第 09 讲 二次根式的乘除

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．掌握二次根式的乘法法则：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geq 0,b\geq 0)$，能利用其进行计算，并能逆用法则进行化简；

2．掌握二次根式的除法法则：$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\ (a\geq 0,b>0)$，能利用其进行计算，并能逆用法则进行化简；

3．理解最简二次根式的概念，会进行二次根式的乘除法混合运算，并能将二次函数化为最简形式。

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一： 二次根式的乘法法则

1.二次根式的乘法法则：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geq 0,b\geq 0)$（二次根式相乘，把被开方数相乘，根的指数不变）

2. 二次根式的乘法法则的推广：

（1）$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}=\sqrt{abc}(a\geq 0,b\geq 0,c\geq 0)$

（2）$a\sqrt{b}\cdot c\sqrt{d}=ac\sqrt{bd}(b\geq 0,d\geq 0)$，即当二次根式前面有系数时，可类比单项式乘单项式的法则进行计算，即将系数之积作为系数，被开方数之积作为被开方数.

3.二次根式的乘法法则的逆用：$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geq 0,b\geq 0)$（二次根式的乘法法则的逆用实为积的算数平方根的性质）

4. 二次根式的乘法法则的逆用的推广：$\sqrt{abcd}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}\cdot\sqrt{d}(a\geq 0,b\geq 0,c\geq 0,d\geq 0)$

知识点二：二次根式的除法法则

1. 二次根式的除法法则：$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\ (a\geq 0,b>0)$（二次根式相除，把被开方数相除，根指数不变）

2. 二次根式的除法法则的推广：$\sqrt{a}\div\sqrt{b}\div\sqrt{c}=\sqrt{a\div b\div c}(a\geq 0,b>0,c>0)$.

知识点三：最简二次根式

1. 最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母，（2）被开方数中不含能开方开得尽得因数或因式

2. 化简二次根式的一般方法

方法		举例
将被开方数中能开得尽得因数或因式进行开方		$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=2\sqrt{2}$
化去根号下的分母	若被开方数中含有带分数，先将被开方数化成假分数	$\sqrt{1\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{\sqrt{4\times 3}}{\sqrt{3\times 3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$
	若被开方数中含有小数，先将小数化成分数	$\sqrt{0.9}=\sqrt{\frac{9}{10}}=\sqrt{\frac{90}{100}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$
	若被开方数时分式，先将分式分母化成能转化为平方的形式，再进行开方运算	$\sqrt{\frac{5a}{12b^2c}}=\sqrt{\frac{5a\cdot 3c}{12b^2\cdot 3c}}=\sqrt{\frac{15ac}{36b^2c^2}}=\frac{\sqrt{15ac}}{6bc}$（a>0，b>0，c>0）
被开方数时多项式的要先因式分解		$\sqrt{x^2+2xy+y^2}=\sqrt{(x+y)^2}=x+y$（x≥0，y≥0）

3. 分母有理化

（1）分母有理化：当分母含有根式时，依据分式的基本性质化去分母中的根号。

方法：根据分式的基本性质，将分子和分母都乘上分母的“有理化因式”，化去分母中的**根号**.

模块三 核心考点举一反三

考点一：二次根式的乘法

例 1．（2024·山西忻州·三模）计算：$\sqrt{50}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=$_____.

【变式 1-1】（2024·山西太原·二模）计算$\sqrt{16}\times\sqrt{\frac{1}{2}}$的结果为_____.

【变式 1-2】（2024·山西晋城·二模）计算$\sqrt{24}\times\sqrt{\frac{3}{8}}$的结果为_____.

【变式 1-3】（23-24 八年级下·湖南湘西·期中）计算$\frac{1}{2}\sqrt{10}\times\sqrt{40}$的结果为_____.

考点二：二次根式的除法

例 2.（23-24 八年级下·福建福州·期中）计算：$\sqrt{6}\div\sqrt{2}=$_____.

【变式 2-1】（2024·山西阳泉·三模）计算：$\sqrt{12}\div\sqrt{\frac{1}{3}}$ 的结果为_____.

【变式 2-2】（23-24 八年级下·湖南长沙·期中）计算 $\sqrt{6a}\div\sqrt{2a}=$_____.

【变式 2-3】（23-24 八年级下·天津和平·期中）计算：$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}=$_____；$\sqrt{16a^3b}\div\sqrt{2a}=$_____；

$\frac{-2\sqrt{56}}{3\sqrt{14}}=$_____.

考点三：二次根式的乘除混合运算

例 3.（2024 八年级下·安徽·专题练习）计算：$2\sqrt{12}\times\frac{3}{4}\div3\sqrt{2}$.

【变式 3-1】（23-24 七年级下·上海杨浦·期中）计算：$\frac{3}{4}\sqrt{3}\times\sqrt{2}\div\frac{3}{2}\sqrt{3}\times\sqrt{2}$.

【变式 3-2】（23-24 八年级下·吉林·期中）计算：$\sqrt{3}\times3\sqrt{25}\div\sqrt{\frac{3}{2}}$.

【变式 3-3】（23-24 八年级下·全国·假期作业）计算：

(1) $\sqrt{27}\times\sqrt{50}\div\sqrt{6}$；

(2) $3\sqrt{45}\div\sqrt{\frac{1}{5}}\times\frac{2}{3}\sqrt{2\frac{2}{3}}$；

(3) $3\sqrt{\frac{2}{3}}\times\left(-\frac{1}{8}\sqrt{15}\right)\div\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}$；

(4) $8\sqrt{a^2b}\div2\sqrt{ab}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}(a>0,b>0)$.

考点四：最简二次根式的判断

例 4.（23-24 八年级下·新疆阿克苏·期中）下列二次根式不是最简二次根式的是（　）

A. $\sqrt{\frac{1}{5}}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{5}$

【变式 4-1】（23-24 八年级下·浙江湖州·阶段练习）下列各式中，为最简二次根式的是（　）

A. $\sqrt{0.3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$　　D. $\sqrt{27}$

【变式 4-2】（2024 八年级下·安徽·专题练习）下列根式中，属于最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{\frac{1}{x}}$　　B．$\sqrt{x^2y}$　　C．$\sqrt{8x}$　　D．$\sqrt{x^2+y^2}$

【变式 4-3】（23-24 八年级下·山东烟台·期中）在根式①$\sqrt{ab}$；②$\sqrt{\frac{x}{5}}$；③$\sqrt{x^2-xy}$；④$\sqrt{27abc}$，最简二次根式是（　）

A．①②　　B．③④　　C．①③　　D．①④

考点五：化为最简二次根式

例 5.（23-24 八年级下·山东烟台·期中）将 $\sqrt{1.5}$ 化为最简二次根式为_____.

【变式 5-1】（23-24 八年级下·湖北黄冈·期中）将$\sqrt{\frac{8}{3}}$化为最简二次根式是_____.

【变式 5-2】（23-24 八年级上·陕西西安·期末）化简：$\sqrt{\frac{3}{20}}=$_____.

【变式 5-3】（23-24 八年级上·四川成都·期末）化简：$\sqrt{\frac{32}{9}}=$ _____.

考点六：已知最简二次根式求参数

例 6.（23-24 八年级下·山东日照·期中）已知$\sqrt{2a+2}$是最简二次根式，请你写出一个符合条件的正整数 a 的值_____.

【变式 6-1】（23-24 八年级下·吉林·阶段练习）已知$\sqrt{m-8}$是最简二次根式，请写出一个满足条件的 m 的整数值：_____.

【变式 6-2】（2023 八年级上·全国·专题练习）写出一个正整数 n，使$\sqrt{3n}$是最简二次根式，则 n 可以是____.

【变式 6-3】若二次根式$\sqrt{5a+3}$是最简二次根式，则最小的正整数 a 为_____.

模块四 小试牛刀过关测

一、单选题

1．（23-24 八年级下·辽宁大连·期中）化简$\sqrt{27}$的结果正确的是（　）

A．$3\sqrt{3}$　　B．3　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}$

2．（2024·黑龙江齐齐哈尔·二模）下列各式中，最简二次根式为（　）

A．$\sqrt{x^2-9}$　　B．$\sqrt{18}$　　C．$\sqrt{\dfrac{a+b}{b}}$　　D．$\sqrt{5x^3y}$

3．（2024 八年级下·江苏·专题练习）下列运算结果正确的是（　　）

A．$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$　B．$\left(\sqrt{2}\right)^2=4$　　C．$\sqrt{(-4)^2}=2$　　D．$\sqrt{6}\div\sqrt{2}=3$

4．（23-24 八年级下·安徽淮北·期中）计算$\sqrt{24}\div\sqrt{6}\times\sqrt{27}$的结果是（　）

A．$\dfrac{4}{3}\sqrt{6}$　　B．$\dfrac{9}{2}\sqrt{3}$　　C．$6\sqrt{3}$　　D．$9\sqrt{3}$

5．（2021 八年级上·全国·专题练习）计算$\sqrt{\dfrac{b}{a}}\div\sqrt{ab}\times\sqrt{\dfrac{1}{ab}}(a>0,b>0)$等于（　）

A．$\dfrac{1}{a^2b}\sqrt{ab}$　　B．$\dfrac{1}{ab^2}\sqrt{ab}$　　C．$\dfrac{1}{b}\sqrt{ab}$　　D．$b\sqrt{ab}$

二、填空题

6．（23-24 八年级上·山西太原·阶段练习）将$\sqrt{72}$化成最简二次根式为_____.

7．（23-24 八年级下·河北廊坊·期中）计算：$\sqrt{3}\times\left(-\dfrac{\sqrt{27}}{3}\right)=$_____.

8．（23-24 八年级上·上海黄浦·期中）计算：$\sqrt{35}\div\sqrt{\dfrac{2}{7}}\times\sqrt{\dfrac{5}{2}}=$_____.

9．（2024 八年级下·江苏·专题练习）计算$\sqrt{8xy}\div\sqrt{2y}\left(x\geq0,y>0\right)$的结果是 _____.

10．（23-24 八年级下·安徽安庆·期中）下列二次根式中：①$\sqrt{24}$；②$2\sqrt{7}$；③$\sqrt{14}$；④$\sqrt{\dfrac{1}{3}}$，是最简二次根式的是_____（填序号）.

三、解答题

11．（23-24 八年级下·北京朝阳·阶段练习）把下列二次根式化为最简二次根式：

(1)$\sqrt{28}$　　(2)$\sqrt{\dfrac{3}{5}}$　　(3)$\sqrt{2\dfrac{1}{4}}$　　(4)$\sqrt{9a^2b^5}$

12．（23-24 八年级下·全国·课后作业）化简：

(1)$\sqrt{1\dfrac{7}{9}}$；　　(2)$\sqrt{\dfrac{81\times121}{144}}$；　　(3)$\sqrt{\dfrac{125b^3}{16a^2}}\left(a>0,\ b>0\right)$.

13．（23-24 八年级下·天津西青·阶段练习）计算：

(1) $\sqrt{24}\times\sqrt{6}$；　　(2) $2\sqrt{8}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

14．（23-24 八年级下·福建福州·阶段练习）计算：

(1) $\frac{3}{2}\sqrt{20}\times\left(-\frac{1}{3}\sqrt{48}\right)\div\sqrt{2\frac{2}{3}}$；　　(2) $\frac{\sqrt{3a}}{2b}\cdot\left(\sqrt{\frac{b}{2a}}\div2\sqrt{\frac{1}{3b}}\right)$.

15．（2024 八年级下·全国·专题练习）计算：

(1) $\frac{2}{3}\sqrt{3\frac{3}{4}}\times\left(-9\sqrt{45}\right)$；　　(2) $\sqrt{\frac{1}{3}}\times\sqrt{1\frac{1}{2}}\div\left(-3\sqrt{\frac{1}{8}}\right)$.　　(3) $6a\sqrt{a^2b^5}\div\left(-2\sqrt{a^3b}\right)\times\sqrt{\frac{b}{a}}$.

第 09 讲 二次根式的乘除

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

素养目标

2．掌握二次根式的乘法法则：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geq 0,b\geq 0)$，能利用其进行计算，并能逆用法则进行化简；

2．掌握二次根式的除法法则：$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\ (a\geq 0,b>0)$，能利用其进行计算，并能逆用法则进行化简；

3．理解最简二次根式的概念，会进行二次根式的乘除法混合运算，并能将二次函数化为最简形式。

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一： 二次根式的乘法法则

1.二次根式的乘法法则：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geq 0,b\geq 0)$（二次根式相乘，把被开方数相乘，根的指数不变）

2. 二次根式的乘法法则的推广：

（3）$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}=\sqrt{abc}(a\geq 0,b\geq 0,c\geq 0)$

（4）$a\sqrt{b}\cdot c\sqrt{d}=ac\sqrt{bd}(b\geq 0,d\geq 0)$，即当二次根式前面有系数时，可类比单项式乘单项式的法则进行计算，即将系数之积作为系数，被开方数之积作为被开方数.

3.二次根式的乘法法则的逆用：$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geq 0,b\geq 0)$（二次根式的乘法法则的逆用实为积的算数平方根的性质）

4. 二次根式的乘法法则的逆用的推广：$\sqrt{abcd}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}\cdot\sqrt{d}(a\geq 0,b\geq 0,c\geq 0,d\geq 0)$

知识点二：二次根式的除法法则

1. 二次根式的除法法则：$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\ (a\geq 0,b>0)$（二次根式相除，把被开方数相除，根指数不变）

2. 二次根式的除法法则的推广：$\sqrt{a}\div\sqrt{b}\div\sqrt{c}=\sqrt{a\div b\div c}(a\geq 0,b>0,c>0)$.

知识点三：最简二次根式

1. 最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母，（2）被开方数中不含能开方开得尽得因数或因式

2. 化简二次根式的一般方法

方法		举例
将被开方数中能开得尽得因数或因式进行开方		$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=2\sqrt{2}$
化去根号下的分母	若被开方数中含有带分数，先将被开方数化成假分数	$\sqrt{1\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{\sqrt{4\times 3}}{\sqrt{3\times 3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$
	若被开方数中含有小数，先将小数化成分数	$\sqrt{0.9}=\sqrt{\frac{9}{10}}=\sqrt{\frac{90}{100}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$
	若被开方数时分式，先将分式分母化成能转化为平方的形式，再进行开方运算	$\sqrt{\frac{5a}{12b^2c}}=\sqrt{\frac{5a\cdot 3c}{12b^2\cdot 3c}}=\sqrt{\frac{15ac}{36b^2c^2}}=\frac{\sqrt{15ac}}{6bc}$（a>0，b>0，c>0）
被开方数时多项式的要先因式分解		$\sqrt{x^2+2xy+y^2}=\sqrt{(x+y)^2}=x+y$（x≥0，y≥0）

3. 分母有理化

（1）分母有理化：当分母含有根式时，依据分式的基本性质化去分母中的根号。

方法：根据分式的基本性质，将分子和分母都乘上分母的“有理化因式”，化去分母中的**根号**.

模块三 核心考点举一反三

考点一：二次根式的乘法

例 1．（2024·山西忻州·三模）计算：$\sqrt{50}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=$_____.

【答案】5

【分析】根据二次根式的乘法运算解答即可.

本题考查了二次根式的乘法运算，熟练掌握运算法则是解题的关键.

【详解】$\sqrt{50}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{25}=5$.

故答案为：5.

【变式 1-1】（2024·山西太原·二模）计算$\sqrt{16}\times\sqrt{\frac{1}{2}}$的结果为_____.

【答案】$2\sqrt{2}$

【分析】本题考查了二次根式的乘法．根据二次根式的乘法运算法则计算即可求解．

【详解】解：$\sqrt{16}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{16\times\frac{1}{2}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，

故答案为：$2\sqrt{2}$．

【变式 1-2】（2024·山西晋城·二模）计算$\sqrt{24}\times\sqrt{\frac{3}{8}}$的结果为_____.

【答案】3

【分析】本题考查了二次根式的乘法；根据二次根式的乘法法则，把被开方数相乘再化简即可．

【详解】解：$\sqrt{24}\times\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{24\times\frac{3}{8}}=\sqrt{9}=3$；

故答案为：3．

【变式 1-3】（23-24 八年级下·湖南湘西·期中）计算$\frac{1}{2}\sqrt{10}\times\sqrt{40}$的结果为_____.

【答案】10

【分析】根据二次根式的乘法公式计算即可．

本题考查了二次根式的乘法运算，熟练掌握公式是解题的关键．

【详解】$\frac{1}{2}\sqrt{10}\times\sqrt{40}=\frac{1}{2}\sqrt{10\times40}=\frac{1}{2}\sqrt{400}=\frac{1}{2}\times20=10$，

故答案为：10．

考点二：二次根式的除法

例 2.（23-24 八年级下·福建福州·期中）计算：$\sqrt{6}\div\sqrt{2}=$_____.

【答案】$\sqrt{3}$

【分析】此题主要考查了二次根式的除法运算，直接利用二次根式的除法运算法则计算得出答案．

【详解】解：原式$=\sqrt{3}$．

故答案为：$\sqrt{3}$．

【变式 2-1】（2024·山西阳泉·三模）计算：$\sqrt{12}\div\sqrt{\frac{1}{3}}$的结果为_____.

【答案】6

【分析】本题考查了二次根式的除法，根据二次根式的除法法则进行计算即可求解．

【详解】解：$\sqrt{12}\div\sqrt{\frac{1}{3}}=\sqrt{36}=6$，

故答案为：6．

【变式 2-2】（23-24 八年级下·湖南长沙·期中）计算 $\sqrt{6a}\div\sqrt{2a}=$_____．

【答案】$\sqrt{3}$

【分析】本题考查了二次根式的除法，根据二次根式的除法法则计算即可得出答案．

【详解】解：$\sqrt{6a}\div\sqrt{2a}=\sqrt{6a\div 2a}=\sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{3}$．

【变式 2-3】（23-24 八年级下·天津和平·期中）计算：$\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}=$_____；$\sqrt{16a^3b}\div\sqrt{2a}=$_____；

$\dfrac{-2\sqrt{56}}{3\sqrt{14}}=$_____．

【答案】 $\sqrt{6}$ $2a\sqrt{2b}$ $-\dfrac{4}{3}/-1\dfrac{1}{3}$

【分析】本题考查二次根式的除法运算，解题的关键是掌握二次根式除法运算法则，根据二次根式除法运算法则进行计算即可．

【详解】解：$\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{18}{3}}=\sqrt{6}$；

$\sqrt{16a^3b}\div\sqrt{2a}=\sqrt{16a^3b\div(2a)}=\sqrt{8a^2b}=2a\sqrt{2b}$；

$\dfrac{-2\sqrt{56}}{3\sqrt{14}}=-\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{56}{14}}=-\dfrac{2}{3}\sqrt{4}=-\dfrac{4}{3}$．

故答案为：$\sqrt{6}$；$2a\sqrt{2b}$；$-\dfrac{4}{3}$．

考点三：二次根式的乘除混合运算

例 3.（2024 八年级下·安徽·专题练习）计算：$2\sqrt{12}\times\dfrac{3}{4}\div 3\sqrt{2}$．

【答案】$\dfrac{1}{2}\sqrt{6}$

【分析】本题考查了二次根式的乘除法的应用，根据二次根式的乘除法法则， 系数相乘除， 被开方数相乘除， 根指数不变，计算后求出即可 ．

【详解】解：$2\sqrt{12}\times\dfrac{3}{4}\div 3\sqrt{2}$

$=\left(2\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{3}\right)\sqrt{\dfrac{12}{2}}$

$=\dfrac{1}{2}\sqrt{6}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/547044014022006133