 C 点为矩心，列平衡方程即求得。

如单位荷载在 C 的右侧，取截面 $m-m$ 的左侧为隔离体，得

$$F_{RA} \times 2d + F_{Nbc} h = 0$$

$$F_{Nbc} = -\frac{2d}{h} F_{RA}$$

如单位荷载在 C 的左侧，取截面 $m-m$ 的右侧为隔离体，得

$$F_{RG} \times 4d + F_{Nbc} h = 0$$

$$F_{Nbc} = -\frac{4d}{h} F_{RG}$$

利用支反力的影响线为直线的性质，得到 bc 杆轴力的影响线，其特点是一三角形（图 5-5c）

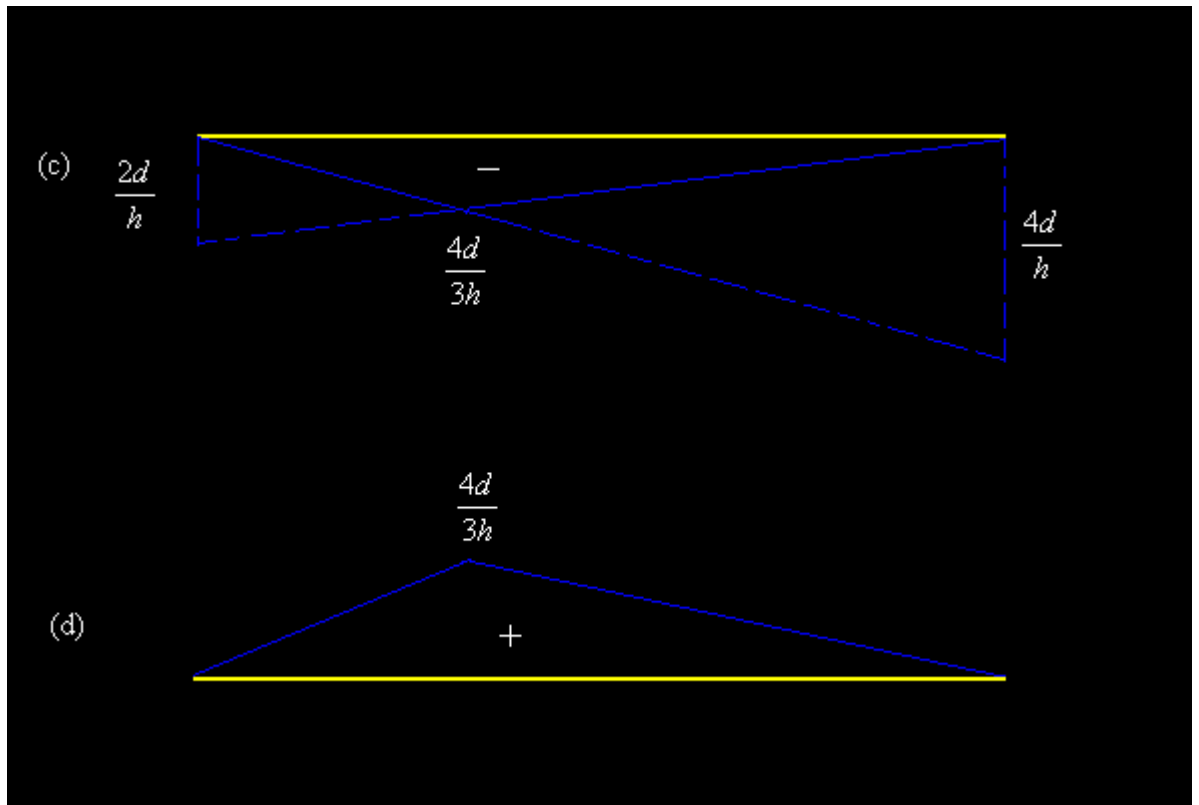


图 5-5c、d

2. 下弦杆 CD 轴力的影响线

利用截面 $m-m$ 右侧隔离体水平方向的平衡条件即可得到下弦杆 CD 轴力的影响线（图 5-5d）。

结论分析：

上弦杆、下弦杆轴力的影响线均为三角形状，顶点的竖标可表示为：

$$F_{N\delta c} = -\frac{M_C^0}{h}$$

M_C^0 为相应简支梁（图 5-5b）结点 C 的弯矩。

3. 斜杆 bC 轴力的竖向分力的影响线

研究截面 $n-n$ ，应按三段进行考虑，按静力平衡条件在竖直方向的平衡即可得到：

$$\begin{aligned} F_{y\delta c} &= F_{RA} && \text{单位荷载在C点的右侧} \\ F_{y\delta c} &= -F_{RG} && \text{单位荷载在B点的左侧} \\ F_{y\delta c} &= F_{QBC}^0 && \text{单位荷载在B、C之间，影响线为直线} \end{aligned}$$

于是得到斜杆 bC 轴力的影响线 (图 5-5e)

4. 竖杆 cC 轴力的影响线

利用截面 $m-m$ 及投影关系, 结合相应梁节间的剪力可得轴力影响线 (图 5-5f)

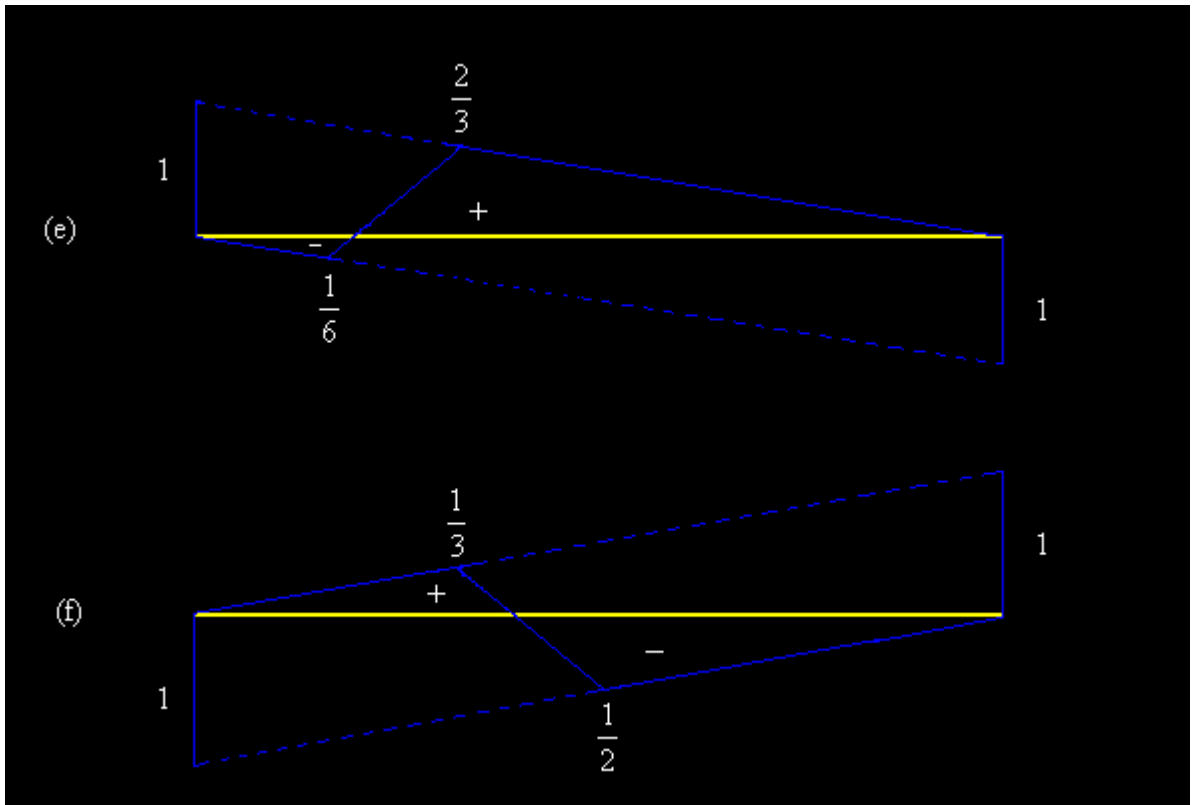


图 5-5e、f

§5-5 机动法作影响线

一. 教学目的

通过本节的学习, 进一步理解影响线的概念以及机动法画影响线, 掌握机动法作影响线的原理和方法, 从而能够快速、准确的画出各种结构影响线的轮廓

二. 主要内容

1. 机动法作影响线的概念和步骤
2. 利用机动法作简支梁的影响线
3. 利用机动法作多跨梁的影响线

三. 学习方法

一方面要正确理解虚功原理以及机动法的概念和步骤, 在此基础上多做练习巩固。

四. 参考资料

龙驭球 包世华主编《结构力学教程》 页号 P198~203

§5-5 机动法作影响线

问题的提出：对于有些问题往往要知道影响线的轮廓形状，如何快速准确的画出影响线，是本节主要解决的问题。

1. 虚功原理与机动法

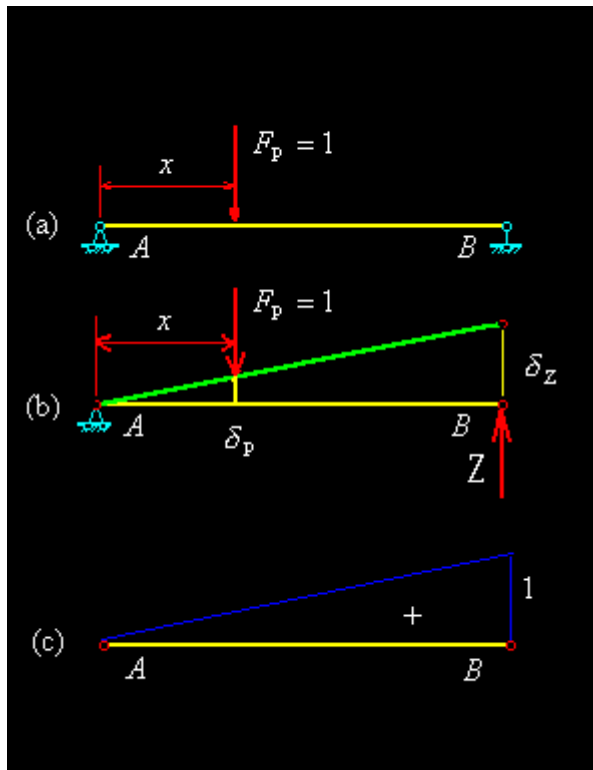


图 5-6

欲求图 5-6 (a) 所示简支梁支座 B 反力 Z 的影响线。

将与 Z 相应的约束——支杆 B 去掉，用未知量 Z 代替，使结构成几何可变体，再使结构产生虚位移，梁绕 A 点转动，B 点的位移为 δ_z 。列虚功方程：

$$Z\delta_z + F_p\delta_p = 0$$

于是：

$$\bar{Z} = -\frac{\delta_p}{\delta_z}$$

当 $F_p = 1$ 移动时，位移 δ_p 随之变化，应为荷载位置 x 的函数。 δ_z 为常量。

则上式可表示为：

$$\bar{Z}(x) = \left(-\frac{1}{\delta_z} \right) \delta_p(x)$$

$\bar{Z}(x)$ 表示 Z 的影响线函数；

数；

$\delta_p(x)$ 表示荷载作用点的竖向位移（图 5-6b）。

由此，可得 Z 的影响线
与荷载作用点的竖向位移成
正比，即位移图 δ_p 就是影
响线的轮廓。

当 $\delta_z = 1$ 时，就得到图 5-6c 在形状和数值上完全确定的影响线。

2. 正负号规定

当 δ_z 为正时， Z 与 δ_p 的正负号正好相反，以 δ_p 向下为正。因此，位移图在横坐标轴的上方，影响系数为正。

3. 机动法作影响线的步骤

1. 撤去约束，用未知量 Z 代替。
2. 使体系沿 Z 的正方向发生位移，得出荷载作用点的竖向位移图，由此可得出影响线的轮廓。
3. 令 $\delta_z = 1$ ，进一步可得影响线的数值。
4. 横坐标以上的图形影响系数为正，反之为负。

§5-5 机动法作影响线

4. 实例分析

例 1. 利用机动法做图 5-7a 简支梁弯矩和剪力的影响线

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/547015150155006040>