

黑龙江省龙东地区 2022 年初中毕业学业统一考试数学试题

一、选择题（每题 3 分，满分 30 分）

1. 下列运算中，计算正确的是（ ）

A. $(b-a)^2 = b^2 - a^2$

B. $3a \cdot 2a = 6a$

C. $(-x^2)^2 = x^4$

D. $a^6 \div a^2 = a^3$

2. 下列图形是汽车的标识，其中是中心对称图形但不是轴对称图形的是（ ）



3. 学校举办跳绳比赛，九年（2）班参加比赛的 6 名同学每分钟跳绳次数分别是 172，169，180，182，175，176，这 6 个数据的中位数是（ ）

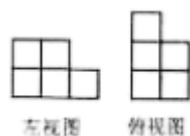
A. 181

B. 175

C. 176

D. 175.5

4. 如图是由若干个小正方体搭成的一个几何体的左视图和俯视图，则所需的小正方体的个数最多是（ ）



A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

5. 2022 年北京冬奥会女子冰壶比赛有若干支队伍参加了单循环比赛，单循环比赛共进行了 45 场，共有多少支队伍参加比赛？（ ）

A. 8

B. 10

C. 7

D. 9

6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x-1} - \frac{3}{1-x} = 1$ 的解是正数，则 m 的取值范围是（ ）

A. $m > 4$

B. $m < 4$

C. $m > 4$ 且 $m \neq 5$

D. $m < 4$ 且 $m \neq 1$

7. 国家“双减”政策实施后，某校开展了丰富多彩的社团活动。某班同学报名参加书法和围棋两个社团，班长为参加社团的同学去商场购买毛笔和围棋（两种都购买）共花费 360 元。其中毛笔每支 15 元，围棋每副 20 元，共有多少种购买方案？（ ）

A. 5

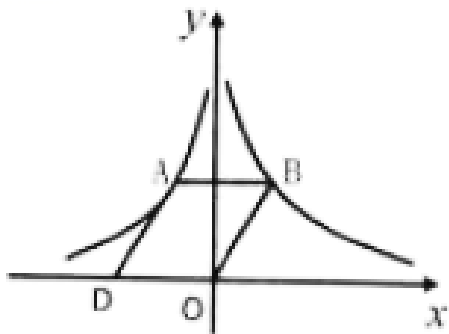
B. 6

C. 7

D. 8

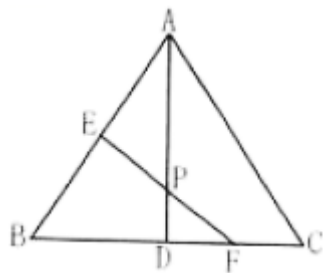
8. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，平行四边形 $OBAD$ 的顶点 B 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象

上, 顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 顶点 D 在 x 轴的负半轴上. 若平行四边形 $OBAD$ 的面积是 5, 则 k 的值是 ()



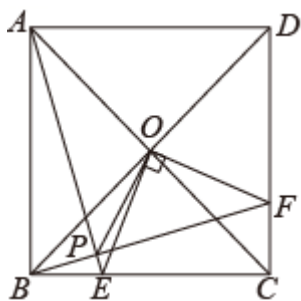
- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

9. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$ 与 BC 相交于点 D , 点 E 是 AB 的中点, 点 F 是 DC 的中点, 连接 EF 交 AD 于点 P . 若 $\triangle ABC$ 的面积是 24, $PD = 1.5$, 则 PE 的长是 ()



- A. 2.5 B. 2 C. 3.5 D. 3

10. 如图, 正方形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 F 是 CD 上一点, $OE \perp OF$ 交 BC 于点 E , 连接 AE , BF 交于点 P , 连接 OP . 则下列结论: ① $AE \perp BF$; ② $\angle OPA = 45^\circ$; ③ $AP - BP = \sqrt{2}OP$; ④若 $BE:CE = 2:3$, 则 $\tan \angle CAE = \frac{4}{7}$; ⑤四边形 $OECF$ 的面积是正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$. 其中正确的结论是 ()



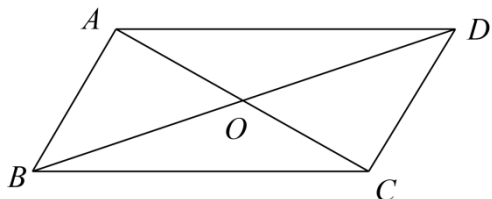
- A. ①②④⑤ B. ①②③⑤ C. ①②③④ D. ①③④⑤

二、填空题（每题 3 分，满分 30 分）

11. 我国南水北调东线北延工程 2021-2022 年度供水任务顺利完成，共向黄河以北调水 1.89 亿立方米，将数据 1.89 亿用科学记数法表示为_____.

12. 函数 $y = \sqrt{2x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

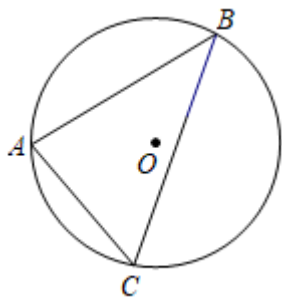
13. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC , BD 相交于点 O , $OA = OC$, 请你添加一个条件_____, 使 $\triangle AOB \cong \triangle COD$.



14. 在一个不透明的口袋中，有 2 个红球和 4 个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个球，摸到红球的概率是_____.

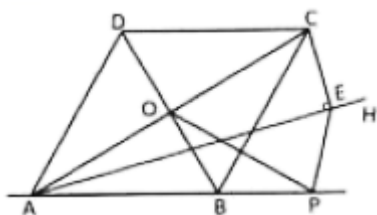
15. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ x-a < 0 \end{cases}$ 的解集为 $x < 2$, 则 a 的取值范围是_____.

16. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是 $\odot O$ 的弦， $\odot O$ 的半径为 3cm, C 为 $\odot O$ 上一点， $\angle ACB = 60^\circ$, 则 AB 的长为_____cm.



17. 若一个圆锥的母线长为 5cm, 它的侧面展开图的圆心角为 120° , 则这个圆锥的底面半径为_____cm.

18. 如图，菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC , BD 相交于点 O , $\angle BAD = 60^\circ$, $AD = 3$, AH 是 $\angle BAC$ 的平分线， $CE \perp AH$ 于点 E , 点 P 是直线 AB 上的一个动点，则 $OP + PE$ 的最小值是_____.



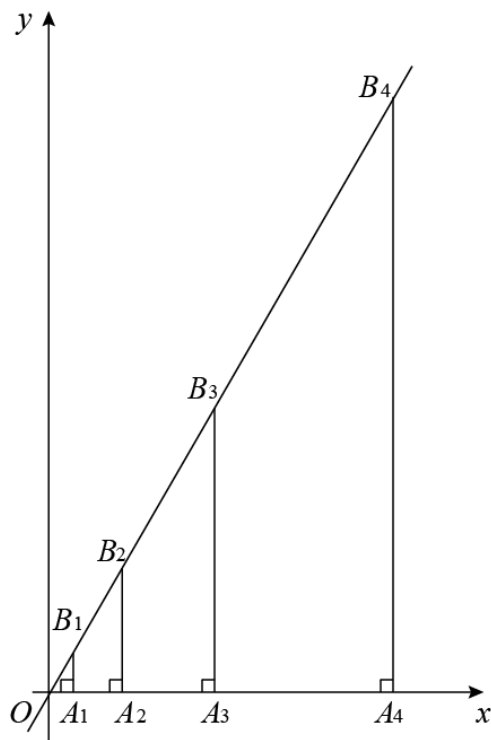
19. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=9$, $AD=12$, 点 E 在边 CD 上, 且 $CE=4$, 点 P 是直线 BC 上的一个动点. 若 $\triangle APE$ 是直角三角形, 则 BP 的长为_____.

20. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ 在 x 轴上且 $OA_1=1$, $OA_2=2OA_1$,

$OA_3=2OA_2$, $OA_4=2OA_3, \dots$ 按此规律, 过点 $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ 作 x 轴的垂线分别与直线 $y=\sqrt{3}x$

交于点 $B_1, B_2, B_3, B_4, \dots$ 记 $\triangle OA_1B_1, \triangle OA_2B_2, \triangle OA_3B_3, \triangle OA_4B_4, \dots$ 的面积分别为 $S_1, S_2,$

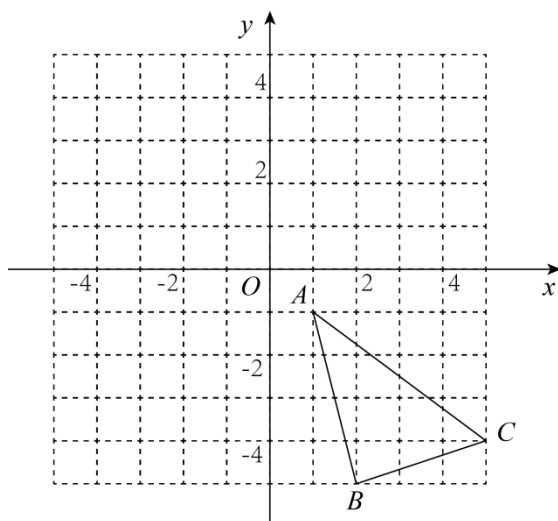
$S_3, S_4, \dots$, 则 $S_{2022} =$ _____.



三、解答题 (满分 60 分)

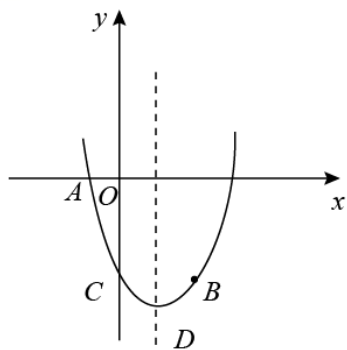
21. 先化简, 再求值: $\left(\frac{a^2-2a}{a^2-1}-1\right) \div \frac{2a-1}{a+1}$, 其中 $a=2\cos 30^\circ+1$.

22. 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长都是一个单位长度, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1,-1)$, $B(2,-5)$, $C(5,-4)$.



- (1) 将 $\triangle ABC$ 先向左平移 6 个单位，再向上平移 4 个单位，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出两次平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点 A_1 的坐标；
- (2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 C_1 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle A_2B_2C_1$ ，并写出点 A_2 的坐标；
- (3) 在 (2) 的条件下，求点 A_1 旋转到点 A_2 的过程中所经过的路径长（结果保留 π ）。

23. 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ ，点 $B(2, -3)$ ，与 y 轴交于点 C ，抛物线的顶点为 D 。

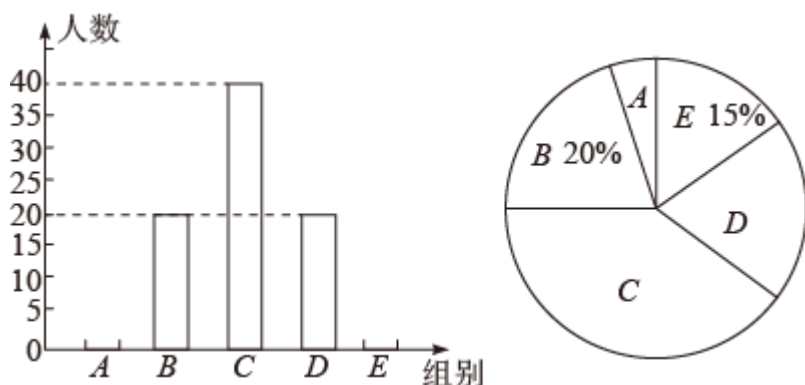


- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 抛物线上是否存在点 P ，使 $\triangle PBC$ 的面积是 $\triangle BCD$ 面积的 4 倍，若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

24. 为进一步开展“睡眠管理”工作，某校对部分学生的睡眠情况进行了问卷调查。设每名学生平均每天的睡眠时间为 x 小时，其中的分组情况是：

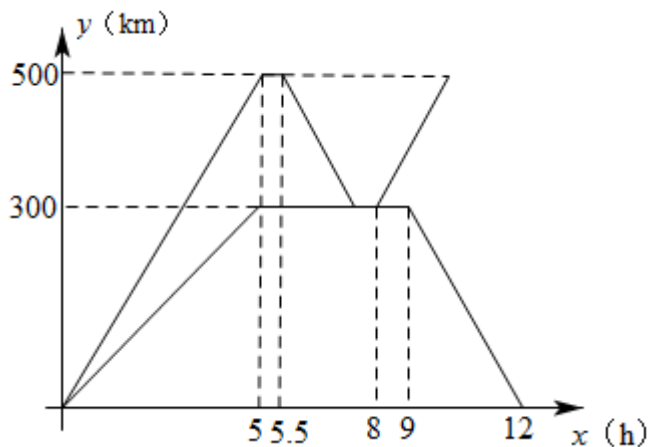
A 组： $x < 8.5$ B 组： $8.5 \leq x < 9$ C 组： $9 \leq x < 9.5$ D 组： $9.5 \leq x < 10$ E 组： $x \geq 10$

根据调查结果绘制成两幅不完整的统计图，请根据图中提供的信息，解答下列问题：



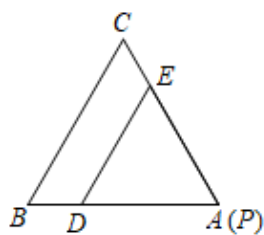
- (1) 本次共调查了_____名学生；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 在扇形统计图中，求 D 组所对应的扇形圆心角的度数；
- (4) 若该校有 1500 名学生，请估计该校睡眠时间不足 9 小时的学生有多少人？

25. 为抗击疫情，支援 B 市， A 市某蔬菜公司紧急调运两车蔬菜运往 B 市．甲、乙两辆货车从 A 市出发前往 B 市，乙车行驶途中发生故障原地维修，此时甲车刚好到达 B 市．甲车卸载蔬菜后立即原路原速返回接应乙车，把乙车的蔬菜装上甲车后立即原路原速又运往 B 市．乙车维修完毕后立即返回 A 市．两车离 A 市的距离 y (km) 与乙车所用时间 x (h) 之间的函数图象如图所示．

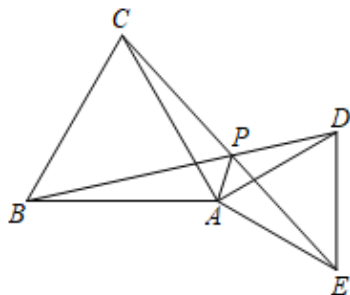


- (1) 甲车速度是_____km/h，乙车出发时速度是_____km/h；
- (2) 求乙车返回过程中，乙车离 A 市的距离 y (km) 与乙车所用时间 x (h) 的函数解析式（不要求写出自变量的取值范围）；
- (3) 乙车出发多少小时，两车之间的距离是 120km？请直接写出答案．

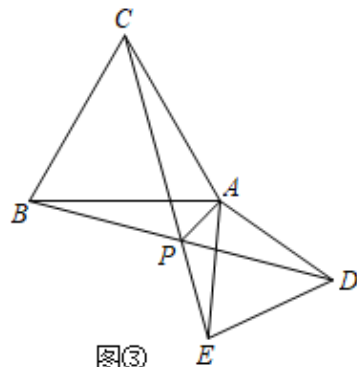
26. $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形．



图①



图②



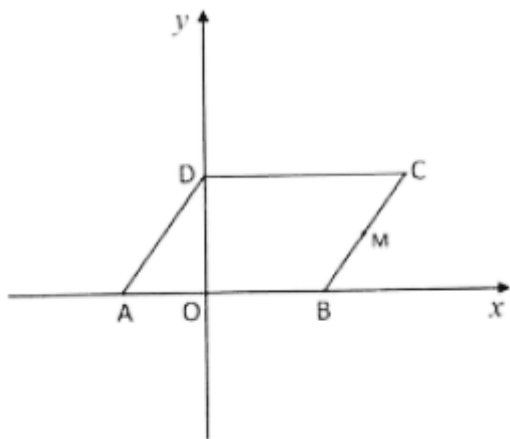
图③

- (1) 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图①的位置时, 连接 BD , CE 并延长相交于点 P (点 P 与点 A 重合), 有 $PA + PB = PC$ (或 $PA + PC = PB$) 成立; 请证明.
- (2) 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图②的位置时, 连接 BD , CE 相交于点 P , 连接 PA , 猜想线段 PA 、 PB 、 PC 之间有怎样的数量关系? 并加以证明;
- (3) 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图③的位置时, 连接 BD , CE 相交于点 P , 连接 PA , 猜想线段 PA 、 PB 、 PC 之间有怎样的数量关系? 直接写出结论, 不需要证明.

27. 学校开展大课间活动, 某班需要购买 A 、 B 两种跳绳. 已知购进 10 根 A 种跳绳和 5 根 B 种跳绳共需 175 元; 购进 15 根 A 种跳绳和 10 根 B 种跳绳共需 300 元.

- (1) 求购进一根 A 种跳绳和一根 B 种跳绳各需多少元?
- (2) 设购买 A 种跳绳 m 根, 若班级计划购买 A 、 B 两种跳绳共 45 根, 所花费用不少于 548 元且不多于 560 元, 则有哪几种购买方案?
- (3) 在 (2) 的条件下, 哪种购买方案需要的总费用最少? 最少费用是多少元?

28. 如图, 在平面直角坐标系中, 平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上, 顶点 D 在 y 轴的正半轴上, M 为 BC 的中点, OA 、 OB 的长分别是一元二次方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两个根 ($OA < OB$), $\tan \angle DAB = \frac{4}{3}$, 动点 P 从点 D 出发以每秒 1 个单位长度的速度沿折线 $DC - CB$ 向点 B 运动, 到达 B 点停止. 设运动时间为 t 秒, $\triangle APC$ 的面积为 S .



- (1) 求点 C 的坐标;
- (2) 求 S 关于 t 的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围;
- (3) 在点 P 的运动过程中, 是否存在点 P , 使 $\triangle CMP$ 是等腰三角形? 若存在, 请直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

黑龙江省龙东地区 2022 年初中毕业学业统一考试数学试题

一、选择题（每题 3 分，满分 30 分）

1. 下列运算中，计算正确的是（ ）

A. $(b-a)^2 = b^2 - a^2$

B. $3a \cdot 2a = 6a$

C. $(-x^2)^2 = x^4$

D. $a^6 \div a^2 = a^3$

【答案】C

【解析】

【分析】根据完全平方公式、同底数幂相乘除，积的乘方进行计算，即可判断.

【详解】 $(b-a)^2 = b^2 + a^2 - 2ab$ ，故 A 选项错误，不符合题意；

$3a \cdot 2a = 6a^2$ ，故 B 选项错误，不符合题意；

$(-x^2)^2 = x^4$ ，故 C 选项正确，符合题意；

$a^6 \div a^2 = a^4$ ，故 D 选项错误，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了完全平方公式、同底数幂相乘除，积的乘方，熟练掌握运算法则是解题的关键.

2. 下列图形是汽车的标识，其中是中心对称图形但不是轴对称图形的是（ ）



D.



【答案】C

【解析】

【分析】根据中心对称图形的定义判断即可.

【详解】解：∵  是轴对称图形，也是中心对称图形，

∴ 不符合题意；

∵  是轴对称图形，不是中心对称图形

∴ 不符合题意；

∴  不是轴对称图形，是中心对称图形

∴ 符合题意；

∴  是轴对称图形，不是中心对称图形

∴ 不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题考查了轴对称图形即沿着某条直线折叠，直线两旁的部分完全重合、中心对称图形即将图形绕某点旋转 180° 后与原图形完全重合，准确理解定义是解题的关键.

3. 学校举办跳绳比赛，九年（2）班参加比赛的 6 名同学每分钟跳绳次数分别是 172，169，180，182，175，176，这 6 个数据的中位数是（ ）

A. 181

B. 175

C. 176

D. 175.5

【答案】D

【解析】

【分析】先将这 6 个数从小到大进行排序，找出排在中间的两个数，求出这两个数的平均数，即为这组数据的中位数.

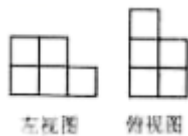
【详解】解：将 172，169，180，182，175，176 从小到大进行排序为：169，172，175，176，180，182，排在中间的两个数为 175，176，

∴ 这 6 个数据的中位数为 $\frac{175+176}{2}=175.5$ ，故 D 正确.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了求一组数据的中位数，解题的关键是将这组数据从小到大进行排序，找出排在中间的一个数或两个数，注意偶数个数是求中间两个数的平均数.

4. 如图是由若干个小正方体搭成的一个几何体的左视图和俯视图，则所需的小正方体的个数最多是（ ）



A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

【答案】B

【解析】

【分析】这个几何体共有 2 层，由俯视图可得第一层小正方体的个数，由左视图可得第二层小正方体的最多个数，再相加即可.

【详解】由俯视图可知最底层有 5 个小正方体，由左视图可知这个几何体有两层，其中第

二层最多有 3 个，那么搭成这个几何体所需小正方体最多有 $5+3=8$ 个。

故选：B.

【点睛】本题主要考查了学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查。

5. 2022 年北京冬奥会女子冰壶比赛有若干支队伍参加了单循环比赛，单循环比赛共进行了 45 场，共有多少支队伍参加比赛？（ ）

- A. 8 B. 10 C. 7 D. 9

【答案】B

【解析】

【分析】设有 x 支队伍，根据题意，得 $\frac{1}{2}x(x-1)=45$ ，解方程即可。

【详解】设有 x 支队伍，根据题意，得 $\frac{1}{2}x(x-1)=45$ ，

解方程，得 $x_1=10$ ， $x_2=-9$ （舍去），

故选 B.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，熟练掌握一元二次方程的解法是解题的关键。

6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x-1} - \frac{3}{1-x} = 1$ 的解是正数，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m > 4$ B. $m < 4$ C. $m > 4$ 且 $m \neq 5$ D. $m < 4$ 且 $m \neq 1$

【答案】C

【解析】

【分析】先将分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解，根据分式方程的解为正数得到 $m-4 > 0$ 且 $m-4-1 \neq 0$ ，即可求解。

【详解】方程两边同时乘以 $(x-1)$ ，得 $2x-m+3=x-1$ ，

解得 $x=m-4$ ，

$\because$ 关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x-1} - \frac{3}{1-x} = 1$ 的解是正数，

$\therefore x > 0$ ，且 $x-1 \neq 0$ ，

即 $m-4 > 0$ 且 $m-4-1 \neq 0$ ，

$\therefore m > 4$ 且 $m \neq 5$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查了分式方程的解，涉及解分式方程和分式方程分母不为 0，熟练掌握知识点是解题的关键。

7. 国家“双减”政策实施后，某校开展了丰富多彩的社团活动。某班同学报名参加书法和

围棋两个社团，班长为参加社团的同学去商场购买毛笔和围棋（两种都购买）共花费 360 元．其中毛笔每支 15 元，围棋每副 20 元，共有多少种购买方案？（ ）

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

【答案】A

【解析】

【分析】设购买毛笔 x 支，围棋 y 副，根据总价=单价×数量，即可得出关于 x, y 的二元一次方程，结合 x, y 均为正整数即可得出购买方案的数量．

【详解】解：设购买毛笔 x 支，围棋 y 副，根据题意得，

$$15x + 20y = 360, \text{ 即 } 3x + 4y = 72,$$

$$\therefore y = 18 - \frac{3}{4}x.$$

又 $\because x, y$ 均为正整数，

$$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=15 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8 \\ y=12 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=12 \\ y=9 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=16 \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=20 \\ y=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 班长有 5 种购买方案．

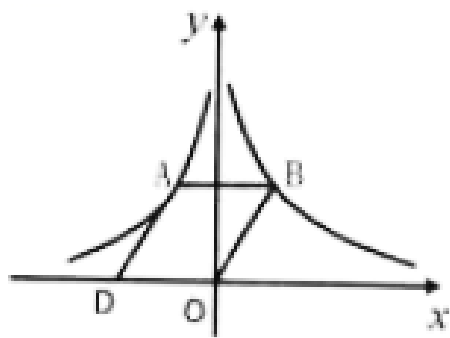
故选：A．

【点睛】本题考查了二元一次方程的应用，找准等量关系“共花费 360 元”，列出二元一次方程是解题的关键．

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，平行四边形 $OBAD$ 的顶点 B 在反比例

函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上，顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，顶点 D 在 x 轴的负半轴

上．若平行四边形 $OBAD$ 的面积是 5，则 k 的值是（ ）



A. 2

B. 1

C. -1

D. -2

【答案】D

【解析】

【分析】连接 OA ，设 AB 交 y 轴于点 C ，根据平行四边形的性质可得

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} S_{\square OBAD} = \frac{5}{2}, \text{ 再根据反比例函数比例系数的几何意义，即可求解.}$$

【详解】解：如图，连接 OA ，设 AB 交 y 轴于点 C ，

$\because$ 四边形 $OBAD$ 是平行四边形，平行四边形 $OBAD$ 的面积是 5，

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} S_{\square OBAD} = \frac{5}{2}, AB \parallel OD,$$

$\therefore AB \perp y$ 轴，

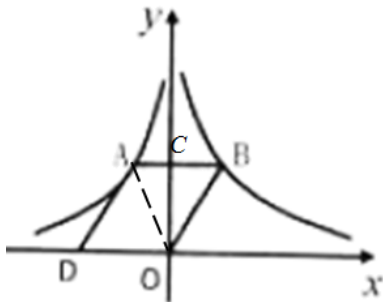
$\because$ 点 B 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上，顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

$$\therefore S_{\triangle COB} = \frac{3}{2}, S_{\triangle COA} = -\frac{k}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COB} + S_{\triangle COA} = \frac{3}{2} - \frac{k}{2} = \frac{5}{2},$$

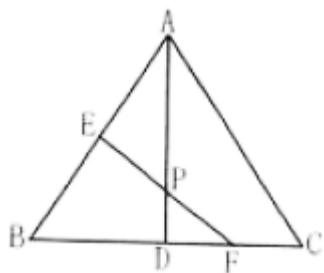
解得： $k = -2$.

故选：D.



【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，反比例函数比例系数的几何意义，熟练掌握平行四边形的性质，反比例函数比例系数的几何意义是解题的关键.

9. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 与 BC 相交于点 D ，点 E 是 AB 的中点，点 F 是 DC 的中点，连接 EF 交 AD 于点 P 。若 $\triangle ABC$ 的面积是 24， $PD = 1.5$ ，则 PE 的长是（ ）



A. 2.5

B. 2

C. 3.5

D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】连接 DE ，取 AD 的中点 G ，连接 EG ，先由等腰三角形“三线合一”性质，证得 $AD \perp BC$ ， $BD = CD$ ，再由 E 是 AB 的中点， G 是 AD 的中点，求出 $S_{\triangle EGD} = 3$ ，然后证

$\triangle EGP \cong \triangle FDP$ (AAS), 得 $GP=CP=1.5$, 从而得 $DG=3$, 即可由三角形面积公式求出 EG 长, 由勾股定理即可求出 PE 长.

【详解】解: 如图, 连接 DE , 取 AD 的中点 G , 连接 EG ,

$\because AB=AC$, AD 平分 $\angle BAC$ 与 BC 相交于点 D ,

$\therefore AD \perp BC$, $BD=CD$,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12,$$

$\because E$ 是 AB 的中点,

$$\therefore S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

$\because G$ 是 AD 的中点,

$$\therefore S_{\triangle EGD} = \frac{1}{2} S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$\because E$ 是 AB 的中点, G 是 AD 的中点,

$$\therefore EG \parallel BC, EG = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} CD,$$

$$\therefore \angle EGP = \angle FDP = 90^\circ,$$

$\because F$ 是 CD 的中点,

$$\therefore DF = \frac{1}{2} CD,$$

$$\therefore EG = DF,$$

$$\because \angle EPG = \angle FPD,$$

$$\therefore \triangle EGP \cong \triangle FDP \text{ (AAS)},$$

$$\therefore GP = PD = 1.5,$$

$$\therefore GD = 3,$$

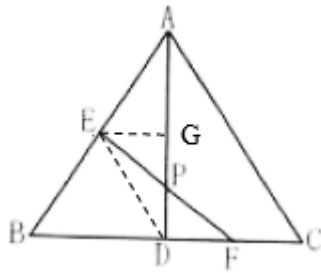
$$\because S_{\triangle EGD} = \frac{1}{2} GD \cdot EG = 3, \text{ 即 } \frac{1}{2} EG \times 3 = 3,$$

$$\therefore EG = 2,$$

在 $Rt\triangle EGP$ 中, 由勾股定理, 得

$$PE = \sqrt{EG^2 + GP^2} = \sqrt{2^2 + 1.5^2} = 2.5,$$

故选: A.

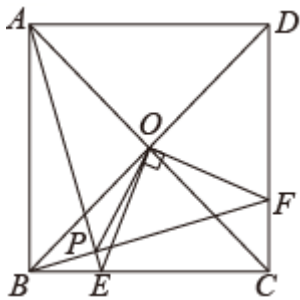


【点睛】本题考查等腰三角形的性质，三角形面积，全等三角形判定与性质，勾股定理，熟练掌握三角形中线分三角形两部分的面积相等是解题的关键．

10. 如图，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ，点 F 是 CD 上一点， $OE \perp OF$ 交 BC 于点 E ，连接 AE ， BF 交于点 P ，连接 OP ．则下列结论：① $AE \perp BF$ ；②

$\angle OPA = 45^\circ$ ；③ $AP - BP = \sqrt{2}OP$ ；④若 $BE : CE = 2 : 3$ ，则 $\tan \angle CAE = \frac{4}{7}$ ；⑤四

边形 $OECF$ 的面积是正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ．其中正确的结论是（ ）



A. ①②④⑤

B. ①②③⑤

C. ①②③④

D.

①③④⑤

【答案】B

【解析】

【分析】分别对每个选项进行证明后进行判断：

①通过证明 $\triangle DOF \cong \triangle COE (ASA)$ 得到 $EC = FD$ ，再证明 $\triangle EAC \cong \triangle FBD (SAS)$ 得到

$\angle EAC = \angle FBD$ ，从而证明 $\angle BPQ = \angle AOQ = 90^\circ$ ，即 $AE \perp BF$ ；

②通过等弦对等角可证明 $\angle OPA = \angle OBA = 45^\circ$ ；

③通过正切定义得 $\tan \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{BP}{AP}$ ，利用合比性质变形得到 $AP - BP = \frac{CE \cdot BP}{BE}$ ，再

通过证明 $\triangle AOP \sim \triangle AEC$ 得到 $CE = \frac{OP \cdot AE}{AO}$ ，代入前式得 $AP - BP = \frac{OP \cdot AE \cdot BP}{AO \cdot BE}$ ，最后根

据三角形面积公式得到 $AE \cdot BP = AB \cdot BE$ ，整体代入即可证得结论正确；

④作 $EG \perp AC$ 于点 G 可得 $EG \parallel BO$, 根据 $\tan \angle CAE = \frac{EG}{AG} = \frac{EG}{AC - CG}$, 设正方形边长为

$5a$, 分别求出 EG 、 AC 、 CG 的长, 可求出 $\tan \angle CAE = \frac{3}{7}$, 结论错误;

⑤将四边形 $OECF$ 的面积分割成两个三角形面积, 利用 $\triangle DOF \cong \triangle COE (ASA)$, 可证明 $S_{\text{四边形 } OECF}$

$= S_{\triangle COE} + S_{\triangle COF} = S_{\triangle DOF} + S_{\triangle COF} = S_{\triangle COD}$ 即可证明结论正确.

【详解】① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, O 是对角线 AC 、 BD 的交点,

$\therefore OC = OD, OC \perp OD, \angle ODF = \angle OCE = 45^\circ$

$\because OE \perp OF$

$\therefore \angle DOF + \angle FOC = \angle FOC + \angle EOC = 90^\circ$

$\therefore \angle DOF = \angle EOC$

在 $\triangle DOF$ 与 $\triangle COE$ 中

$$\begin{cases} \angle ODF = \angle OCE \\ OC = OD \\ \angle DOF = \angle EOC \end{cases}$$

$\therefore \triangle DOF \cong \triangle COE (ASA)$

$\therefore EC = FD$

$\because$ 在 $\triangle EAC$ 与 $\triangle FBD$ 中 $\begin{cases} EC = FD \\ \angle ECA = \angle FDB = 45^\circ \\ AC = BD \end{cases}$

$\therefore \triangle EAC \cong \triangle FBD (SAS)$

$\therefore \angle EAC = \angle FBD$

又 $\because \angle BQP = \angle AQO$

$\therefore \angle BPQ = \angle AOQ = 90^\circ$

$\therefore AE \perp BF$

所以①正确;

② $\because \angle AOB = \angle APB = 90^\circ$

$\therefore$ 点 P 、 O 在以 AB 为直径的圆上

$\therefore AO$ 是该圆的弦

$\therefore \angle OPA = \angle OBA = 45^\circ$

所以②正确;

③ $\because \tan \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{BP}{AP}$

$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{AP}{BP}$

$$\therefore \frac{AB - BE}{BE} = \frac{AP - BP}{BP}$$

$$\therefore \frac{AP - BP}{BP} = \frac{CE}{BE}$$

$$\therefore AP - BP = \frac{CE \cdot BP}{BE}$$

$$\because \angle EAC = \angle OAP, \angle OPA = \angle ACE = 45^\circ$$

$$\therefore \triangle AOP \sim \triangle AEC$$

$$\therefore \frac{OP}{CE} = \frac{AO}{AE}$$

$$\therefore CE = \frac{OP \cdot AE}{AO}$$

$$\therefore AP - BP = \frac{OP \cdot AE \cdot BP}{AO \cdot BE}$$

$$\because \frac{1}{2} AE \cdot BP = \frac{1}{2} AB \cdot BE = S_{\triangle ABE}$$

$$\therefore AE \cdot BP = AB \cdot BE$$

$$\therefore AP - BP = \frac{OP \cdot AB \cdot BE}{AO \cdot BE} = \frac{AB}{AO} OP = \sqrt{2} OP$$

所以③正确；

④作 $EG \perp AC$ 于点 G ，则 $EG \parallel BO$ ，

$$\therefore \frac{EG}{OB} = \frac{CE}{BC} = \frac{CG}{OC}$$

设正方形边长为 $5a$ ，则 $BC=5a$ ， $OB=OC=\frac{5\sqrt{2}}{2}a$ ，

若 $BE:CE=2:3$ ，则 $\frac{BE}{CE} = \frac{2}{3}$ ，

$$\therefore \frac{BE + CE}{CE} = \frac{2 + 3}{3}$$

$$\therefore \frac{CE}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore EG = \frac{CE}{BC} \cdot OB = \frac{3}{5} \times \frac{5\sqrt{2}}{2} a = \frac{3\sqrt{2}}{2} a$$

$$\because EG \perp AC, \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GEC = 45^\circ$$

$$\therefore CG = EG = \frac{3\sqrt{2}}{2} a$$

$$\therefore \tan \angle CAE = \frac{EG}{AG} = \frac{EG}{AC - CG} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}a}{5\sqrt{2}a - \frac{3\sqrt{2}}{2}a} = \frac{3}{7}$$

所以④错误；

$$\textcircled{5} \because \triangle DOF \cong \triangle COE (ASA), S_{\text{四边形} OECF} = S_{\triangle COE} + S_{\triangle COF}$$

$$\therefore S_{\text{四边形} OECF} = S_{\triangle DOF} + S_{\triangle COF} = S_{\triangle COD}$$

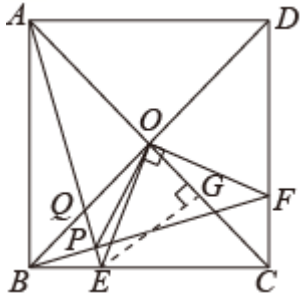
$$\because S_{\triangle COD} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形} ABCD}$$

$$\therefore S_{\text{四边形} OECF} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形} ABCD}$$

所以⑤正确；

综上，①②③⑤正确，④错误，

故选 B



【点睛】

本题综合考查了三角形、正方形、圆和三角函数，熟练运用全等三角形、相似三角形、等弦对等角和三角函数的定义是解题的关键。

二、填空题（每题 3 分，满分 30 分）

11. 我国南水北调东线北延工程 2021-2022 年度供水任务顺利完成，共向黄河以北调水 1.89 亿立方米，将数据 1.89 亿用科学记数法表示为_____.

【答案】 1.89×10^8

【解析】

【分析】把亿写成 10^8 ，最后统一写成 $a \times 10^n$ 的形式即可.

【详解】解：由题意得：1.89 亿 $= 1.89 \times 10^8$ ，

故答案为： 1.89×10^8 .

【点睛】本题考查了科学记数法表示较大的数，移动小数点，熟记科学记数法的表示形式是解题的关键.

12. 函数 $y = \sqrt{2x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq 1.5$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，即可求出答案.

【详解】解：根据题意，

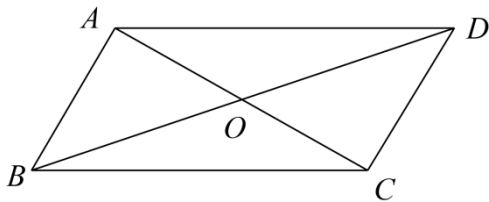
$$2x-3 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 1.5;$$

故答案为： $x \geq 1.5$.

【点睛】本题考查了二次根式的性质，解题的关键是熟练掌握二次根式被开方数大于等于 0 进行解题.

13. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $OA=OC$ ，请你添加一个条件_____，使 $\triangle AOB \cong \triangle COD$.



【答案】 $OB=OD$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据 SAS 添加 $OB=OD$ 即可

【详解】解：添加 $OB=OD$ ，

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中，

$$\begin{cases} AO = CO \\ \angle AOB = \angle COD, \\ OB = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD \text{ (SAS)}$$

故答案为 $OB=OD$ (答案不唯一)

【点睛】本题考查三角形全等判定添加条件，掌握三角形全等判定方法是解题关键.

14. 在一个不透明的口袋中，有 2 个红球和 4 个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个球，摸到红球的概率是_____.

【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】利用概率公式计算即可.

【详解】 $\because$ 不透明的口袋中，有 2 个红球和 4 个白球，

$\therefore$ 摸到红球的概率是 $\frac{2}{2+4} = \frac{1}{3}$,

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查了概率计算, 熟练掌握概率计算公式是解题的关键.

15. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ x-a < 0 \end{cases}$ 的解集为 $x < 2$, 则 a 的取值范围是 _____.

【答案】 $a \geq 2$

【解析】

【分析】先求出每个不等式的解集, 根据已知不等式组的解集即可得出答案.

【详解】解: $\begin{cases} 2x-1 < 3 \text{ ①} \\ x-a < 0 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得: $x < 2$,

解不等式②得: $x < a$,

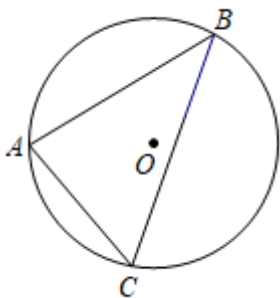
$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ x-a < 0 \end{cases}$ 的解集为 $x < 2$,

$\therefore a \geq 2$.

故答案为: $a \geq 2$.

【点睛】本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解, 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解).

16. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是 $\odot O$ 的弦, $\odot O$ 的半径为 3cm , C 为 $\odot O$ 上一点, $\angle ACB = 60^\circ$, 则 AB 的长为 _____ cm .



【答案】 $3\sqrt{3}$

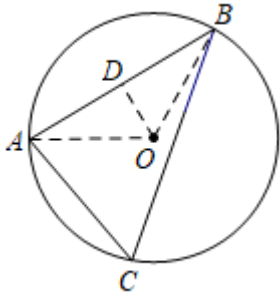
【解析】

【分析】连接 OA 、 OB , 过点 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D , 由垂径定理和圆周角定理可得

$AD = BD = \frac{1}{2}AB$, $\angle AOB = 120^\circ$, 再根据等腰三角形的性质可得

$\angle OAB = \angle OBA = 30^\circ$, 利用含 30° 角的直角三角形的性质和勾股定理即可求解.

【详解】解: 连接 OA 、 OB , 过点 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D ,



$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB, \angle ODA = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 120^\circ,$$

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 30^\circ,$$

$$\because OA = 3\text{cm},$$

$$\therefore OD = \frac{3}{2}\text{cm},$$

$$\therefore AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm},$$

$$\therefore AB = 3\sqrt{3}\text{cm},$$

故答案为: $3\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了垂径定理, 圆周角定理, 等腰三角形的性质, 含 30° 角的直角三角形的性质和勾股定理, 熟练掌握知识点是解题的关键.

17. 若一个圆锥的母线长为 5cm , 它的侧面展开图的圆心角为 120° , 则这个圆锥的底面半径为 _____ cm .

【答案】 $\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】由于圆锥的母线长为 5cm , 侧面展开图是圆心角为 120° 扇形, 设圆锥底面半径为

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/547140062032006045>