

四川省泸州高中 2022-2023 学年高考模拟金典卷数学试题（七）试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

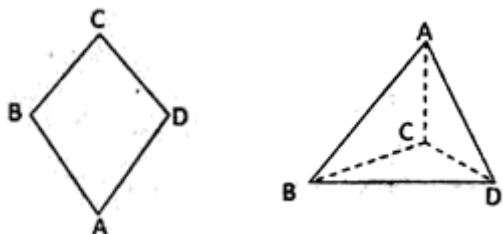
1. 已知排球发球考试规则：每位考生最多可发球三次，若发球成功，则停止发球，否则一直发到 3 次结束为止。某考生一次发球成功的概率为 p ($0 < p < 1$)，发球次数为 X ，若 X 的数学期望 $E(X) > 1.75$ ，则 p 的取值范围为()

- A. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(0, \frac{7}{12}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ D. $\left(\frac{7}{12}, 1\right)$

2. 已知 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $x + 2y = 3$ ，则 $\frac{x^2 + 3y}{xy}$ 的最小值为()

- A. $3 - 2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} + 1$ C. $\sqrt{2} - 1$ D. $\sqrt{2} + 1$

3. 等腰直角三角形 BCD 与等边三角形 ABD 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BD = 6$ ，现将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，则当直线 AD 与平面 BCD 所成角为 45° 时，直线 AC 与平面 ABD 所成角的正弦值为()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

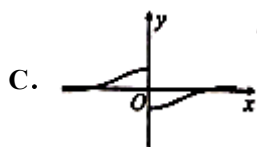
4. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，且满足 $f(x) = f(2-x)$ ，当 $x \in [0, 1]$ 时， $f(x) = x$ ，则函数

$F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数为()

- A. 9 B. 10 C. 18 D. 20

5. 函数 $f(x) = \frac{\cos x}{2^x + 2^{-x}}$ 的部分图像大致为()





6. 已知函数 $f(x) = a \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 的图像的一条对称轴为直线 $x = \frac{5\pi}{6}$, 且 $f(x_1) \cdot f(x_2) = -4$, 则 $|x_1 + x_2|$ 的最小值为()

- A. $-\frac{\pi}{3}$ B. 0 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

7. 盒中装有形状、大小完全相同的 5 张“刮刮卡”，其中只有 2 张“刮刮卡”有奖，现甲从盒中随机取出 2 张，则至少有一张有奖的概率为()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{4}{5}$

8. 一只蚂蚁在边长为 4 的正三角形区域内随机爬行，则在离三个顶点距离都大于 2 的区域内的概率为()

- A. $1 - \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

9. 已知随机变量 ξ_i 满足 $P(\xi_i = k) = C_2^k (1-p_i)^{2-k} p_i^k$, $i=1,2$, $k=0,1,2$. 若 $\frac{1}{2} < p_1 < p_2 < 1$, 则()

- A. $E(\xi_1) < E(\xi_2)$, $D(\xi_1) < D(\xi_2)$ B. $E(\xi_1) < E(\xi_2)$, $D(\xi_1) > D(\xi_2)$
C. $E(\xi_1) > E(\xi_2)$, $D(\xi_1) < D(\xi_2)$ D. $E(\xi_1) > E(\xi_2)$, $D(\xi_1) > D(\xi_2)$

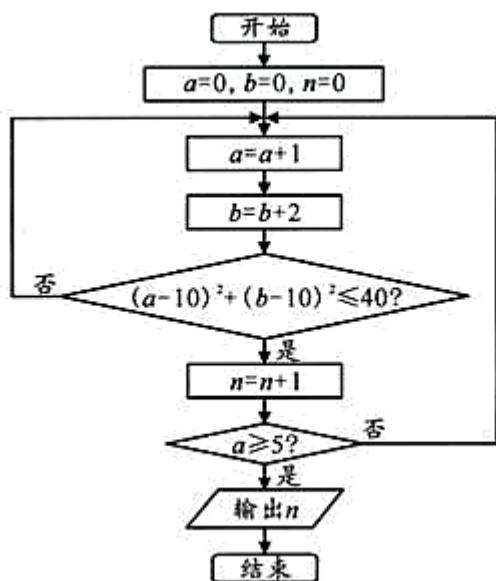
10. 已知抛物线 $C: x^2 = 4y$, 过抛物线 C 上两点 A, B 分别作抛物线的两条切线 PA, PB , P 为两切线的交点 O 为坐标原点若 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$, 则直线 OA 与 OB 的斜率之积为()

- A. $-\frac{1}{4}$ B. -3 C. $-\frac{1}{8}$ D. -4

11. 若复数 $z = (m+1) + (2-m)i$ ($m \in R$) 是纯虚数, 则 $\left| \frac{6+3i}{z} \right| =$ ()

- A. 3 B. 5 C. $\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{5}$

12. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 n 的值为()



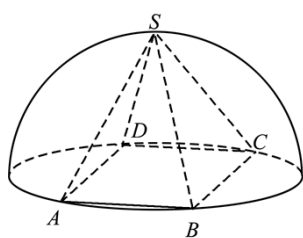
- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - \frac{3}{2}, & x \geq 0 \\ 2^x - \frac{3}{2}, & x < 0 \end{cases}$ ，若 $f(3m-1) > f(2-m)$ ，则实数 m 的取值范围为_____.

14. 在等差数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 中，若 $a_1 = a_2 + a_4$ ， $a_8 = -3$ ，则 a_{20} 的值是_____.

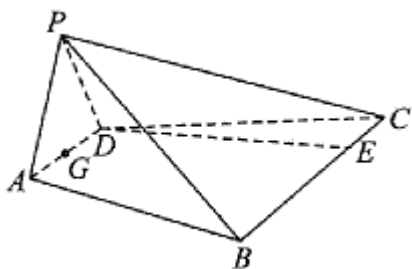
15. 如图，半球内有一内接正四棱锥 $S-ABCD$ ，该四棱锥的体积为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ，则该半球的体积为_____.



16. 已知 $f(x) = e^x + e^{ax}$ 是偶函数，则 $f(x)$ 的最小值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是等腰梯形， $AD \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $BC = 4$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\triangle PAD$ 为等边三角形，且点 P 在底面 $ABCD$ 上的射影为 AD 的中点 G ，点 E 在线段 BC 上，且 $CE:EB = 1:3$ 。



(1) 求证: $DE \perp$ 平面 PAD .

(2) 求二面角 $A-PC-D$ 的余弦值.

18. (12分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 且 $b^2 = 3a^2 - 3c^2$.

(1) 证明: $b = 3c \cdot \cos A$;

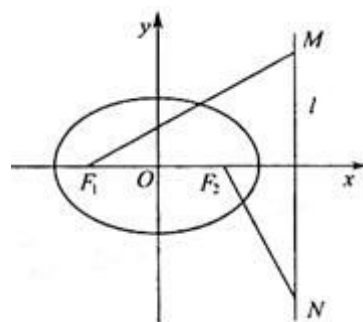
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = 2$, $b = \sqrt{6}$, 求角 C .

19. (12分) 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 右准线为 l , M, N 是 l 上的

两个动点, $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2N} = 0$.

(I) 若 $|\overrightarrow{F_1M}| = |\overrightarrow{F_2N}| = 2\sqrt{5}$, 求 a, b 的值;

(II) 证明: 当 $|MN|$ 取最小值时, $\overrightarrow{F_1M} + \overrightarrow{F_2N}$ 与 $\overrightarrow{F_1F_2}$ 共线.



20. (12分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点为极点, 以 x 轴正

半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2}$.

(1) 写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设点 P 在 C_1 上, 点 Q 在 C_2 上, 求 $|PQ|$ 的最小值以及此时 P 的直角坐标.

21. (12分) 求函数 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{3x+2}$ 的最大值.

22. (10分) 已知函数 $f(x) = (x-a)^2 - 2x \ln x$, 其导函数为 $f'(x)$,

(1) 若 $a = 0$, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 证明：对任意的 $0 < s < t < 2$ ，恒有 $\frac{f'(s) - f'(t)}{s - t} < 1$ 。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据题意，分别求出 $P(X=1)$ ， $P(X=2)$ ， $P(X=3)$ ，再根据离散型随机变量期望公式进行求解即可

【详解】

由题可知 $P(X=1)=p$ ， $P(X=2)=(1-p)p$ ， $P(X=3)=(1-p)^2 p + (1-p)^3 = (1-p)^2$ ，则

$$E(X) = P(X=1) + 2P(X=2) + 3P(X=3) = p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 > 1.75$$

解得 $p > \frac{5}{2}$ 或 $p < \frac{1}{2}$ ，由 $p \in (0, 1)$ 可得 $p \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，

答案选 A

【点睛】

本题考查离散型随机变量期望的求解，易错点为第三次发球分为两种情况：三次都不成功、第三次成功

2、B

【解析】

$$\frac{x^2 + 3y}{xy} = \frac{x^2 + (x+2y)y}{xy} = \frac{x}{y} + 1 + \frac{2y}{x} \geq 1 + 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{2y}{x}} = 1 + 2\sqrt{2} \text{ , 选 B}$$

3、A

【解析】

设 E 为 BD 中点，连接 AE 、 CE ，过 A 作 $AO \perp CE$ 于点 O ，连接 DO ，得到 $\angle ADO$ 即为直线 AD 与平面 BCD 所成角的平面角，根据题中条件求得相应的量，分析得到 $\angle CAE$ 即为直线 AC 与平面 ABD 所成角，进而求得其正弦值，得到结果。

【详解】

设 E 为 BD 中点, 连接 AE 、 CE ,

由题可知 $AE \perp BD$, $CE \perp BD$, 所以 $BD \perp$ 平面 AEC ,

过 A 作 $AO \perp CE$ 于点 O , 连接 DO , 则 $AO \perp$ 平面 BDC ,

所以 $\angle ADO$ 即为直线 AD 与平面 BCD 所成角的平面角,

所以 $\sin \angle ADO = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AO}{AD}$, 可得 $AO = 3\sqrt{2}$,

在 $\triangle AOE$ 中可得 $OE = 3$,

又 $OC = \frac{1}{2}BD = 3$, 即点 O 与点 C 重合, 此时有 $AC \perp$ 平面 BCD ,

过 C 作 $CF \perp AE$ 与点 F ,

又 $BD \perp$ 平面 AEC , 所以 $BD \perp CF$, 所以 $CF \perp$ 平面 ABD ,

从而角 $\angle CAE$ 即为直线 AC 与平面 ABD 所成角, $\sin \angle CAE = \frac{CE}{AE} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

故选: A.

【点睛】

该题考查的是有关平面图形翻折问题, 涉及到的知识点有线面角的正弦值的求解, 在解题的过程中, 注意空间角的平面角的定义, 属于中档题目.

4、B

【解析】

由已知可得函数 $f(x)$ 的周期与对称轴, 函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数等价于函数 $f(x)$ 与 $g(x) = -\frac{x+4}{1-2x}$ 图象在 $[-9, 10]$ 上交点的个数, 作出函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象如图, 数形结合即可得到答案.

【详解】

函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数等价于函数 $f(x)$ 与 $g(x) = -\frac{x+4}{1-2x}$ 图象在 $[-9, 10]$ 上交点的个数,

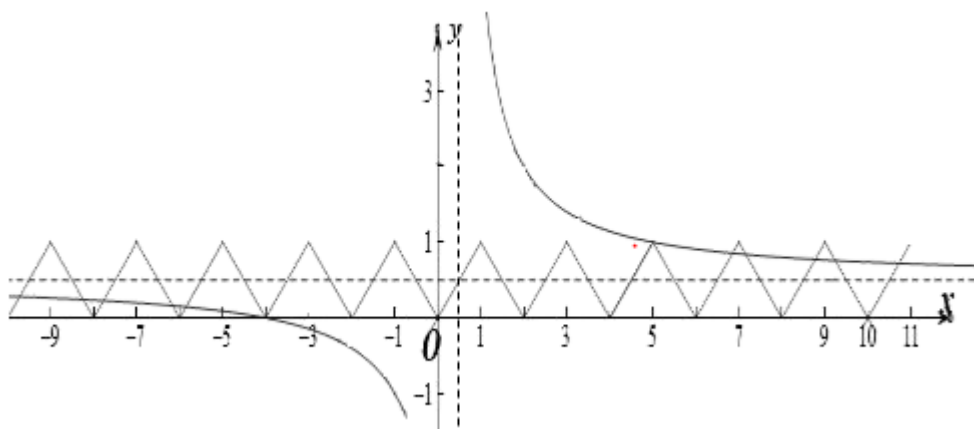
由 $f(x) = f(2-x)$, 得函数 $f(x)$ 图象关于 $x=1$ 对称,

$\because f(x)$ 为偶函数, 取 $x=x+2$, 可得 $f(x+2) = f(-x) = f(x)$, 得函数周期为 2.

又 $\because$ 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x$, 且 $f(x)$ 为偶函数, $\therefore$ 当 $x \in [-1, 0]$ 时, $f(x) = -x$,

$$g(x) = -\frac{x+4}{1-2x} = \frac{x+4}{2x-1} = \frac{1}{2} + \frac{9}{4x-2},$$

作出函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象如图:



由图可知，两函数图象共 10 个交点，

即函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数为 10.

故选：B.

【点睛】

本题考查函数的零点与方程根的关系，考查数学转化思想方法与数形结合的解题思想方法，属于中档题.

5、A

【解析】

根据函数解析式，可知 $f(x)$ 的定义域为 $x \in \mathbf{R}$ ，通过定义法判断函数的奇偶性，得出 $f(-x) = f(x)$ ，则 $f(x)$ 为偶函数，可排除 C, D 选项，观察 A, B 选项的图象，可知代入 $x = 0$ ，解得 $f(0) > 0$ ，排除 B 选项，即可得出答案.

【详解】

解：因为 $f(x) = \frac{\cos x}{2^x + 2^{-x}}$ ，

所以 $f(x)$ 的定义域为 $x \in \mathbf{R}$ ，

则 $f(-x) = \frac{\cos(-x)}{2^{-x} + 2^x} = \frac{\cos x}{2^x + 2^{-x}} = f(x)$ ，

$\therefore f(x)$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称，排除 C, D 选项，

且当 $x = 0$ 时， $f(0) = \frac{1}{2} > 0$ ，排除 B 选项，所以 A 正确.

故选：A.

【点睛】

本题考查由函数解析式识别函数图象，利用函数的奇偶性和特殊值法进行排除.

6、D

【解析】

运用辅助角公式，化简函数 $f(x)$ 的解析式，由对称轴的方程，求得 a 的值，得出函数 $f(x)$ 的解析式，集合正弦函数的最值，即可求解，得到答案.

【详解】

由题意，函数 $f(x) = a \sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{a^2 + 3} \sin(x + \theta)$ (θ 为辅助角)，

由于函数的对称轴的方程为 $x = \frac{5\pi}{6}$ ，且 $f(\frac{5\pi}{6}) = \frac{a}{2} + \frac{3}{2}$ ，

即 $\left| \frac{a}{2} + \frac{3}{2} \right| = \sqrt{a^2 + 3}$ ，解得 $a = 1$ ，所以 $f(x) = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3})$ ，

又由 $f(x_1) \cdot f(x_2) = -4$ ，所以函数必须取得最大值和最小值，

所以可设 $x_1 = 2k_1\pi + \frac{5\pi}{6}, k_1 \in \mathbb{Z}$ ， $x_2 = 2k_2\pi - \frac{\pi}{6}, k_2 \in \mathbb{Z}$ ，

所以 $|x_1 + x_2| = 2k_1\pi + 2k_2\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ ，

当 $k_1 = k_2 = 0$ 时， $|x_1 + x_2|$ 的最小值 $\frac{2\pi}{3}$ ，故选 D.

【点睛】

本题主要考查了正弦函数的图象与性质，其中解答中利用三角恒等变换的公式，化简函数的解析式，合理利用正弦函数的对称性与最值是解答的关键，着重考查了分析问题和解决问题的能力，属于中档试题.

7、C

【解析】

先计算出总的基本事件的个数，再计算出两张都没获奖的个数，根据古典概型的概率，求出两张都没有奖的概率，由对立事件的概率关系，即可求解.

【详解】

从 5 张“刮刮卡”中随机取出 2 张，共有 $C_5^2 = 10$ 种情况，

2 张均没有奖的情况有 $C_3^2 = 3$ (种)，故所求概率为 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

故选:C.

【点睛】

本题考查古典概型的概率、对立事件的概率关系，意在考查数学建模、数学计算能力，属于基础题.

8、A

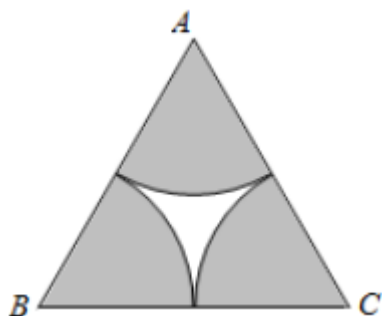
【解析】

求出满足条件的正 $\triangle ABC$ 的面积，再求出满足条件的正 $\triangle ABC$ 内的点到顶点 A 、 B 、 C 的距离均不小于 2 的图形的

面积，然后代入几何概型的概率公式即可得到答案.

【详解】

满足条件的正 $\triangle ABC$ 如下图所示：



其中正 $\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$ ，

满足到正 $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 的距离均不小于 2 的图形平面区域如图中阴影部分所示，

阴影部分区域的面积为 $S = \frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 = 2\pi$ 。

则使取到的点到三个顶点 A 、 B 、 C 的距离都大于 2 的概率是 $P = 1 - \frac{2\pi}{4\sqrt{3}} = 1 - \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查几何概型概率公式、三角形的面积公式、扇形的面积公式的应用，考查计算能力，属于中等题。

9、B

【解析】

根据二项分布的性质可得： $E(\xi_i) = p_i$ ， $D(\xi_i) = p_i(1 - p_i)$ ，再根据 $\frac{1}{2} < p_1 < p_2 < 1$ 和二次函数的性质求解。

【详解】

因为随机变量 ξ_i 满足 $P(\xi_i = k) = C_2^k (1 - p_i)^{2-k} p_i^k$ ， $i = 1, 2$ ， $k = 0, 1, 2$ 。

所以 ξ_i 服从二项分布，

由二项分布的性质可得： $E(\xi_i) = p_i$ ， $D(\xi_i) = p_i(1 - p_i)$ ，

因为 $\frac{1}{2} < p_1 < p_2 < 1$ ，

所以 $E(\xi_1) < E(\xi_2)$ ，

由二次函数的性质可得： $f(x) = x(1 - x)$ ，在 $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ 上单调递减，

所以 $D(\xi_1) > D(\xi_2)$.

故选: B

【点睛】

本题主要考查二项分布的性质及二次函数的性质的应用, 还考查了理解辨析的能力, 属于中档题.

10、A

【解析】

设出 A, B 的坐标, 利用导数求出过 A, B 的切线的斜率, 结合 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$, 可得 $x_1 x_2 = -1$. 再写出 OA, OB 所在直线的斜率, 作积得答案.

【详解】

解: 设 $A(x_1, \frac{x_1^2}{4})$, $B(x_2, \frac{x_2^2}{4})$,

由抛物线 $C: x^2 = 4y$, 得 $y = \frac{1}{4}x^2$, 则 $y' = \frac{1}{2}x$.

$$\therefore k_{AP} = \frac{1}{2}x_1, \quad k_{PB} = \frac{1}{2}x_2,$$

由 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$, 可得 $\frac{1}{4}x_1 x_2 = -1$, 即 $x_1 x_2 = -4$.

$$\text{又 } k_{OA} = \frac{x_1}{4}, \quad k_{OB} = \frac{x_2}{4},$$

$$\therefore k_{OA} \cdot k_{OB} = \frac{x_1 x_2}{16} = \frac{-4}{16} = -\frac{1}{4}.$$

故选: A.

点睛: (1) 本题主要考查抛物线的简单几何性质, 考查直线和抛物线的位置关系, 意在考查学生对这些基础知识的掌握能力和分析推理能力.(2) 解答本题的关键是解题的思路, 由于与切线有关, 所以一般先设切点, 先设 $A(2a, a^2)$, $B(2b, b^2)$, $a \neq b$, 再求切线 PA, PB 方程,

求点 P 坐标, 再根据 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ 得到 $ab = -1$, 最后求直线 OA 与 OB 的斜率之积. 如果先设点 P 的坐标, 计算量就大一些.

11、C

【解析】

先由已知, 求出 $m = -1$, 进一步可得 $\frac{6+3i}{z} = 1-2i$, 再利用复数模的运算即可

【详解】

由 z 是纯虚数, 得 $m+1=0$ 且 $2-m \neq 0$, 所以 $m = -1$, $z = 3i$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/548004116065006051>